

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
CENTRE UNIVERSITAIRE DE TISSEMSILT  
INSTITUT DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Visa du chef de département des  
Sciences et de la Technologie  
Signature:.....  
Date :.....

## **Etude de flambement mécanique des plaques stratifiées en matériaux composites**

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme de master académique en  
Filière : Génie civil  
Spécialité : Structures

Encadreur: Dr. ADIM Belkacem  
Signature: .....  
Date: .....

Réalisé par : DJAKBOUB Souha Rajaâ  
Signature: .....  
Date: .....

### Membres du jury

Dr. TABET Mohamed	(Président)
Dr. BOURADA Fouad	(Examineur)
Dr. ADIM Belkacem	(Encadreur)
Dr. OUAZIR Mansour	(Invité)

Tissemsilt - 2018/2019

# Remerciement

Mes remerciements et ma gratitude se portent tout d'abord vers Dr. ADIM Belkacem qui m'a encadré et guidé pendant mon mémoire et a su m'orienter vers les axes les plus pertinents. Je le remercie pour ses compétences, son ouverture d'esprit et sa grande disponibilité, et pour m'avoir fait découvrir et approfondir un sujet riche ainsi que pour ses conseils qu'il m'a fait part dans et hors le domaine de travail, en plus pour sa forte contribution à la rédaction et à l'amélioration

Enfin les mots sont trop pauvres pour exprimer ma gratitude à mon père, à ma mère, à ma sœur et frères, à toute ma famille et tous mes amis pour leur aide et leurs encouragements durant mon mémoire.

# Dédicace

*Pour que ma réussite soit complète je le partage avec toutes les personnes que j'aime, je dédie ce modeste travail à :*

*Mes très chers parents, qui m'ont tant aidés avec leurs soutient, ils ont ma source de courage et de patience à qui j'exprime toute ma reconnaissance pour leur patience et tous ses efforts.*

*A ma chère sœur Marwa*

*A mes très chers frères : Abderahmane , Abdallah.et Sidali*

*A ma nièce Leya*

*A Mes chères amies Noura, Hanene, Mouna, Asmaâ, Sarah .*

## Résumé

Le présent travail vise à mettre en œuvre une démarche analytique qui traite le comportement en flambement des structures en matériaux composites sous chargement mécanique.

L'instabilité au flambement des plaques stratifiées est un phénomène très complexe, Les charges du flambement des plaques en matériaux composites peuvent être critiques et elles doivent être proprement représentées par variété des modèles de structures afin de prévoir leur comportement. Pour étudier leur comportement vis-à-vis le flambage nous avons employé un modèle simplifié, la formulation a été basée sur la théorie d'ordre élevé en adoptant un champ de déplacement à quatre variables. La plaque utilisée pour cette étude est simplement appuyée soumise à différentes conditions de chargement (des charges uni-axiales et bi-axiales). Les solutions analytiques sont obtenues en utilisant la solution de Navier. L'influence des différents paramètres géométriques et matériaux sont entrepris pour calculer les charges critiques de flambement. Les résultats numériques obtenus par la présente analyse du flambement des plaques stratifiées sont comparés à ceux trouvés dans la littérature.

**Mots clés :** flambement, théorie d'ordre élevé, plaque stratifiée, matériaux composites.

## **Abstract**

The present work aims at operating an analytical approach of analysis of buckling behavior in composite materials under axial and biaxial loads.

The buckling instability of laminated plates is a very complex phenomenon, the buckling loads in composite plates can be critical and they must be clearly represented by variety of models of structures to predict their behavior. To study their buckling behavior, we used a simplify model. The formulation was based on the high order theory with a displacement field in only four variables. The plate used in this study is simply supported and subjected to various loading conditions. The analytical solutions are obtained by using the Navier's technique. The influence of various geometrical and material parameters are undertaken to calculate the critical buckling loads. The numerical results obtained by the current analysis of laminated plates buckling are compared with those in the literature.

**Key words:** buckling, high order theory, laminated plate, composite materials.

## ملخص

يهدف العمل الحالي إلى تقديم نهج تحليلي يتعامل مع سلوك انبعاج هياكل المواد المركبة تحت تأثير مختلف القوى الميكانيكية. تعد ظاهرة عدم استقرار الصفائح المكسدة معقدة للغاية حيث يمكن أن تكون الحمولة حرجة للصفائح المركبة ولهذا يجب أن يتم تمثيلها بشكل صحيح من خلال مجموعة متنوعة من النماذج الهيكلية للتنبؤ بسلوكها. لدراسة سلوك الصفائح المركبة فيما يتعلق بالانبعاج الميكانيكي، استخدمنا نموذجًا مبسطًا يتضمن أربعة متغيرات، يتم دعم اللوحة المستخدمة في هذه الدراسة بمساند بسيطة تحت تأثير مختلف القوى الميكانيكية (القوى أحادية القوى الثنائية). يتم الحصول على الحلول باستخدام طريقة نافي، وتتم مقارنة النتائج العددية المحصل عليها باستخدام النظرية الحالية مع مختلف نتائج النظريات الموجودة في الأبحاث السابقة.

**الكلمات المفتاحية:** الانبعاج، نظرية عالية الترتيب، الصفائح المكسدة، المواد المركبة.

## Table des matières

Remerciement.....	I
Dédicace.....	II
Résumé.....	III
Abstract.....	IV
ملخص.....	V
Table des matières.....	VI
Liste des figures.....	VIII
Liste des tableaux.....	XI
Liste des notations.....	XIII
Introduction générale.....	1
I.1. Introduction.....	4
I.2. Définition des matériaux composites.....	4
I.3. Composition des matériaux composites.....	6
I.3.1. Matrice.....	6
I.3.2. Renfort.....	18
I.3.3. Les Charges.....	26
I.3.4. Les Additifs.....	27
I.3.5. L'interface fibre-matrice.....	29
I.4. Classification des matériaux composites.....	30
I.4.1. Classification suivant la forme des constituants.....	30
I.5. D'autres types de composites.....	33
I.5.1. Les nanocomposites.....	33
I.5.2. Composite intelligent.....	34
I.5.3. Composites élastomères.....	36
I.5.4. Les matériaux composites hybrides.....	37
I.6. Procédés de fabrication des structures composites.....	38
I.6.1. Les technologies dites en moule ouvert.....	38
I.6.2. Les technologies dites en moule fermé.....	40
I.7. Domaines d'application des composites.....	43
I.7.1. Les composites dans la construction civile.....	44
I.7.2. Les composites dans l'automobile.....	48
I.7.3. Les composites et la construction électrique.....	49
I.7.4. Les composites et la construction industrielle.....	49
I.7.5. Les composites dans les équipements de sports et loisirs.....	49
I.7.6. Les composites dans la construction nautique.....	50
I.7.7. Les composites dans l'aéronautique.....	50
I.7.8. Les composites dans le ferroviaire.....	50
I.7.9. Les composites dans le secteur médical.....	50
I.8. Applications commerciales et industrielles des matériaux composites.....	50
I.9. Avantages et inconvénients des matériaux composites.....	52
I.10. Conclusion.....	52
II.1. Introduction.....	53
II.2. Structure de composite.....	53
II.2.1. Monocouche.....	53
II.2.2. Stratifié.....	54
II.2.3. Sandwich.....	57
II.3. Propriétés physiques des composites.....	58
II.3.1. Propriétés de masse.....	58
II.3.2. Propriétés thermiques.....	58
II.3.3. Propriétés hygroscopiques.....	59
II.4. Propriétés chimiques.....	59
II.5. Propriétés mécaniques des composites.....	60
II.5.1. Déformation élastique.....	60

II.5.2. Relation contraintes-déformations .....	60
II.5.3. Comportement en traction .....	60
II.5.4. Comportement en compression et cisaillement .....	61
II.6. Durabilité des matériaux composites .....	61
II.6.1. Durée d'application de la charge .....	61
II.6.2. Résistance à la fatigue .....	62
II.6.3. Effets de l'environnement .....	62
II.6.4. Température .....	62
II.6.5. Absorption d'eau .....	62
II.6.6. Feu .....	62
II.7. Loi de mélange .....	62
II.8. Loi de comportement .....	65
II.8.1. Matériau anisotrope .....	65
II.8.2. Matériau monoclinique .....	65
II.8.3. Matériau orthotrope .....	66
II.8.4. Matériau isotrope .....	66
II.9. Endommagement des composites .....	67
II.9.1. Différents Modes d'endommagements .....	67
II.10. Conclusion .....	69
III.1. Introduction .....	70
III.2. Description des plaques .....	70
III.3. Les hypothèses fondamentales de la théorie des poutres et des plaques .....	71
III.3.1. Principe de Saint Venant .....	71
III.3.2. Principe de Navier Bernoulli généralisé .....	71
III.3.3. La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (Classical Laminated Plate Theory CLPT) .....	72
III.3.4. La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First Order Shear Deformation Theory FSDT) .....	73
III.3.5. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Order Shear Deformation Theory HSDT) .....	74
III.3.6. Théories Zig-zag .....	75
III.3.7. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre zéro (Zeroth Order Shear Deformation Theory ZSDT) .....	76
III.4. Application de la théorie d'ordre élevé pour des structures composites .....	77
III.5. Conclusion .....	78
IV.1. Introduction .....	79
IV.2. Définition de flambement .....	79
IV.3. Manifestation du flambement .....	79
IV.4. Les types de flambement .....	80
IV.5. Les hypothèses de la théorie d'ordre élevé à quatre variables .....	81
IV.6. Le champ de déplacement .....	82
IV.7. Le champ de déformation .....	82
IV.8. Equations constitutives .....	83
IV.9. Equations gouvernantes .....	84
IV.10. Solution de Navier des plaques stratifiées simplement appuyées .....	87
IV.10.1. Cas des stratifiées à plis croisés (0/90) (cross-ply) .....	87
IV.10.2. Cas des stratifiées à plis alternées et équilibrés ( $\theta^\circ/-\theta^\circ$ ) (angle-ply) .....	89
IV.11. Conclusion .....	90
V.1. Introduction .....	91
V.2. Structures et matériaux étudiées .....	91
V.3. Validation des résultats .....	91
V.4. Etude des différents paramètres qui influent sur la charge critique de flambement .....	93
V.5. Conclusion .....	103
Conclusion générale et perspectives .....	104
Références bibliographiques .....	105



## Liste des figures

<b>Figure I.1.</b> Schématisation du matériau composite. ....	4
<b>Figure I.2.</b> Constituants des matériaux composites.....	5
<b>Figure I.3.</b> Relation contrainte déformation en traction pour les différents composants des matériaux composites (Ait Ameer, 2008) .....	5
<b>Figure I.4.</b> Composition des matériaux composites .....	6
<b>Figure I.5.</b> Différentes familles des matrices .....	7
<b>Figure I.6.</b> Les thermodurcissables .....	8
<b>Figure I.7.</b> Les types de thermodurcissable.....	8
<b>Figure I.8.</b> Fabrication d'une résine phénolique (ANFA, 2014).....	10
<b>Figure I.9.</b> Les thermoplastiques (ANFA, 2014).....	12
<b>Figure I.10.</b> Quelques applications des CMC : (a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine, (c) un disque de frein haut de gamme.....	14
<b>Figure I.11.</b> (a) Schématisation d'une matrice multicouche ; (b) effet protecteur des interfaces : les fissures sont déviées et leur progression vers les fibres est donc ralentie. ....	15
<b>Figure I.12.</b> Exemples d'architectures utilisées avec les CMC : (a) tissu 2D équilibré, (b) tissu 3D tri-orthogonal, (c) tissu « 4D » (renforcé selon les quatre diagonales d'un cube). ....	16
<b>Figure I.13.</b> Principe d'une matrice auto-cicatrisante : (a) de l'oxygène pénètre dans la matrice fissurée, (b) l'oxydation de la matrice crée un verre qui bouche la fissure, protégeant ainsi les fibres. ....	16
<b>Figure I.14.</b> Exemples d'applications des composites à matrice métallique.....	17
<b>Figure I.15.</b> Fibre de verre.....	18
<b>Figure I.16.</b> Fibre de céramique .....	21
<b>Figure I.17.</b> Fibre de carbone .....	22
<b>Figure I.18.</b> Différentes fibres naturelles.....	23
<b>Figure I.19.</b> Fibre d'aramide .....	24
<b>Figure I.20.</b> les principaux types de renforts .....	25
<b>Figure I.21.</b> Exemples des charges : (a) microbilles de verre, (b) noir de carbone, (c) silice. ....	26
<b>Figure I.22.</b> Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites : lorsqu'une fissure atteint l'interface (a), elle est déviée (b). ....	29
<b>Figure I.23.</b> Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules. ....	30
<b>Figure I.24.</b> Les nanocomposites .....	33
<b>Figure I.25.</b> Combinaison de l'information et du contrôle avec les matériaux.....	35
<b>Figure I.26.</b> Exemples des composites élastomères .....	36
<b>Figure I.27.</b> Principe de moulage au contact .....	38
<b>Figure I.28.</b> Principe de moulage par projection simultanée.....	40
<b>Figure I.29.</b> Moulage sous vide .....	40

<b>Figure I.30.</b> Principe de moulage par injection de résine.....	41
<b>Figure I.31.</b> Principe de moulage à la presse à froid.....	42
<b>Figure I.32.</b> Principe de moulage par compression.....	43
<b>Figure I.33.</b> Enroulement filamentaire.....	43
<b>Figure I.34.</b> Configuration d'une poutre en béton armé soumise à la flexion renforcée au moyen de matériaux composites.....	45
<b>Figure I.35.</b> Renforcement par les FRP installés le long des poutres d'un pont.....	45
<b>Figure I.36.</b> Le renfort vis-à-vis l'effort tranchant au niveau des appuis.....	45
<b>Figure I.37.</b> Renforcement vis à vis la flexion du pont en béton armé.....	46
<b>Figure I.38.</b> Emplacement des lamelles composites manuellement.....	46
<b>Figure I.39.</b> Colonne partiellement enveloppée par des bandes FRP.....	47
<b>Figure I.40.</b> Colonne entièrement enveloppée par FRP (Enroulement filamentaire).....	47
<b>Figure I.41.</b> Barres d'armatures en FRP de verre placé dans un tablier de pont en béton avant le coulage du béton.....	48
<b>Figure I.42.</b> Répartition des polymères thermodurcissables (a) et thermoplastique (b) dans leurs différents domaines d'applications.....	51
<b>Figure I.43.</b> Répartition des composites à matrice organique dans leurs domaines d'applications (NEDRI, 2016).....	51
<b>Figure I.44.</b> Marché global des composites en 2002 (Promis, 2010).....	51
<b>Figure II.1.</b> Structure de composite.....	53
<b>Figure II.2.</b> Matériau composite monocouche.....	53
<b>Figure II.3.</b> Matériau composite stratifiée.....	54
<b>Figure II.4.</b> Désignation d'un stratifié.....	55
<b>Figure II.5.</b> Convention de signe pour la désignation des stratifiés.....	55
<b>Figure II.6.</b> Matériau composite sandwich (NEDRI, 2016).....	57
<b>Figure II.7.</b> Désignations d'une âme nid d'abeilles.....	58
<b>Figure II.8.</b> Mécanismes de rupture observés dans un stratifié.....	67
<b>Figure II.9.</b> Modes d'endommagements dans un stratifié croisé.....	69
<b>Figure III.1.</b> Élément de plaque.....	70
<b>Figure III.2.</b> Illustration de principe de Navier Bernoulli généralisé.....	71
<b>Figure III.3.</b> Illustration de la plaque de Love-Kirchhoff.....	72
<b>Figure III.4.</b> Cinématique de Reissner-Mindlin.....	73
<b>Figure III.5.</b> Cinématique de la théorie d'ordre élevé.....	74
<b>Figure III.6.</b> Introduction de la fonction zig-zag de Murakami dans la distribution linéaire.....	76
<b>Figure IV.1.</b> Flexion sous un effort de compression.....	79
<b>Figure IV.2.</b> Une plaque stratifiée en matériaux composites avec un système de coordonnées (x, y, z). .....	81

**Figure V.1a.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(0/90)_n$  en matériaux composites (SSSS). ..... 94

**Figure V.1b.** Effet de la séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(15/-15)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 95

**Figure V.1c.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(30/-30)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 96

**Figure V.1d.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(45/-45)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 97

**Figure V.2.** Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement d'une plaque stratifiée de  $n$  couches en matériau composite ..... 99

**Figure V.3.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres ..... 101

**Figure V.4.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée simplement appuyée soumise à des charges axiales et biaxiales (traction et/ou compression) pour différents types des fibres ..... 102

**Liste des tableaux**

**Tableau I.1.** Avantages et inconvénients de polyesters (ANFA, 2014) ..... 9

**Tableau I.2.** Avantages et inconvénients d'époxydes (ANFA, 2014)..... 10

**Tableau I.3.** Avantages et inconvénients de phénolique. .... 11

**Tableau I.4.** Principales propriétés des résines polyimides (ANFA, 2014) ..... 11

**Tableau I.5.** Comparaison entre thermodurcissable et thermoplastique (AUCHER, 2009) ..... 13

**Tableau I.6.** Avantages et inconvénients des résines (ANFA, 2014)..... 13

**Tableau I.7.** Caractéristique de divers types de carbone. .... 22

**Tableau I.8.** Domaines d'applications et parts de marché des composites à fibres naturelles. .... 24

**Tableau I.9.** Caractéristiques des principales charges et additifs utilisés..... 28

**Tableau I.10.** comportement mécanique des fibres en fonction de leur architecture ..... 31

**Tableau I.11.** Synthèse d'utilisation des résines et renforts ..... 31

**Tableau I.12.** Avantages et inconvénients de nanocomposite..... 34

**Tableau V.1.** Caractéristiques mécaniques des matériaux (BERTHELOT, 2012) ..... 91

**Tableau V.2.** Variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  des plaques carrées stratifiées  $(0/90)_n$  simplement appuyées (SSSS) en matériaux composites sous compression axiale..... 92

**Tableau V.3.** Variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  des plaques carrées stratifiées alternées  $(\theta/-\theta)$  simplement appuyées (SSSS) en matériaux composites sous compression uniaxiale. .... 92

**Tableau V.4a.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(0/90)_n$  en matériaux composites (SSSS). .... 93

**Tableau V.4b.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(15/-15)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 94

**Tableau V.4c.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(30/-30)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 95

**Tableau V.4d.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(45/-45)_n$  en matériaux composites (SSSS)..... 96

**Tableau V.5.** Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement  $\bar{N}$  d'une plaque stratifiée antisymétrique en matériau composite..... 98

**Tableau V.6a.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée croisée  $(0/90)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres..... 99

**Tableau V.6b.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(15/-15)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres ..... 100

**Tableau V.6c.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(30/-30)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres ..... 100

**Tableau V.6d.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(45/-45)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres ..... 100

**Tableau V.7.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée simplement appuyée soumise à des charges axiales et biaxiales (traction et/ou compression) pour différents types de fibres ..... 103

## Liste des notations

$a$	longueur de la plaque
$b$	largeur de la plaque
$h$	l'épaisseur de la plaque
$E$	Module de Young
$E_{11}$	Module de Young longitudinal
$E_{22}$	Module de Young transversal
$G_{12}, G_{13}, G_{23}$	module de cisaillement
$\nu$	Coefficient de Poisson
$E_c$	Module d'élasticité du composite.
$E_f$	Module d'élasticité des fibres.
$E_m$	Module d'élasticité de la matrice
$G$	module de cisaillement transverse
$u, v, w$	Les déplacements suivant les directions $x, y$ et $z$
$u_0, v_0,$	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$f'(z)$	La première dérivée de la fonction de gauchissement par rapport à $z$
$\psi(z)$	Est une fonction dérivée de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes.
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales suivant les directions $x, y$ et $z$
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Contraintes de cisaillement

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	Déformations dans les directions x et y
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Déformations de distorsion
$\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b, \delta w_s$	Champ virtuel de déplacement
$w_b$	Composante de la flèche due à la flexion
$w_s$	Composante de la flèche due au cisaillement
$N_x, N_y, N_{xy}$	Efforts normaux de membrane
$M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b$	Moments de flexion pure
$M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s$	Moments de flexion supplémentaire due au cisaillement transverse
$K_x^b$	Courbure de flexion suivant x
$K_x^s$	Courbure de cisaillement suivant x
$K_y^b$	Courbure de flexion suivant y
$K_y^s$	Courbure de cisaillement suivant y
$K_{xy}^b$	Courbure de flexion suivant xy
$K_{xy}^s$	Courbure de cisaillement suivant xy
$Q_{yz}^s, Q_{xz}^s$	Effort de cisaillement pur
$m, n$	Nombres de modes
$A_{ij}$	Termes de rigidité en membrane de la plaque
$B_{ij}$	Termes de rigidité de couplage de la plaque
$D_{ij}$	Termes de rigidité de flexion de la plaque

$A_{ij}^s$	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
$B_{ij}^s$	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
$D_{ij}^s$	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
$H_{ij}^s$	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
$\Omega$	La surface supérieure
$Q_{ij}$	Les coefficients de rigidité
$\bar{Q}_{ij}$	Les coefficients de rigidité en fonction de l'orientation des fibres
$[C]$	Matrice symétrique des valeurs propres
$S_{ij}$	Valeurs propres
$\{\Delta\}$	Le vecteur des déplacements



# Introduction générale

## **Introduction générale**

Les matériaux occupent une place centrale dans tous les domaines de l'ingénierie puisque sans eux, rien ne peut être fabriqué ni rien ne peut être réalisé. Le défi permanent consiste à intégrer une connaissance intime des caractéristiques des matériaux dans la conception de leurs applications concrètes dans les structures, les pièces ou les appareillages. Y réussir aide à comprendre les autres domaines de la conception comme les calculs de structure, de sorte que de véritables collaborations puissent être bâties pour déboucher sur des conceptions optimales et des risques minimisés.

Parmi ces matériaux, les matériaux composites ont longtemps été indexés comme futuristes, en effet, ils présentent un ratio performance sur poids hors du commun et attirent ainsi beaucoup d'industriels.

Le développement des matériaux composites est né de la volonté d'allier les qualités techniques au besoin d'allègement dans un même matériau, qui par la suite doit s'adapter aux solutions technologiques des problèmes à résoudre.

Grâce à leurs propriétés mécaniques spécifiques, les matériaux composites sont devenus une alternative intéressante aux matériaux métalliques. De plus, l'utilisation de stratifications judicieusement choisies permet d'obtenir des propriétés mécaniques adaptées aux sollicitations de la structure. Enfin ils sont considérés comme peu sensible à la fatigue. C'est pour ces raisons que, au cours de ces dernières années, l'emploi des matériaux composites pour la réalisation de structures aéronautiques, navales ou ferroviaires c'est considérablement répandu.

Ces matériaux composites permettent de résoudre des problèmes dans le secteur industriel, notamment dans la construction mécanique et la fabrication d'appareils, dans le milieu médical, dans l'industrie automobile, l'électrotechnique, la technique de l'énergie et de l'environnement, dans l'habillage des façades, ainsi que dans la construction des bâtiments de grande hauteur, des ponts, des voiries et des constructions porteuses en général.

Les stratifiés composites trouvent un grand intérêt dans une variété de structures complexes et d'applications technologiques grâce à leurs performances ; aptes à remplir plusieurs fonctions, sans doute dans les domaines des lanceurs, navettes spatiales et satellites que le problème de gain de performances, baisse du cout de fabrication.

Une plaque composite utilisée comme élément structural est souvent soumise à différents types de chargement tel que la compression, la flexion qui peuvent causer le flambement. La plupart des investigations entreprises sur les plaques stratifiées sont dévouées à la détermination des contraintes des déformations ou des déplacements d'origines flexionnelles. L'analyse des structures au comportement d'instabilité est moins fréquente en dépit de l'importance du phénomène mis en

évidence par la rupture en service de nombreuses constructions monumentales. Un cumul de connaissances et de théories des stratifiées ont été développées dans cet axe pour étudier le comportement en flambement des plaques composites, la connaissance du comportement critique s'avère alors nécessaire dans le dimensionnement de ces plaques.

Ce mémoire s'inscrit dans le même registre ; en effet certains aspects liés au phénomène du flambement demeurent jusqu'à présent inexplorés. Il est donc question de proposer de nouveaux modèles pouvant tenir compte de tous les paramètres tel que le cisaillement, l'épaisseur de la plaque, la nature du matériau, les caractéristiques du composite et le mode de chargement, et ce afin d'évaluer les charges critiques de flambement ou encore trouver un moyen de réduire le risque d'instabilité.

Ce travail concerne l'analyse de comportement des structures composites en flambement. Cette analyse est basée sur l'utilisation d'une théorie à quatre variables avec un champ de déplacement sinusoïdale. Le contexte de ce travail est ciblé sur le calcul des charges critiques de flambement en tenant compte du cisaillement transverse. La problématique majeure est de pouvoir prendre en compte ce phénomène dans le dimensionnement dans le but de mieux évaluer les variations mécaniques subies, pouvant être prépondérantes dans certaines applications.

Ce mémoire débute par une introduction générale, structuré ensuite autour de cinq chapitres et s'achève par une conclusion générale et des perspectives. Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les matériaux composites en donnant une représentation assez large des principaux constituants.

L'objectif de deuxième chapitre est de présenter les matériaux composites structuraux et les principaux mécanismes d'endommagement qui se produisent au sein d'un matériau composite stratifié et les propriétés des matériaux composites et aussi nous présentons aussi les lois du mélange et les lois de comportement de matériaux composites.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons la théorie des plaques stratifiées, permettant de mettre leur champ de déplacement, de déformation et leur comportement, ensuite nous décrivons des différentes théories des plaques composites correspondantes.

Le quatrième chapitre est consacré à donner une idée générale sur le flambement et leur types, ensuite l'étude analytique du flambement mécanique des plaques stratifiées simplement appuyées, est présentée en utilisant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement à quatre variables.

Le cinquième chapitre consiste à valider le modèle présent en vue de garantir son fiabilité et précis dans les plaques stratifiées antisymétriques afin d'étudier l'influence des différents paramètres sur le flambement des plaques stratifiées en matériaux composites.

Enfin, ce travail se termine par une conclusion générale permettant de souligner l'efficacité de la méthode utilisée dans les calculs des matériaux composites et des perspectives envisagées à l'avenir.

**Chapitre I :**  
**Généralités sur les**  
**matériaux**  
**composites**

## I.1. Introduction

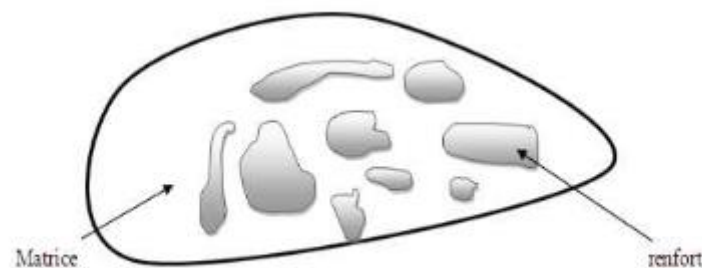
Dans cette section, nous allons exposer une revue des importants travaux effectués afin de mieux comprendre le cadre, les objectifs et les potentiels complémentaires du présent travail. La bibliographie étudiée a été concentrée sur les aspects suivants : la définition de matériaux composites, présentation des différents constituants des matériaux composites ; les types et classification ainsi que domaine d'application et le procédé de fabrication de ce type de matériaux.

Les matériaux composites disposent d'avantages importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils possèdent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, libertés de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. (ADIM, 2016)

Les matériaux composites sont des matériaux qui associent deux matériaux différents, appartenant parfois à deux classes distinctes, pour obtenir une combinaison de propriétés qui tire avantage de chacun. (BELKACEMI, 2006)

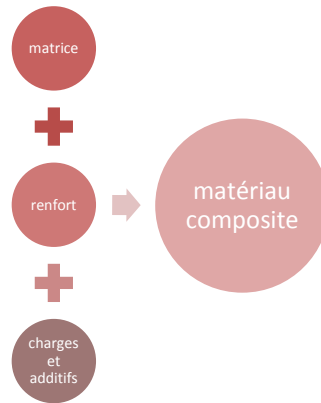
## I.2. Définition des matériaux composites

Dans un sens large, le mot "composite" signifie "constitué de deux ou plusieurs parties différentes". En fait, l'appellation matériau composite ou composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de ce chapitre. Nous en donnons pour l'instant la définition générale suivante. Un matériau composite est donc un assemblage d'au moins de deux matériaux non miscibles (mais ayant une forte capacité d'adhésion). Le matériau ainsi constitué possède des propriétés que les éléments constitutifs seuls ne possèdent pas. Il a des qualités qui se combinent avec synergie pour réaliser des propriétés particulières en réponse à un besoin bien spécifié. (ADJAL, 2014)



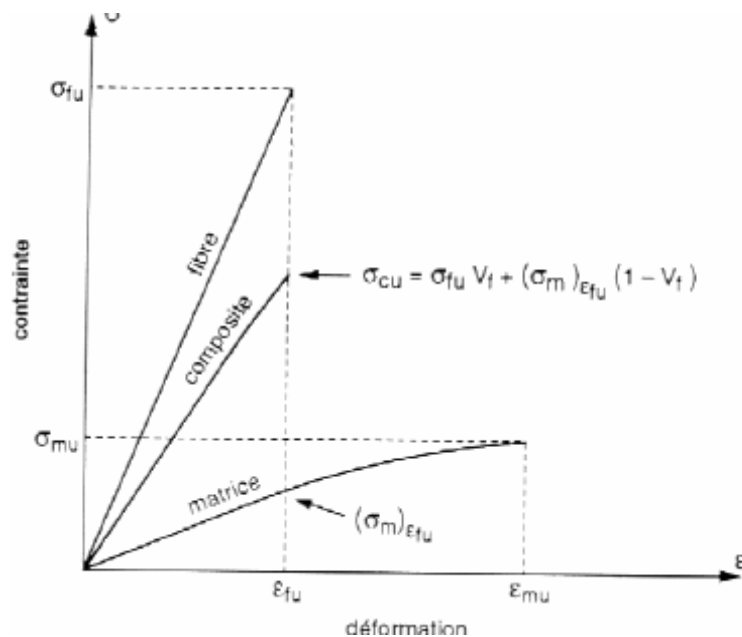
**Figure I.1.** Schématisation du matériau composite.

Les composites sont des matériaux solides, hétérogènes et généralement anisotropes constitués par l'association à l'échelle microscopique de plusieurs autres matériaux aux caractéristiques complémentaires. Cette association conduit à un matériau dont les performances sont supérieures à celles d'un matériau à un seul constituant. On appelle maintenant « matériau composite » des arrangements de deux phases distinctes : l'une dispersée et constituée d'un matériau résistant appelée renfort, tandis que l'autre qui contient le renfort, est caractérisée par une résistance mécanique plus faible et est appelée la matrice.



**Figure I.2.** Constituants des matériaux composites

Les produits ainsi obtenus présentent des propriétés mécaniques proches de celles des fibres et garantissent une résistance chimique similaire à celle de la matrice (figure I.1).



**Figure I.3.** Relation contrainte déformation en traction pour les différents composants des matériaux composites (Ait Ameer, 2008)

On distinguera selon les renforts utilisés :

- Les matériaux composites dits de « grande diffusion (GD) » dont les propriétés mécaniques sont plus faibles mais d'un coût compatible avec une production en grande série ; représentent 95% des composites utilisés. Ce sont en général des plastiques armés ou des plastiques renforcés, le taux de renfort avoisinant 30%. Dans 90% des cas, l'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes. Les principaux constituants de bases sont les résines polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (plus de 99% des renforts utilisés) ;
- Les matériaux composites dits de « haute performance (HP) », présentant des propriétés mécaniques spécifiques élevées et un coût unitaire important. Ce sont les plus employés en aéronautique et dans le spatial, Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont les renforts qui influent sur le coût. Les propriétés mécaniques (résistance mécanique et rigidité) sont largement supérieures à celles des métaux. (ADIM, 2016)

### I.3. Composition des matériaux composites

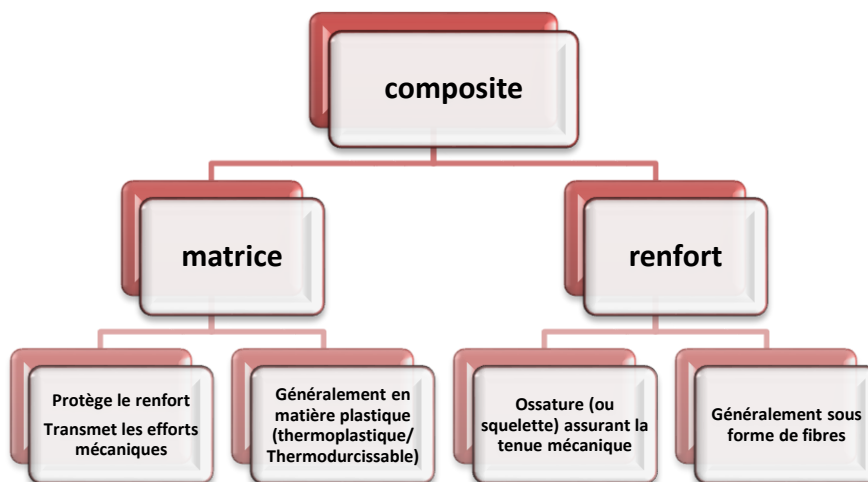
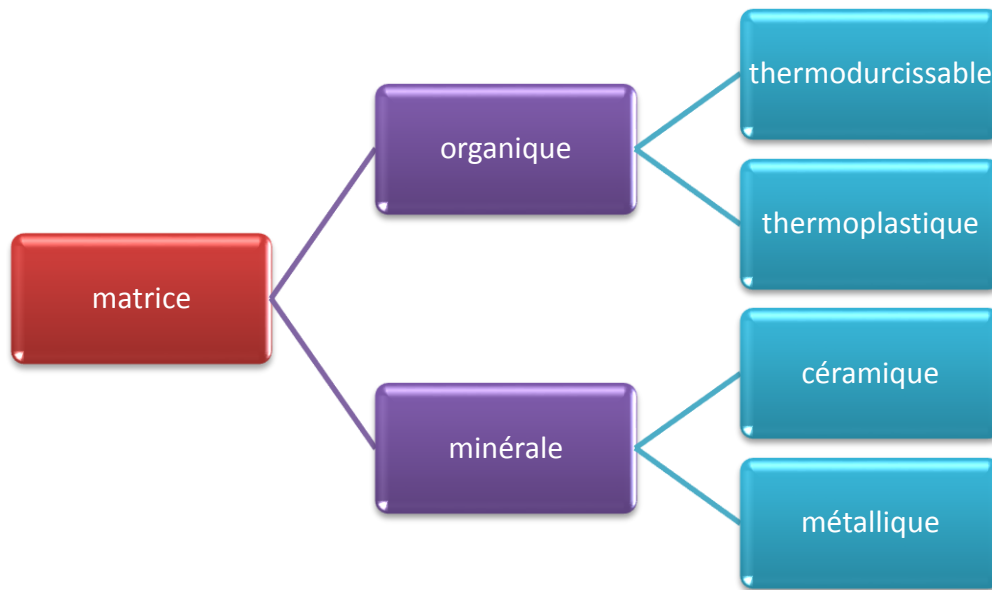


Figure I.4. Composition des matériaux composites

#### I.3.1. Matrice

Dans un matériau composite, le terme matrice désigne la matière solide qui entoure les renforts pour former une masse compacte. Le premier rôle de la matrice est de maintenir les renforts dans une forme compacte et de donner la forme voulue au produit final. Elle sert également à protéger les fibres contre l'abrasion et l'environnement agressif, contrôler le fini de surface et assurer le transfert de charges entre les fibres. Le solide formant la matrice peut être d'origine métallique, céramique ou polymère.





**Figure I.5.** Différentes familles des matrices

### **I.3.1.1. Composites à matrice organique**

Actuellement, les composites à matrice organique représentent 99% des matériaux composites. Ils sont constitués d'une matrice thermodurcissable (TD) ou thermoplastique (TP) et d'une structure de renforts qui peut être en fibre de carbone, de verre, d'aramide ou encore naturelle. (Lin, chanvre, sisal...etc),

Il existe pour les CMO deux grandes familles de matrices : les résines thermodurcissables (TD) et les résines thermoplastiques (TP). Ces résines, sous forme liquide à l'état initial, subissent une transformation irréversible en passant à l'état solide après polymérisation. (ADIM, 2016)

Pour les composites à matrice organique (CMO) les propriétés mécaniques de la matrice sont généralement très faibles devant celles des renforts, et la performance générale du composite (matrice/renfort) est très dépendante du choix de la matrice. En effet, dans le cas où la déformation à la rupture de la matrice est inférieure à celle des fibres, pour une sollicitation en déplacement imposé, la matrice ne permet pas de bénéficier totalement du renfort des fibres. D'autre part pour une tenue à long terme (fatigue, fluage), le rôle de la matrice devient alors très important. (AUCHER, 2009).

### I.3.1.1.1. Les thermodurcissables (TD)

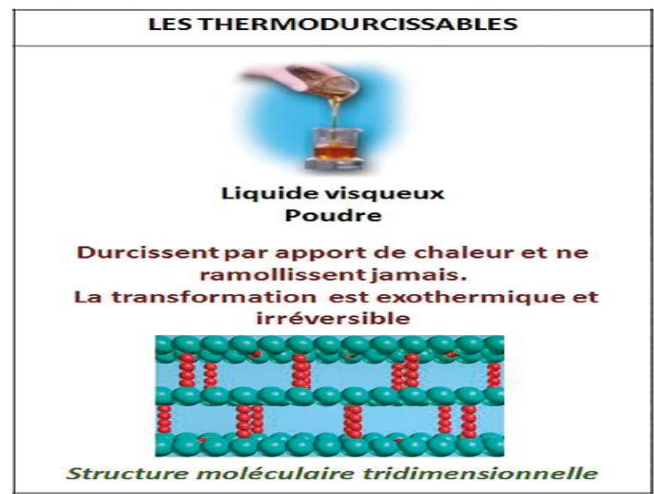


Figure I.6. Les thermodurcissables

Les résines thermodurcissables sont des polymères, qui, après un traitement thermique ou physico-chimique (catalyseur, durcisseur), se transforment en des produits essentiellement infusibles et insolubles. Ces résines ont donc la particularité de ne pouvoir être mises en forme qu'une seule fois.

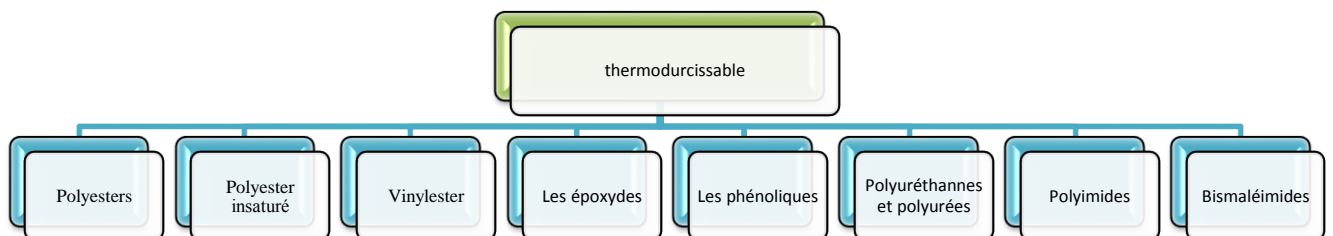


Figure I.7. Les types de thermodurcissable

#### a. Polyesters

Les plus utilisées, sont généralement renforcées par des fibres de verre (pare-chocs, carrosserie, coques de bateaux, piscines, éléments de tramway ou de TGV...etc) époxydes, aux caractéristiques mécaniques supérieures, sont généralement renforcées par des fibres de carbone ou de verre (longerons, dérives, nacelles, voilure, bateaux, automobiles de compétition, ...etc).

Les avantages et les inconvénients des résines polyesters sont résumés dans le tableau ci-dessous.

**Tableau I.1.** Avantages et inconvénients de polyesters (ANFA, 2014)

AVANTAGES	INCONVENIENTS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bon accrochage sur la fibre de verre</li> <li>• Facilité de mise en œuvre</li> <li>• Assez bonne tenue chimique</li> <li>• Prix faible</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retrait important (6 à 7% en volume)</li> <li>• Inflammable</li> <li>• Durée de conservation limitée</li> <li>• Temps de travail limité</li> </ul>

### b. Polyester insaturé

Résine thermodurcissable d'usage très courant dans l'industrie composite. On compte plus de 12 types de résines polyester, dont :

- Les résines orthophtaliques (les plus courantes) ;
- Les résines tétrahydrophthaliques pour les usages alimentaires ;
- Les résines isophtaliques pour la réalisation de gel-coats et l'industrie chimique.

Ces résines ont une très bonne aptitude à imprégner les fibres de verre, un prix peu élevé, un durcissement assez rapide sans élimination de produits secondaires. C'est la résine la plus utilisée dans l'application composite de grande distribution.

### c. Vinylesters

On peut la considérer comme une variante des polyesters produite à partir d'acides acryliques. Elles possèdent une bonne résistance à la fatigue et un excellent comportement à la corrosion, mais demeure combustible.

### d. Les époxydes

Elles résultent de la polyaddition de l'épichlorhydrine sur un polyalcool et constitue la résine type des composites hautes performances HP.

Le terme époxyde désigne une grande variété de pré-polymères comportant un ou plusieurs motifs époxydiques qui, après polycondensation avec un durcisseur, conduisant à des produits thermo- durcis dont les principales applications concernent le collage et les matériaux composites (matrice époxyde avec des renforts en fibre de verre ou de carbone).

Il s'agit de produits performants qui rentrent dans un très grand nombre d'applications, dont certaines sont d'un niveau technique incontestablement élevé :

- Industrie aéronautique et automobile (collages de structures et de panneaux) ;

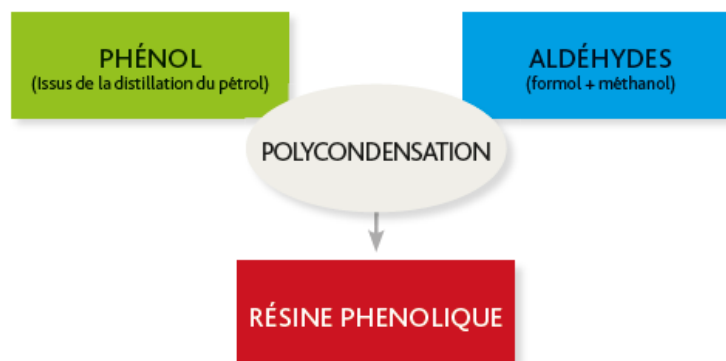
- Industrie électrique moyenne et haute tension (surtout appareillage électrique) ;
- Électronique (enrobages de condensateurs, confection de circuits imprimés... etc.) ;
- Sport (skis, raquettes, arcs et flèches de compétition, cadres de vélos en carbone, roues lenticulaires...) ;
- Outillages (modèles à reproduire, maîtres modèles, boîtes à noyaux... etc.) ;
- Stratifiés et composites (nids d'abeilles, structures triangulaires, arbres de transmission, carrosseries de voitures de sport...) ;
- Revêtements résistant aux agents chimiques, réparation de fissures de barrages... etc.

**Tableau I.2.** Avantages et inconvénients d'époxydes (ANFA, 2014)

AVANTAGES	INCONVÉNIENTS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Densité 1.2 à 1.4</li> <li>• Retrait &lt; 1 %</li> <li>• Excellente propriété mécanique Bonne résistance chimique aux bases et solvants</li> <li>• Propriétés thermique élevées</li> <li>• Bonne stabilité dimensionnelle</li> <li>• Pouvoir adhésif important</li> <li>• Bonne résistance à la fatigue</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cycle de moulage long</li> <li>• Nécessite des démoulants appropriés</li> <li>• Tenue thermique en continue limitée à 180 °C</li> </ul>

### e. Les phénoliques

Elles sont issues de la polycondensation du phénol et du formol et se caractérisent par une bonne tenue au feu. Elles restent fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à colorer et à mettre en œuvre.



**Figure I.8.** Fabrication d'une résine phénolique (ANFA, 2014)

Les résines phénoliques (les plus anciennes résines synthétiques) sont utilisées dans la réalisation des pièces d'aménagement et présentent les avantages et les inconvénients suivants : (ADIM, 2016)

**Tableau I.3.** Avantages et inconvénients de phénolique.

AVANTAGES	INCONVÉNIENTS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Densité 1.25 à 1.3</li> <li>• Excellente tenue au feu</li> <li>• Auto-extinguible par dégagement d'eau à 400°C</li> <li>• Bonne tenue thermique</li> <li>• Prix modéré</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Faibles propriétés mécaniques</li> <li>• Dégagement d'eau lors de la mise en œuvre</li> <li>• Coloration difficile (brun foncé)</li> </ul>

#### f. Polyuréthanes et polyurées

Les polyuréthanes sont des polycondensats appartenant à la famille des plastiques alvéolaires thermodurcissables qui sont des matériaux à base de polymères constitués d'une phase gazeuse dispersée dans une phase solide plastique.

Les polyuréthanes peuvent se décliner en différents produits :

- Polymères à chaînes linéaires longues ou courtes conduisant à des élastomères ou à des fibres textiles ;
- Résines réticulées ;
- Mousses thermodurcissables souples ou rigides ;
- Vernis, peintures, adhésifs. (ANFA, 2014)

#### g. Polyimides

Ces résines sont surtout utilisées dans les composites HP, lorsque l'on cherche une bonne stabilité sous hautes températures (> 250 °C). Elles restent toutefois très onéreuses (couteuses) et difficiles à mettre en œuvre.

**Tableau I.4.** Principales propriétés des résines polyimides (ANFA, 2014)

Densité	1,85 avec 60 % de fibres
Reprise d'humidité	0,3 % à 0,5 % à 23°C en 24 h
Température de transition vitreuse (TG)	350°C
Température de déformation sous charge (HDT)	300°C
Coefficient de dilation linéique	Faible et constant jusqu'à 300°C
Fluage à 200°C	Néant
Module d'élasticité en traction à 23°C	30 000 Mpa
Résistance à la rupture en traction à 23°C	160 Mpa
Résistance à la rupture en traction à 250°C	120 Mpa
Allongement à rupture en traction à 23°C	<1%
Module d'élasticité en flexion à 23°C	30 000 Mpa
Module d'élasticité en flexion à 250°C	24 000 Mpa
Résistance à la rupture en flexion à 23°C	360 Mpa
Résistance à la rupture en flexion à 250°C	250 Mpa
Résistance à la rupture en compression à 23°C	230 Mpa
Résistance à la rupture en compression à 250°C	170 Mpa

## h. Bismaléimides

Matrices très peu utilisées en Europe. Elles offrent une bonne tenue à la fois au choc et en température, mais restent difficiles à mettre en œuvre. (ADIM, 2016)

### I.3.1.1.2. Les thermoplastiques (TP)

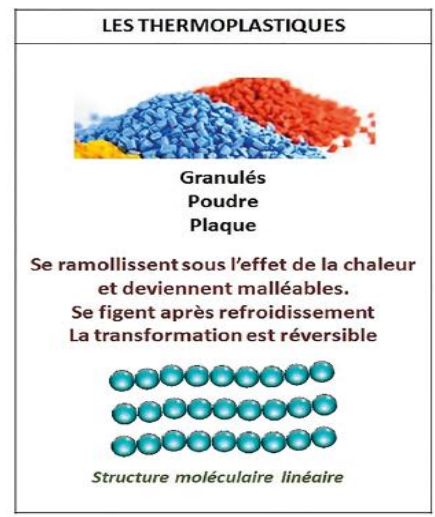


Figure I.9. Les thermoplastiques (ANFA, 2014)

Les thermoplastiques sont des chaînes polymères reliées entre elles par de faibles liaisons. Ils sont recyclables et possèdent au moins un solvant. Les thermoplastiques représentent le plus grand tonnage en termes de production à cause de leur facilité de mise en œuvre et des faibles coûts. Ce sont principalement les plastiques traditionnels (le polychlorure de vinyl PVC, le polyéthylène PE, le polypropylène PP, le polyamide PA, les polycarbonates PC, etc.).

Leur recyclabilité et leur thermo-réversibilité constituent des avantages très importants. Il existe aussi des thermoplastiques à usage spécifique qui peuvent résister à des températures de l'ordre de 200°C voire plus.

Les principales matrices TP utilisées (possédant tous une tenue en température supérieure à 100° C, hors POM) sont les suivantes :

- Polyamide (PA) : tenue au choc, bonne résistance à la fatigue et aux hydrocarbures ;
- Polytéréphtalate éthylénique et butylénique (PET, PBT) : bonne rigidité, bonne ténacité ;
- Polycarbonate (PC) : tenue au choc ;
- Polysulfure de phénylène (PPS) : résistance à l'hydrolyse ;

- Polyoxyméthylène (POM) : bonne tenue à la fatigue ;
- Polysulfurés (PSU et PPS) : bonne stabilité chimique et à l'hydrolyse, peu de fluage, tenue au chaud ;
- Polypropylène (PP) : peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

### I.5.1.1.3. Comparaison entre thermodurcissable et thermoplastique

**Tableau I.5.** Comparaison entre thermodurcissable et thermoplastique (AUCHER, 2009)

Matrice	Thermodurcissable	Thermoplastique
Etat de base	Liquide visqueux à polymériser	Solide prêt à l'emploi
Stockage	Réduit	Illimité
Mouillabilité des renforts	Aisée	Difficile
Moulage	Chauffage continu	Chauffage + refroidissement
Cycle	Long (polymérisation)	Court
Tenue au choc	Limitée	Assez bonne
Tenue thermique	Bonne	Réduite (sauf nouveau TP)
Chutes et déchets	Perdus ou utilisés en charges	Recyclables
Conditions de travail	Emanations de solvants	Propreté

### I.3.1.1.4. Avantages et inconvénients des thermodurcissables et thermoplastiques

**Tableau I.6.** Avantages et inconvénients des résines (ANFA, 2014)

<b>Résine thermodurcissable</b>	
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Coût</li> <li>• Durabilité</li> </ul>
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Assemblages par collage délicats</li> <li>• Faibles cadences</li> <li>• Difficultés de recyclage des déchets industriels</li> <li>• Difficultés de recyclage des produits en fin de vie</li> </ul>
<b>Résine thermoplastique</b>	
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Facilité d'assemblage</li> <li>• Temps de cycle court (en fonction des procédés)</li> <li>• Potentialités de recyclage</li> <li>• Possibilité de formage à chaud</li> </ul>
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choix limité de résines disponibles à l'échelle industrielle</li> <li>• Vigilance sur la qualité de l'interface fibre-matrice</li> </ul>

### I.3.1.1.5. Les avantages et inconvénients de composite à matrice organique

#### a- Les avantages de CMO

- Faible masse volumique
- Coût-matière relativement faible

- Insensibilité à de nombreux agents chimique
- Mise en œuvre aisée et rapide, compatible aussi bien avec du prototype qu'avec une production en série.

#### b- Les inconvénients de CMO

- Tenue en température médiocre
- Sensibilité à l'humidité

### I.3.1.2. Composite à matrice minérale

#### I.3.1.2.1. Composites à matrice céramique (CMC)

Beaucoup moins répandus que leurs homologues à matrice organique en raison d'un coût élevé, les CMC s'adressent aux applications à très haute température. Ils sont principalement utilisés dans l'industrie spatiale et l'aéronautique militaire, ainsi que pour la conception d'organes haut de gamme comme des disques ou plaquettes de freins.



**Figure I.10.** Quelques applications des CMC : (a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine, (c) un disque de frein haut de gamme.

Les céramiques possèdent de nombreux atouts pour de telles applications : elles peuvent résister à des températures très élevées, sont plus légères que de nombreux métaux, et présentent une bonne stabilité chimique. Malheureusement, leur grande fragilité limite fortement leur domaine d'utilisation. Le principe des CMC est donc de rendre les céramiques moins cassantes en leur donnant une structure composite, c'est-à-dire en les façonnant sous forme de renforts et d'une matrice. Comme expliqué dans la ressource « Matériaux composites et structures composites », cela conduit à une meilleure résistance à la rupture, pour deux raisons :

- Les fibres ayant un diamètre microscopique, il est possible de les fabriquer avec très peu de défauts, ce qui conduit à des contraintes de rupture plus élevées ;



- Lorsque le composite se dégrade, les fissures ont tendance à suivre les interfaces situées entre les fibres et la matrice au lieu de se propager dans les fibres ; au lieu de rompre brutalement, le matériau se « désassemble » donc progressivement.

Afin de ralentir le plus possible la rupture, les matrices céramiques possèdent généralement une structure multicouche: la matrice est faite de plusieurs couches superposées, ce qui permet de multiplier les interfaces et donc les déviations des fissures. Tout ceci fait que les CMC sont beaucoup moins fragiles et beaucoup plus tenaces que les céramiques massives, et peuvent donc être utilisés dans des pièces mécaniques.

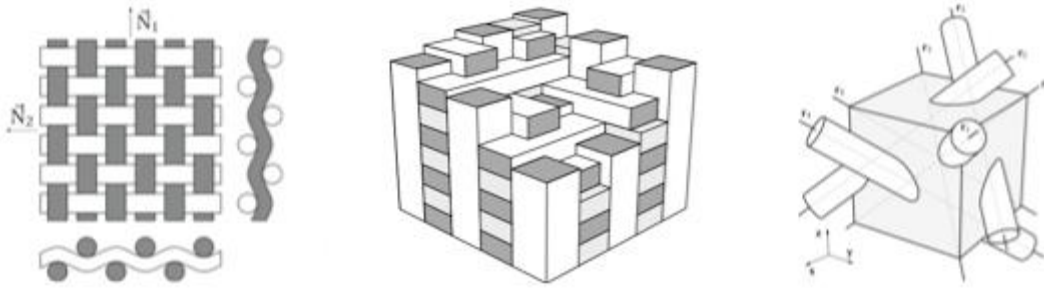


**Figure I.11.** (a) Schématisation d'une matrice multicouche ; (b) effet protecteur des interfaces : les fissures sont déviées et leur progression vers les fibres est donc ralentie.

Dans les CMC, les renforts et la matrice sont souvent constituées de carbure de silicium (SiC), de carbone (C) ou d'alumine ( $Al_2O_3$ ) ; bien que le carbone ne soit pas une céramique, les matrices de carbone possèdent des comportements assez similaires aux matrices céramiques et sont donc souvent assimilées aux CMC. Il est relativement fréquent que les renforts et la matrice soient faits du même matériau : le rôle de la structure composite, ici, n'est pas tant de combiner les propriétés des constituants que d'en faire émerger de nouvelles, à savoir la ténacité et la ductilité. Une particularité des CMC est d'ailleurs que souvent, les fibres sont moins rigides que la matrice !

En outre, au niveau des interfaces, on dépose une fine couche d'un autre matériau qui joue le rôle de fusible : les fissures s'y propagent au lieu de le traverser, ce qui protège les fibres (ou les couches inférieures) de la rupture. La contrainte de rupture du matériau d'interface doit donc être inférieure à celle des autres constituants... sans pour autant être trop faible, faute de quoi l'interface se dégrade prématurément et ne transfère plus les efforts entre les différentes couches. Un matériau d'interface courant, répondant bien à ces exigences, est le pyrocarbone (PyC).

Côté architecture, les CMC possèdent généralement des fibres longues continues, tressées en fils qui sont ensuite organisés en tissus 2D ou 3D; comme pour les CMO, il existe également des CMC à fibres courtes, dont le comportement et la mise en forme se rapprochent beaucoup plus des céramiques traditionnelles.

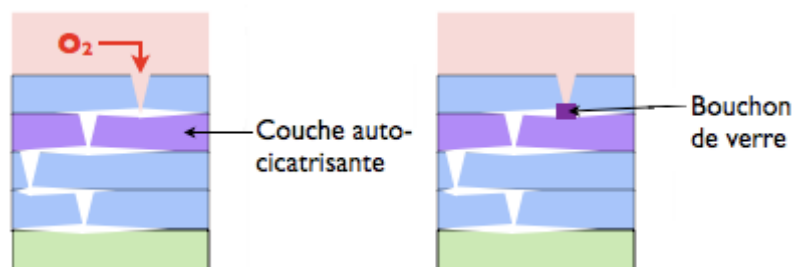


**Figure I.12.** Exemples d'architectures utilisées avec les CMC : (a) tissu 2D équilibré, (b) tissu 3D tri-orthogonal, (c) tissu « 4D » (renforcé selon les quatre diagonales d'un cube).

Là encore, il est possible d'intégrer de nouvelles fonctions techniques au sein du composite en jouant sur la constitution de la matrice. Dans le cas des CMC, l'objectif recherché est souvent d'allonger la durée de vie car il s'agit d'une problématique vitale pour ces matériaux : typiquement, la plupart des CMC actuels ont encore une durée de vie trop courte pour être utilisés dans les moteurs d'avions civils. L'expérience montre que le mécanisme limitant la durée de vie est souvent l'oxydation sous contraintes, qui provient de l'action de trois facteurs :

- Un environnement oxydant (par exemple, l'oxygène de l'air ou la vapeur d'eau) ;
- Une température élevée, qui accélère fortement les réactions d'oxydation ;
- Un chargement mécanique élevé, qui crée un réseau de fissures dans le composite et finit ainsi par mettre les fibres à nu.

Dans ces conditions, les oxydants s'infiltrent dans les fissures ; s'ils atteignent et oxydent les fibres, la rupture survient rapidement. Pour les en empêcher, les industriels ont mis au point des matrices auto-cicatrisantes, contenant des composés à base de *bore* (B). Lorsque le bore s'oxyde, il forme un verre qui rebouche les fissures et ralentit la progression des oxydants vers les autres couches. Ce mécanisme prolonge grandement la durée de vie du CMC : le gain peut atteindre un facteur 1000



**Figure I.13.** Principe d'une matrice auto-cicatrisante : (a) de l'oxygène pénètre dans la matrice fissurée, (b) l'oxydation de la matrice crée un verre qui bouche la fissure, protégeant ainsi les fibres.

Les CMC comptent ainsi parmi les matériaux les plus performants pour les applications thermomécaniques exigeantes. Malheureusement, leur coût de revient est très élevé à cause des procédés de fabrication employés : il s'agit de mettre en place un tissu de fibres, puis d'y infiltrer des

précurseurs gazeux ou liquides qui vont réagir chimiquement pour former la matrice, couche après couche. Cette réaction s'effectue à des températures assez élevées, est parfois très lente, et demande des équipements lourds. Sa mise en œuvre a donc un coût très élevé, qui explique la faible diffusion de ces matériaux.

### I.3.1.2.2. Composites à matrice métallique (CMM)

Enfin, les composites à matrice métallique ont été élaborés pour tenter de concilier les qualités des métaux (ductilité, bonne tenue face au vieillissement et au feu...) avec la légèreté et les bonnes caractéristiques mécaniques propres aux structures composites. Ce sont des matériaux performants, mais pénalisés par un coût de revient encore élevé et réservés à des applications relativement exigeantes, dans divers domaines.



**Figure I.14.** Exemples d'applications des composites à matrice métallique

Les CMM comportent une matrice en métal léger (aluminium et ses alliages, magnésium, titane...) et un renfort pouvant être, comme pour les CMO ou CMC, de deux types :

- Soit des particules ou des fibres courtes céramiques ; les propriétés mécaniques sont alors légèrement supérieures à celle du métal formant la matrice, et les procédés traditionnels de mise en forme des métaux peuvent généralement être employés ;
- Soit des fibres longues céramiques ou métalliques ; les propriétés sont alors bien supérieures à celles de la matrice, et les procédés de mise en forme sont plus coûteux (il s'agit typiquement d'infiltrer du métal fondu autour d'un tissu de fibres).

Un avantage de ces composites est que la matrice étant métallique, ses caractéristiques mécaniques intrinsèques sont généralement bonnes. Il est donc possible de s'appuyer sur le comportement matriciel et de ne renforcer que certaines zones, ou encore de se contenter de renforts unidirectionnels ; cela est généralement impossible avec les matrices polymères (en raison de leur faible résistance) ou céramiques (en raison de leur fragilité). Un inconvénient est la grande réactivité chimique des métaux : lors de la mise au point du composite, il faut s'assurer que la matrice et le renfort ne peuvent pas réagir

entre eux, faute de quoi les conséquences sur les propriétés mécaniques peuvent être catastrophiques (GENDRE L. , 2011)

## I.3.2. Renfort

Les rôles des renforts consistent à :

- Supporter les efforts appliqués ;
- Conférer au composite sa rigidité élastique et sa résistance à la rupture, éventuellement à haute température ;
- Ils doivent également être compatibles avec la matrice du composite sur le plan chimique, c'est-à-dire assurer une adhérence interfaciale renfort-matrice suffisante et stable dans le temps.

### I.3.2.1. Fibre de verre



**Figure I.15.** Fibre de verre

Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion (GD). Elles sont les plus anciennes (1940) et les moins chères des fibres du marché, et celles dont on réalise le plus fort tonnage. Les fibres de verre constituent le principal renfort, utilisé dans plus de 95% des matériaux composites.

Elles sont obtenues à partir de silice et d'additifs. Le verre est coulé en fusion à 1250°C à travers une filière en platine-rhodium ; après refroidissement, les filaments sont étirés pour obtenir des fibres continues. Suivant les applications auxquelles elles sont destinées, les fibres de verre sont réparties en trois qualités :

- Fibres E pour les composites grandes diffusions (GD) ;
- Fibres D pour les applications dans la construction électrique (circuits imprimés) ;
- Fibres R pour les composites hautes performances (HP).

### I.3.2.1.1. Procédé de fabrication des fibres de verre

1. Affinage à 1500°C: la composition est chauffée ; elle devient visqueuse (vers 800°C), puis liquide, et finalement se vitrifie. À 1500°C, elle est homogène, et les dernières bulles et impuretés disparaissent ;
2. Filage par étirement : le verre en fusion se transforme en filament en étant étiré à grande vitesse ; la filature des filaments s'apparente en fait à la filature textile classique pour produire un fil. Ce fil de verre se bobine ensuite autour d'une broche ;
3. Ensimage : l'étirage et le bobinage n'ont pas suffisamment d'effet pour rassembler durablement les centaines de filaments en un fil (le verre est trop lisse pour s'agglomérer). L'ensimage consiste à ajouter un revêtement protecteur pour permettre l'agglomération des filaments et faciliter l'intégration dans les polymères ;
4. Finition : les fils sont ensuite bobinés ou coupés selon les finalités ;
5. Séchage (oven drying) : les fils sont finalement séchés à des températures de 700 à 800°C.

### I.3.2.1.2. Procédé de fabrication de la laine de verre

1. **Matières premières** : Le verre de la laine de verre se compose de verre recyclé (dans une proportion pouvant aller jusqu'à 80%, à minima 40%), de sable et d'autres matières naturelles tels que le calcaire ou la dolomie qui sont des fondants et permettent l'abaissement de la température de fusion du verre ;
2. **Composition** : Les matières premières sont stockées dans des silos, puis pesées et mélangées pour former la composition ;
3. **Fusion** : La composition verrière entre en fusion dans le four ;
4. **Fibrage** : La matière en fusion passe dans une filière puis dans des assiettes de fibrage d'où elle ressort sous forme de fils de verre qui sont pulvérisés de polymère (le liant) pour former un matelas ;
5. **Etuvage** : Le matelas de laine cuit pour être polymérisé. Il devient ainsi un matelas élastique, qu'il devient possible de comprimer ;
6. **Découpe par massicot** : Les matelas sont surfacés puis découpés. Les chutes sont recyclées dans le processus ;
7. **Conditionnement** : Le conditionnement se fait en rouleaux et panneaux. Les matelas sont très fortement compressés par une enrouleuse, jusqu'à 10 fois leur épaisseur, ce qui permet d'optimiser leur transport ;
8. **Palettisation** : L'opération de la palettisation automatique permet encore d'améliorer la compression des panneaux et rouleaux tout en rendant les produits stockables à l'extérieur.

### I.3.2.1.3. Utilisations des fibres de verre

Le renforcement est de loin l'application la plus importante. Dans 9 cas sur 10, les fibres de verre servent à renforcer les bétons ou les polymères (matériaux plastiques thermodurcissables comme le polyester ou l'époxy) en vue de fabriquer des matériaux composites capables de se substituer à l'acier.

Les principales utilisations de ces matériaux composites sont, par ordre d'importance :

- Les bâtiments et les infrastructures (29%) ;
- Les transports (25%) : avions, TGV ;
- L'électricité et l'électronique (16%) ;
- Les sports et loisirs (14%) : perches d'athlétisme, skis et planches de surf ;
- Les équipements industriels (11%).

Pour l'isolation, le verre est utilisé sous la forme d'un enchevêtrement de fibres assez courtes constituant une sorte de matelas, souvent désigné sous le nom de laine de verre. Ce matériau est utilisé pour l'isolation thermique des combles et des toitures.

Par ailleurs, les fibres de verres, grâce à leur souplesse, leur transparence et leur excellente capacité de transmission de la lumière, sont employées comme fibres optiques dans le domaine médical (endoscopie) et dans le domaine des télécommunications où la fibre optique est une technologie d'avenir.

### I.3.2.1.4. Les avantages et inconvénients de fibre de verre

#### a. Les avantages de fibre de verre

- Bonne résistance spécifique (pour le verre R) ;
- Une bonne adhérence entre fibres et résines (matrices) ;
- De bonnes propriétés mécaniques, mais inférieures à celles de la fibre de carbone ;
- Des propriétés d'isolation électrique acceptables pour la plupart des applications.
- Tenue à la température élevée ;
- Incombustibilité ;
- Dilatation et conductivité thermique faible ;
- Bon rapport de performances mécanique/prix.

#### b. Les inconvénients de fibre de verre

- Caractéristique mécanique moyennes, notamment la rigidité élastique.

- Vieillessement au contact de l'eau
- Tenue au choc médiocre (ADIM, 2016)

### I.3.2.2. Fibre de céramique



**Figure I.16.** Fibre de céramique

Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée entre 500°C et 2 000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Quelques exemples de fibres céramiques :

- Fibres de Carbure de Silicium
- Fibres de Bore
- Fibres de Bore carbure de silicium (GORNET, 2011)

### I.3.2.3. Fibre métallique

Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication. Elles approchent les propriétés d'un cristal parfait.

Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour :

- Leurs bonnes conductibilités thermique et électrique ;
- Leurs caractéristiques thermomécaniques. (ADIM, 2016)

### I.3.2.4. Fibre de carbone



**Figure I.17.** Fibre de carbone

C'est la fibre la plus utilisée dans les applications hautes performances en aéronautique, en construction industrielle et dans les sports et loisirs. Très fortement orientées, les microstructures des fibres de carbone donnent une importante rigidité et résistance des fibres dans la direction longitudinale que dans la direction transversale.

La fibre de carbone se compose des fibres extrêmement fines, d'environ 5 à 10  $\mu\text{m}$  de diamètre, et elle est composée principalement d'atomes de carbone. Ceux-ci sont agglomérés dans des cristaux microscopiques qui sont alignés plus ou moins parallèlement à l'axe long de la fibre. L'alignement des cristaux rend la fibre extrêmement résistante pour sa taille. Plusieurs milliers de fibres de carbone sont enroulées ensemble pour former un fil, qui peut être employé tel quel est ou tissé.

Ces fibres sont fabriquées pour atteindre de plus hautes résistances en traction, mais ceci est fait au dépend de leurs capacités de déformations faibles. Les fibres de carbone peuvent aussi être très conductrices de chaleur et d'électricité, ce qui peut être un avantage ou un désavantage, selon le point de vue du concepteur.

**Tableau I.7.** Caractéristique de divers types de carbone.

Fibre	Carbone à haute résistance HR	Carbone à bas module BM	Carbone à haute module HM	Carbone à très haute module THM
Masse volumique ( $\text{Mg}/\text{m}^3$ )	1.85	1.70	1.90	1.95
Résistance à la traction $R_m$ (MPa)	3500 à 4900	1800	2800 à 4400	2300
Module de Young E (GPa)	200 à 250	180	400 à 600	750 à 820
Allongement à la rupture A (%)	1.3 à 2.1	2	0.70 à 1.2	0.3



### I.3.2.4.1. Les avantages et inconvénients de fibre de carbone

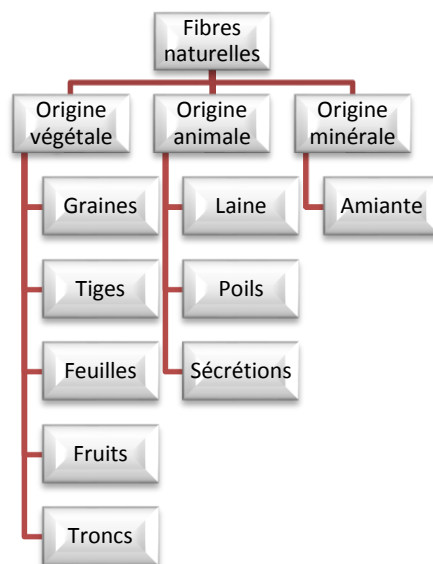
#### a. Les avantages de fibre de carbone

- Excellentes propriétés mécaniques ;
- Très bonne tenue en température (non oxydante) ;
- Dilatation thermique nulle ;
- Bonne conductibilité thermique et électrique ;
- Bonne tenue à l'humidité ;
- Usinage aisé ;
- Faible densité.

#### b. Les inconvénients de fibre de carbone

- Une mauvaise résistance à l'abrasion et aux chocs ;
- Leur recyclage (broyage problématique) ;
- Leur conductivité, de nombreuses électrocutions ont frappé des pêcheurs après avoir heurté une ligne électrique avec leur canne ; ou des marins en manœuvrant le mât de leur voilier ;
- Cette fibre provoquerait sous certaines formes des risques de cancer du poumon ;
- Prix très élevé. (ADIM, 2016)

### I.3.2.5. Fibres Naturelles



**Figure I.18.** Différentes fibres naturelles

On peut subdiviser les fibres naturelles en trois grands groupes selon leur origine:

1) Les fibres végétales qui comprennent :

- Des fibres provenant des poils séminaux de graines (coton, kapok) ;
- Les fibres libériennes extraites de tiges de plantes (lin, chanvre, jute, ortie) ;
- Les fibres extraites de feuilles (sisal), de troncs (palmier), d'enveloppes de fruits (noix de coco).

2) Les fibres animales qui proviennent des poils, telles que la toison animale, et des sécrétions telles que la soie

3) Les fibres minérales telles que l'amiante. (ADIM, 2016)

**Tableau I.8.** Domaines d'applications et parts de marché des composites à fibres naturelles.

Domaine d'application	Part de marché
Bâtiment	30%
L'industrie automobile	25%
Équipements industriels	10%
Electronique	9%
Sport	8%
La construction navale et l'industrie de l'acier	6%
Génie électrique	6%
Industries de l'aviation et l'espace	3%
Médecine	1%
Chemins de fer	1%
Les éoliennes	1%

### I.3.2.6. Fibres de Kevlar (d'Aramidés)



**Figure I.19.** Fibre d'aramide

Les fibres aramidés ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbonés mais leurs résistances à la compression est faible. La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des enzymages des fibres peuvent être utilisé. (GORNET, 2011)

### I.3.2.6.1. Les avantages et inconvénients de fibre d'aramide

#### a. les avantages de fibre d'aramide

- Haute résistance à la traction et module d'élasticité élevé ;
- Faible densité, bonne résistance à la fatigue et bonne résistance chimique (aux carburants, eau de mer mais pas pour les acides) ;
- Excellent facteur d'amortissement des vibrations ;
- Une excellente stabilité thermique, ne fond pas et n'entretient pas la combustion ;
- Matériau non conducteur ;
- Prix moyen 2 à 3 fois moins cher que les fibres de carbone.

#### b. les inconvénients de fibre d'aramide

- Très faible résistance à la compression et faible adhérence avec les résines d'imprégnation ;
- Reprise d'humidité importante ;
- Usinage délicat ;
- Prix intermédiaire; 10 fois celui des fibres de verre E. (SALLAI, 2011)

### I.3.2.7. Classification des renforts

Les principaux types de renforts se distinguent par :

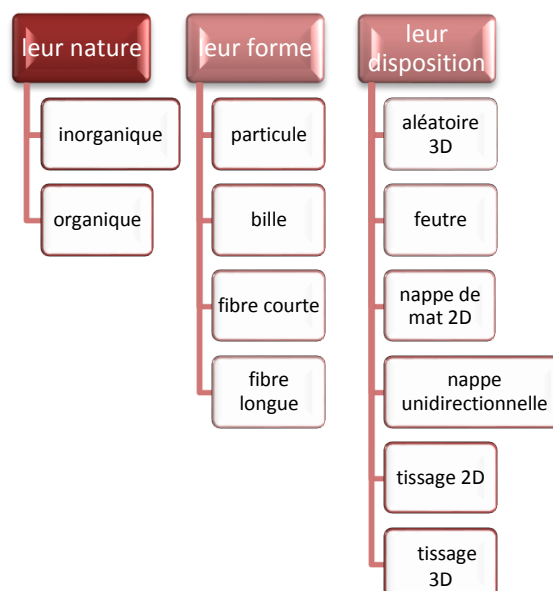


Figure I.20. les principaux types de renforts

### I.3.3. Les Charges

De manière générale, les charges et additifs jouent un rôle essentiel dans l'obtention des propriétés des polymères, qu'ils soient utilisés seuls ou comme matrices de composites ; il en existe de très nombreux types.

Les charges sont des particules solides que l'on disperse au sein de la matrice. Elles peuvent être minérales, organiques (végétales ou synthétiques) ou métalliques, et s'utilisent grosso modo de la même façon que dans les plastiques "traditionnels".



**Figure I.21.** Exemples des charges : (a) microbilles de verre, (b) noir de carbone, (c) silice.

- Des microbilles de verre creuses, ajoutées en plus des renforts principaux, qui améliorent la tenue en compression tout en allégeant la matrice ;
- Du noir de carbone utilisé à la fois comme pigment noir, comme barrière anti-UV et comme antioxydant ;
- Des particules de silice pour rendre la matrice plus isolante (thermiquement, électriquement et acoustiquement), diminuer son retrait au moulage ;
- Des poudres ou paillettes métalliques pour rendre la matrice conductrice de l'électricité et de la chaleur, pour améliorer son usinabilité, sa résistance aux chocs ou à l'abrasion ;
- Des billes thermoplastiques ajoutées dans les matrices thermodurcissables, pour améliorer leur ductilité et donc leur résistance à la fissuration. (NEDRI, 2016)

#### I.3.3.1. Charges renforçantes

Sphériques ( $10 < \Phi < 150 \mu\text{m}$ ) : microbilles de verre creusées ou pleines, microbilles de carbone. Non sphériques : mica sous forme d'écailles

#### I.3.3.2. Charges non renforçantes

Ces matériaux sont ajoutés à la résine afin de réduire le coût de la résine. Ils sont extraits de roches ou de minerais (carbonate de calcium, talc, kaolin, silices...etc.). L'incorporation de ces charges à la

matrice a pour effet d'augmenter certaines propriétés, entre autres, la masse volumique, le module d'élasticité, la dureté, la viscosité et la stabilité dimensionnelle. Par contre, on obtient une réduction du prix, de la résistance à la traction et de la résistance à la flexion du composite.

### **I.3.3.3. Charges ignifugeantes**

Ces charges ajoutées aux résines ont pour rôle de réduire ou d'empêcher les phénomènes de combustion. Parmi les charges solides utilisées dans les résines thermodurcissables, nous citons :

- L'hydrate d'alumine, produit le plus utilisé dans les résines thermodurcissables,
- L'oxyde d'antimoine.

### **I.3.4. Les Additifs**

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- Lubrifiants et agents de démoulage,
- Pigments et colorants,
- Agents anti-retrait,
- Agents anti-ultraviolets.

#### **I.3.4.1. Lubrifiants et agents de démoulage**

Ces additifs ont pour objet de faciliter le façonnage de la résine et de réduire la tendance de la résine à adhérer aux moules, aux mandrins, etc.

#### **I.3.4.2. Pigments et colorants**

Les pigments sont des produits insolubles se présentant sous forme de poudres ou de paillettes. Ils sont obtenus à partir d'oxydes ou de sels métalliques. À partir de ces pigments, il est possible d'obtenir des pâtes colorantes constituées de dispersions de pigments dans une pâte (résine, plastifiant), pour une utilisation aisée.

Les colorants sont des composés organiques solubles dans un solvant adapté. Leur emploi est limité, du fait d'une mauvaise tenue chimique et thermique.

#### **I.3.4.3. Agents anti-retrait et agents de fluage**

La polymérisation des résines conduit à une diminution des distances interatomiques du monomère initial. Il s'ensuit un retrait de la résine polymérisée, qui peut aboutir à un mauvais état de surface, à un

gauchissement ou à des microfissurations des pièces moulées. Bien que l'incorporation des charges à la résine en limite le retrait, il est souvent nécessaire d'ajouter des produits spécifiques anti-retrait (additifs dits "low profile" et "low shrink"), qui diminuent ou annulent le phénomène de retrait. Ces produits améliorent également l'écoulement de la matière dans certaines techniques de moulage. Ces agents anti-retrait sont généralement des produits à base de thermoplastiques ou d'élastomères, se présentant sous forme de poudre ou en solution dans du styrène.

#### I.3.4.4. Agents anti-ultraviolets

Les agents anti-ultraviolets ont pour fonction de protéger les résines de l'action des rayons ultraviolets contenus dans le rayonnement solaire. Le principe de ces agents est d'absorber le rayonnement ultraviolet et d'éviter ainsi une détérioration prématurée de la résine par rupture de liaisons atomiques ou par passage à un état excité qui favorise l'oxydation (phénomène de photo-oxydation). (BERTHELOT, 2012)

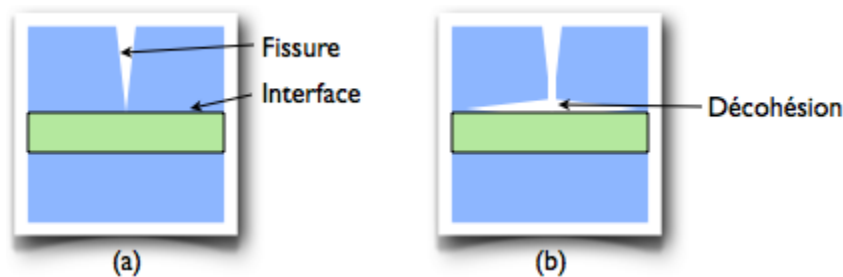
**Tableau I.9.** Caractéristiques des principales charges et additifs utilisés

Nature de la charge	Densité réelle	Utilisation
Bisulfure molybdène	10.2	Lubrifiant interne
Carbonate calcium	2.7	Diminue du retrait - Augmente la viscosité - Réduit le coût
Carbone black	3	Pigment pouvant inhiber la polymérisation
Corindon	4	Augmente la dureté - Augmente la résistance à l'abrasion
Dolomie	2.9	Opacifie les Gelcoats
Hydrate d'alumine	5.2	Augmente la tenue au feu
Kaolin	2.6	Réduit le poissant
Mica	2.8	Confèrent des propriétés diélectriques et thermiques pour réaliser des pièces isolantes
Microbille de verre	2.5	Augmente la dureté - Augmente la résistance à l'abrasion Augmente la résistance à la rayure
Microsphère de verre	0.9	Diminue la densité des résines
Oxyde de titane	2.5	Coloration ultra-blanche
Poudre d'alu	2.6	Augmente la conduction thermique
Poudre d'ardoise	2.6	Rend diélectrique
Poudre de Quartz	2.65	Augmente la dureté - Augmente la résistance à l'abrasion Augmente la résistance à la rayure - Confère des propriétés diélectriques
Silice colloïdale	2.2	Agent thixotrope
Talc	2.9	Diminue le retrait - Augmente la viscosité - Augmente la ponçabilité - Réduit le coût - Confère des propriétés diélectriques

### I.3.5. L'interface fibre-matrice

Les composites étant des matériaux hétérogènes, ils possèdent des interfaces, c'est-à-dire des surfaces de contact entre la matrice et le renfort. Tant que le composite est intact, les deux constituants adhèrent parfaitement l'un à l'autre, et l'interface ne joue donc aucun rôle particulier. Cependant, l'interface joue un rôle important lorsque le composite subit des dégradations mécaniques et commence à se fissurer suite à une surcharge, à la fatigue...

En effet, les interfaces ont la propriété de dévier les fissures ; lorsqu'une fissure se propage dans la matrice et atteint l'interface (Figure elle ne traverse généralement pas cette dernière et les renforts ne sont donc pas endommagés. Au lieu de cela, la fissure change de direction et suit l'interface. En d'autres termes, au lieu d'une rupture brutale, on observe plutôt une décohésion, c'est-à-dire un décollement progressif entre les renforts et la matrice. L'interface joue donc le rôle de fusible et rend les composites plus ductiles et plus tenaces, c'est-à-dire plus résistants à la rupture, que leurs constituants élémentaires. (GENDRE L. , 2011)



**Figure I.22.** Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites : lorsqu'une fissure atteint l'interface (a), elle est déviée (b).

Au lieu d'une rupture brutale, on observe donc une décohésion progressive des constituants. Ce phénomène, allié au faible taux de défauts permet d'expliquer un paradoxe.

Les composites à base de fibres de verre longues, par exemple, sont bien plus résistants que le verre massif, alors que leurs propriétés mécaniques proviennent essentiellement des fibres de verre, Ceci illustre un aspect fondamental des composites grâce à leur structure et leur géométrie, ils possèdent des propriétés que leurs constituants seuls n'ont pas, ou dit autrement, ils ont un comportement différent de celui qu'auraient leurs constituants pris isolément.

Ainsi, certains composites à fibres et à matrices céramiques ont un comportement ductile, alors qu'il est bien connu que les céramiques ont des comportements fragiles... (NEDRI, 2016)

## I.4. Classification des matériaux composites

Les matériaux peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composites.

### I.4.1. Classification suivant la forme des constituants

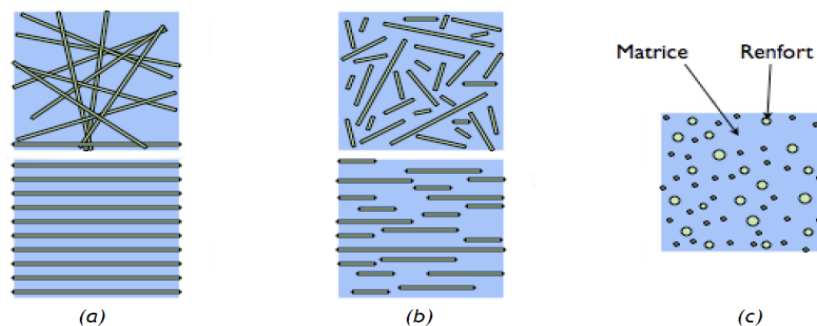
En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

#### I.4.1.1. Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibre si le renfort se trouve sous forme de fibres, les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permet de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécaniques et physiques en jouant :

- La nature des constituants ;
- La proportion des constituants ;
- L'orientation des fibres ;
- Suivant le cahier des charges imposées.

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques. En conséquence, le présent ouvrage sera essentiellement consacré par la suite à l'étude de ce type de matériaux.



**Figure I.23.** Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules.



**Tableau I.10.** comportement mécanique des fibres en fonction de leur architecture

Architecture des fibres	Comportement mécanique	Orientation de la tenue mécanique	Taux maximal de renfort	Type de fibres
Fibres coupées et broyées	Moyen	Quelconque	30%	Verre
Mats fibres coupées	Moyen	Quelconque	30%	Verre
Mats fibres continues	Moyen	Orientée	30%	Verre
Fibres continues	Intermédiaire	Unidirectionnelle	50 à 70%	Toutes
Tissus	Fort	Bi ou tri directionnelle	30 à 70%	Toutes

**Tableau I.11.** Synthèse d'utilisation des résines et renforts

Résines		Fibres de renfort				
		Verre E	Verre D	Verre R	Carbone	Aramide
Thermodurcissable TD	Phénoliques	GD	GD			
	Polyuréthanes	GD				
	Epoxy		HP	HP	HP	HP
Thermoplastique TP	Polypropylène	GD				
	PA 6 et 6-6	GD		HP		
	PA12, peek (mofinal)			HP	HP	HP

Le tableau donne une synthèse de l'utilisation des résines et renforts avec :

GD : grande diffusion

HP: haute performance

TD : thermodurcissable

TP : thermoplastique

#### **I.4.1.2. Composites à particules**

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tel le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporé dans des métaux ductiles,

augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante.

Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures.

Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités, ce type de matériaux ne sera pas étudié dans le cadre de cet ouvrage.

#### **I.4.2. Classification suivant la nature des constituants**

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

Composites à matrice organique (résine, charges), avec :

- Des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- Des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- Des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

Composites à matrice métallique (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :

- Des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- Des fibres métalliques : bore,
- Des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

Composites à matrice minérale (céramique), avec :

- Des fibres métalliques : bore,
- Des particules métalliques : cermets,
- Des particules minérales : carburent, nitrures, etc.

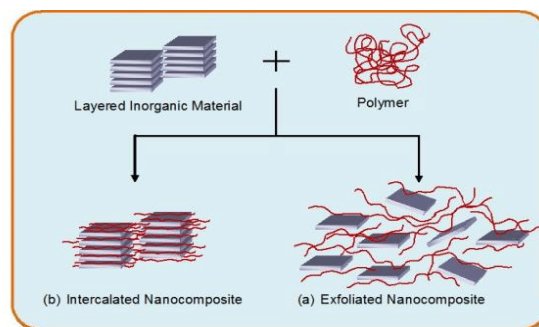
Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique. (BELKACEMI, 2006)

## I.5. D'autres types de composites

### I.5.1. Les nanocomposites

Les matériaux composites sont formés d'une matrice contenant des inhomogénéités (de l'ordre du micron) qui sont beaucoup plus grandes que les atomes mais suffisamment petites pour que ces matériaux soient homogènes à l'échelle macroscopique Parmi les matériaux composites on peut citer des composites naturels tels que le bois (fibres de cellulose dans une matrice de lignine) mais aussi synthétique tels que la gomme d'un pneumatique qui outre la résine élastomère contient également du noir de carbone ou de la silice.

Les NC sont également composés d'une matrice contenant des charges. La différence par rapport aux matériaux composites classiques provient du fait que les charges possèdent au moins une dimension de l'ordre du nanomètre. Ces nanocharges peuvent être monodimensionnelles (e.g.NTC), bidimensionnelles (e.g. argiles en feuillets) ou encore tridimensionnelles (e.g. nanosphères).



**Figure I.24.** Les nanocomposites

Les NC présentent plusieurs intérêts par rapport aux composites classiques. Un premier intérêt réside dans la surface interfaciale entre les nanocharges et la matrice. Pour un poids donné, les nanoparticules présentent une surface d'échange beaucoup plus importante que les particules de taille microscopique.

Les NC ont donc de meilleures propriétés comparativement aux composites classiques, comme par exemple une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

Bien que l'ajout de charges microscopiques dans une matrice permette d'améliorer quelques propriétés, cela se fait au détriment d'autres propriétés. Les NC présentent souvent des propriétés similaires aux composites classiques mais pour des teneurs en charges jusque 20 fois inférieures, limitant ainsi par la même occasion la dégradation des propriétés provoquée par l'ajout de charges macroscopiques.(PENU, 2008)

**Tableau I.12.** Avantages et inconvénients de nanocomposite

Propriétés améliorées	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriétés mécaniques (ténacité, rigidité)</li> <li>• Barrière aux gaz</li> <li>• Retardateurs de flammes</li> <li>• Expansion thermique</li> <li>• Conductivité thermique</li> <li>• Résistance chimique</li> <li>• Renforcement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Augmentation de la viscosité (processabilité)</li> <li>• Difficultés de dispersion</li> <li>• Sédimentation</li> <li>• Coloration noire lorsque des particules de carbone sont utilisées.</li> </ul>

## I.5.2. Composite intelligent

Les matériaux composites intelligents sont en train de s'affirmer comme les matériaux les plus prometteurs du XXI<sup>ème</sup> siècle. Leur étude n'en est qu'à ses débuts. Les matériaux composites sont déjà optimisés par nature de par leur résistance spécifique à la rupture, leur rigidité spécifique, leur résistance à la corrosion. Ils ont de plus des aptitudes exceptionnelles vis-à-vis de l'amortissement. Leur caractéristique la plus particulière est la souplesse de conception des pièces en composites, utilisant pleinement la versatilité des propriétés mécaniques telles que la résistance et le module anisotrope. La mise au point des matériaux composites intelligents consiste à fournir une intelligence active aux matériaux ou à les rendre adaptatifs en utilisant des capteurs et des actionneurs. Les recherches sur les matériaux composites, qui étaient jusqu'ici concentrées sur leurs propriétés et leurs fonctionnalités, font place à une nouvelle approche incluant la notion de système avec l'incorporation d'une combinaison d'informations et de contrôles.



**Figure I.25.** Combinaison de l'information et du contrôle avec les matériaux

### **I.5.2.1. Définition du concept « technologie intelligente »**

En général, la technologie intelligente pour des matériaux et structures fait appel à l'adaptation des fonctions biologiques, tel que l'autoreproduction, l'auto-réparation, l'autodiagnostic, l'auto-apprentissage ou l'adaptabilité à l'environnement. Autrement dit, trois fonctions majeures doivent être installées dans les matériaux composites et les structures hôtes :

- Détecter les conditions environnementales avec des fibres optiques ou des dispositifs piézoélectriques...etc. ;
- Agir pour changer en créant avec des dispositifs piézo-électriques, des fluides électrorhéologiques, des alliages à mémoire de forme, ...etc. ;
- Procéder à un contrôle des fonctions pour assurer une réponse optimale grâce à un micro-ordinateur.

Ces trois fonctions correspondent respectivement aux sensations humaines, aux mouvements musculaires et à la fonction du cerveau.

### **I.5.2.2. Utilisation des composites intelligentes**

Dans un sens étroit, les matériaux composites intelligents sont considérés comme des structures en matériaux composites équipées de capteurs et d'actionneurs. Dans un sens large, ils peuvent être confondus avec la représentation des structures intelligentes elles-mêmes. La technologie intelligente peut être appliquée non seulement aux matériaux composites mais aussi aux céramiques ou aux alliages, en impliquant des applications potentielles dans l'industrie spatiale et aéronautique, le génie civil et le bâtiment. Les matériaux composites sont intéressants à cause de la mise en forme par moulage de grandes pièces pouvant intégrer en une seule étape la matière première dans les

composants aéronautiques et spatiaux. En particulier, les études sur la construction des structures composites intelligentes sont devenues très fructueuses en incorporant des fibres optiques et des capteurs ou des actionneurs, comme des matériaux piézoélectriques, des fluides rhéologiques, ...etc., très faciles à introduire dans les stratifiés.

### I.5.2.3. Le concept de sécurité active dans les composites intelligents

Selon T.G. Gerardi, l'étude de la sécurité active des avions a été fortement encouragée après l'accident du Boeing 737 de la compagnie Aloha le 28 avril 1988. Lors de l'accident, le plafond de l'avion qui reliait deux îles d'Hawaï s'est déchiré en plein vol. Au cours de fréquents décollages et atterrissages répétés, l'avion très âgé avait subi des endommagements préalables qui étaient passés inaperçus. Le pilote de l'avion a réussi à atterrir en minimisant les dégâts mais n'a pas été informé de la nature de l'incident. Compte tenu du nombre important de vieux avions volant avec des endommagements cachés de fatigue, l'idée du health monitoring a beaucoup progressé. Dans ce cas, une solution est de surveiller en temps réel l'endommagement à l'aide de capteurs. Ce concept est possible grâce à la combinaison de capteurs, d'intelligence artificielle, et d'aide à la décision en temps réel. Gerardi a proposé un avion intelligent, qui est fréquemment cité dans les articles de ce domaine. Il tente de fournir à l'avion un pseudo-système nerveux. L'avion lui-même peut sentir et faire connaître la gravité des endommagements. Le health monitoring peut s'appliquer non seulement aux avions mais aussi aux machines et structures qui fonctionnent dans des conditions dangereuses (réacteurs nucléaires, vaisseaux spatiaux, barrages ou autres structures du génie civil). Autrement dit, la technologie intelligente pourra fournir un atout important aux structures de grande taille qui demandent une maintenance et une inspection régulières, ce qui entraîne un grand nombre d'heures de travail et un coût notable.

### I.5.3. Composites élastomères



Figure I.26. Exemples des composites élastomères

Les composites élastomères sont très répandus dans notre vie courante. En effet, les pneumatiques d'automobile et de cycles, les tuyaux, les courroies, les bateaux pneumatiques, pour ne citer qu'eux, ont des assemblages quelquefois très complexes d'élastomères et d'éléments de renfort.

Ces associations ont des propriétés remarquables. Que l'on songe aux efforts subis par les pneumatiques, aux millions de flexions imposées à une courroie ou aux pressions très élevées exigées dans les tuyaux de freinage, et l'on comprendra la complexité de ces produits. De plus,

Certains d'entre eux sont comptables de notre sécurité. La spécificité de l'industrie du caoutchouc fait que les méthodes de conception et de fabrication de ces produits sont peu connues des ingénieurs d'études. Il est cependant important, sans être un spécialiste, de savoir, au moins superficiellement, comment ces produits sont conçus, fabriqués et testés pour pouvoir cibler les cahiers des charges ou comprendre l'origine d'une défaillance.

Les matrices composites habituelles sont composées de résine comportant relativement peu de composants. Ici, la partie élastomère est composée de mélanges qui peuvent avoir plus de vingt ingrédients et sont réalisés avec des moyens très spécifiques. La nature de ces ingrédients et la formulation des mélanges dépend principalement du produit final réalisé : Courroies, pneumatiques, raccords des tuyaux, joints de portes, ...etc. (ADIM, 2016)

#### **I.5.4. Les matériaux composites hybrides**

Les spécialistes des matériaux ont l'habitude de séparer leur domaine entre matériaux organiques et matériaux inorganiques ou minéraux. Les hybrides font le pont entre ses domaines, En associant les propriétés des matériaux organiques et inorganiques donc ouvrent des nouvelles possibilités dans le domaine des revêtements, des membranes et de l'optique.

Un matériau hybride est défini comme un matériau constitué d'au moins deux phases « organique-inorganique ». Au-delà de cette définition toute scientifique se profilent de nombreuses applications industrielles. Ce que l'on cherche à faire avec les matériaux hybrides, c'est d'obtenir des associations de propriétés inédites. D'une manière générale, en effet, la composante minérale apporte des propriétés mécaniques, thermiques, magnétiques, électriques... Tandis que la composante organique apporte une facilité de mise en œuvre (notamment sous forme de couche mince) et des propriétés élastiques, optiques, électrochimiques, biologiques... Grâce au choix quasi infini de leurs formulations, le potentiel des matériaux hybrides est immense. Mais la plupart d'entre eux en sont encore au stade du laboratoire, et les applications industrielles encore peu nombreuses.

L'un des avantages majeurs des stratifiés hybrides est la capacité de faire un mélange de deux fibres ou matrices dans la même structure et d'orienter les fibres de chaque pli afin d'avoir d'excellentes propriétés. (BENSELAMA, 2016)

## I.6. Procédés de fabrication des structures composites

Les techniques de fabrication jouent un rôle considérable dans les composites car chacune des opérations influe de manière irréversible sur le produit finale.

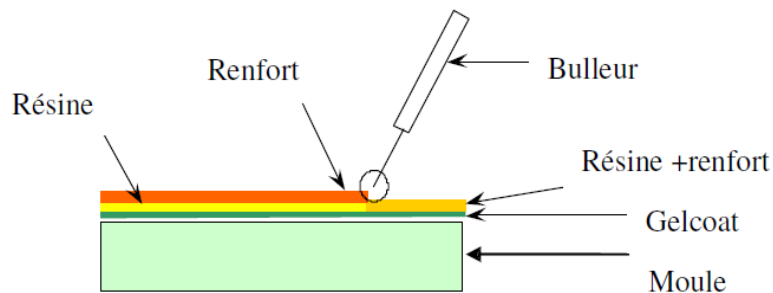
De nombreuses méthodes de fabrication ont été développées pour répondre aux besoins, et leurs choix dépend surtout des caractéristiques mécaniques dérivées et de la géométrie du produit. On peut citer :

### I.6.1. Les technologies dites en moule ouvert

#### I.6.1.1. Moulage au contact

Le principe est de procéder manuellement à la réalisation des pièces à partir des résines thermodurcissables, à température ambiante et sans pression.

Les renforts sont déposés sur le moule et imprégnés de résine liquide, accélérée et catalysée. Après durcissement de la résine, la pièce est démoulée et détournée.



**Figure I.27.** Principe de moulage au contact

On utilise cette technologie de moulage dans le cas de fabrication des petites séries des pièces : de 1 à 1000 pièces/an, Pièces de très grandes dimensions et pour des Revêtements sur supports divers.

Ce type de type de moulage représente des avantages tel que :

- Très larges possibilités de forme.
- Pas de limite dimensionnelle.
- Une surface lisse gelcoatée (aspect, tenue à la corrosion).



- Propriétés mécaniques moyennes à bonnes.
- Investissements spécifiques très faibles.
- Moules simples, peu onéreux, rapide à réaliser en interne.

Mais aussi il se limite à :

- Une seule face lisse.
- Nécessité de finition (détourage, perçage, etc.).
- Qualité tribulaire de la main d'œuvre.
- Faible cadence de production par moule.
- Espace de travail important.
- Conditions de travail médiocres.

### **I.6.1.2. Moulage par projection simultané :**

Les matières premières sont mises en œuvre à l'aide d'une machine dite "de projection" comprenant :

- Un dispositif de coupe - projection du renfort (roving).
- Un ou deux pistolets projetant simultanément la résine.

Les fils coupés et la résine sont projetés sur la surface du moule puis compactés et éboulés à l'aide de rouleaux et d'ébulleurs. La résine pré accélérée est catalysée en continu lors de sa projection.

Parmi les avantages associés à ce type de moulage on retrouve :

- Très larges possibilités de forme et dimensions
- Travail simplifié, suppression de la mise en forme obtenue directement par la projection
- Investissements très modérés
- Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne.

En plus des limites rencontrées par le moulage au contact, celui-ci se limite à des Propriétés mécaniques moyennes.

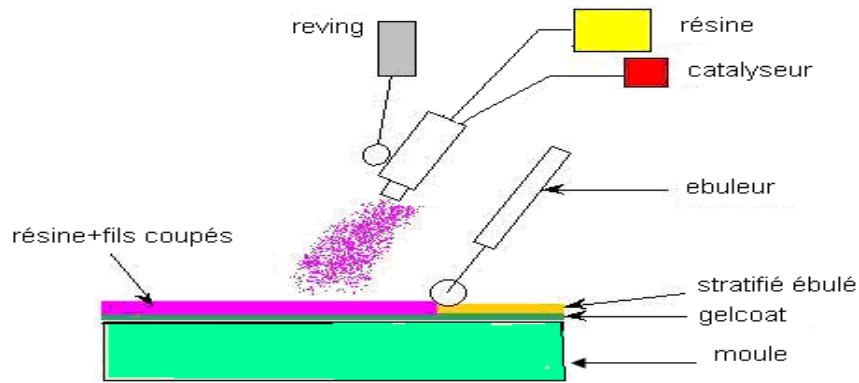


Figure I.28. Principe de moulage par projection simultanée.

## I.6.2. Les technologies dites en moule fermé

### I.6.2.1. Moulage sous vide

Le moulage sous vide s'effectue en utilisant un moule ouvert sur lequel on dispose les couches de renfort imprégné.

Une fois que le renfort (mat, tissu, préforme) est placé à l'intérieur du moule et la résine catalysée est versée sur ce dernier, une feuille de plastique souple vient couvrir le tout hermétiquement (pose d'un joint d'étanchéité sur le périmètre de la pièce). On fait le vide sous la feuille de plastique des bulles d'air, fluage de l'excédent de résine qui est absorbé par un tissu de pompage. L'ensemble est ensuite soumis à polymérisation en étuve ou en autoclave.

La résine peut également être injectée par l'aspiration consécutive au vide.

On utilise ce type de moulage dans le cas d'une production en petites séries de pièces nécessitant deux faces lisses.

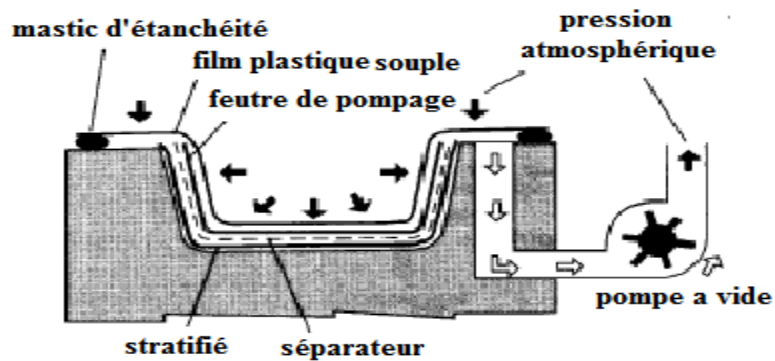


Figure I.29. Moulage sous vide

### I.6.2.2. Moulage par injection basse pression de résine (RTM)

Le moulage par injection de résine liquide RTM (Résine Transfert Molding) s'effectue entre moule et contre-moule rigides.

Le renfort (mats, préforme, éventuellement tissus) est mis en place dans le moule, une fois celui-ci solidement fermé, la résine, accélérée et catalysée, est injectée sous faible pression (1.5 à 4 bars) à travers le renfort jusqu'au remplissage complet de l'empreinte.

La pression de moulage est faible. Le procédé convient pour des cadences jusqu'à 30 pièces par jour.

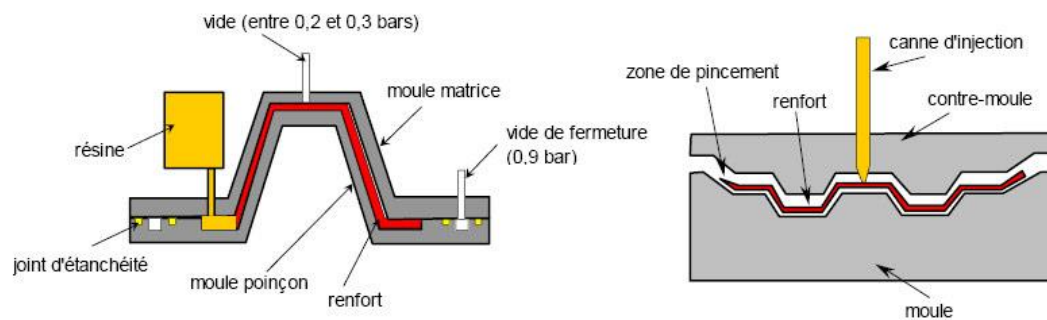


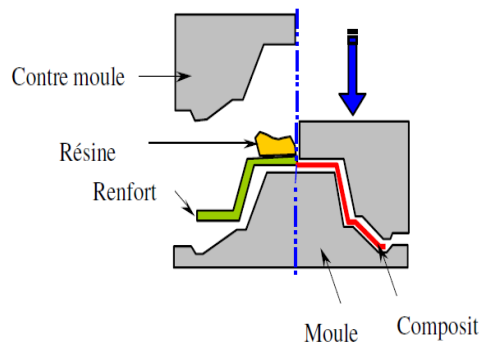
Figure I.30. Principe de moulage par injection de résine.

### I.6.2.3 Moulage à froid

C'est un moulage à l'aide d'une presse à compression entre moule et contre moule rigides, initialement sans apport thermique extérieur.

Le renfort (mat) est posé sur la partie inférieure du moule, la résine dotée d'un système catalytique très réactif, est tout de suite versée en vrac.

La fermeture du moule sous pression (2 à 4 bars) entraîne la répartition de la résine dans l'empreinte et l'imprégnation du renfort. Le durcissement de la résine est accéléré progressivement par l'élévation de température du moule, car la réaction exothermique. Ce qui permet un démoulage rapide.



**Figure I.31.** Principe de moulage à la presse à froid.

#### **I.6.2.4. Moulage par injection de compound BMC**

Le compound (Bulk Molding Compound), préparé dans un malaxeur, est une masse à mouler constituée de résine, de charges et d'adjuvants divers, renforcée par des fils de verre coupés.

Le moulage se fait à chaud (130 - 150 °C) par injection (principalement) entre moule et contre moule en acier usiné.

La pression (50 à 100 bars) de fermeture du moule entraîne le fluage de la matière préalablement dosée et le remplissage de l'empreinte.

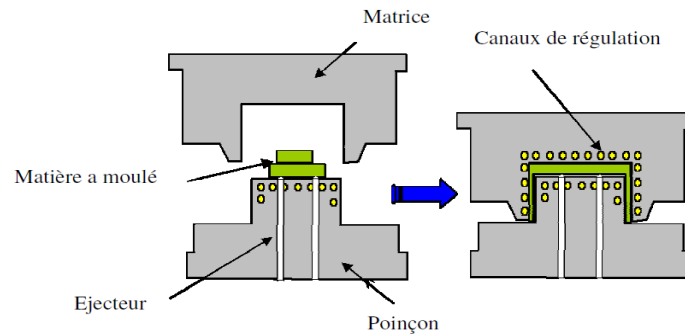
Le temps de durcissement très court permet un démoulage rapide.

On utilise ce type de moulage pour une production en grandes séries, et pour des pièces de taille petite et moyenne, plus ou moins épaisses.

#### **I.6.2.5. Moulage par compression de mat pré imprégné SMC**

Le mat pré imprégné (Sheet Molding Compound) est une nappe de fils coupés ou continus, imprégnée par un mélange de résine polyester, de charges et d'adjuvants spécifiques divers.

Découpé en flans de masse et dimensions déterminées, le mat pré imprégné est moulé à chaud (140 à 160 °C) par compression entre un moule et un contre moule en acier usiné.

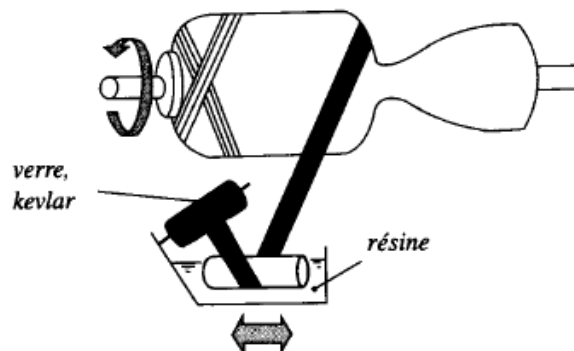


**Figure I.32.** Principe de moulage par compression

### I.6.2.6. Moulage par enroulement filamentaire

Suivant le schéma ci-après, il peut être intégré dans une chaîne de fabrication en continu, et ainsi autoriser l'obtention de tubes de grande longueur. Application aux enveloppes de fusées, de torpilles, de conteneurs etc.

Pour des pièces de révolution à méridienne quelconque, l'enroulement est réalisé sur un mandrin de forme démontable, puis polymérisé en étuve ou en autoclave. Ce procédé est utilisé pour la fabrication de pièces devant résister aux pressions internes, (réservoirs, corps de propulseur etc.) (KAOUCHÉ, 2016)



**Figure I.33.** Enroulement filamentaire

## I.7. Domaines d'application des composites

Les composites entrent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines d'applications possibles : Piscines, bassins, bâtiments, les transports aériens, maritime, routier, ferroviaire, sports, loisirs, ...etc.

### I.7.1. Les composites dans la construction civile

Les techniques traditionnelles ont montré leurs limites au comportement à long terme (oxydation des tôles d'acier...). La recherche dans le domaine de la réhabilitation s'est orientée vers l'utilisation de nouveaux matériaux capables de répondre aux différents critères exigés par les opérations de la maintenance des ouvrages. Plusieurs raisons ont permis aux matériaux composites, restés longtemps limités aux applications militaires et à l'industrie aéronautique, de s'implanter dans le domaine de génie civil.

Cependant, l'utilisation des fibres en polymères est une technique nouvelle qui permet de donner une rigidité et une résistance supplémentaire aux structures dont la conception est insuffisante vis-à-vis des sollicitations auxquelles elles sont soumises.

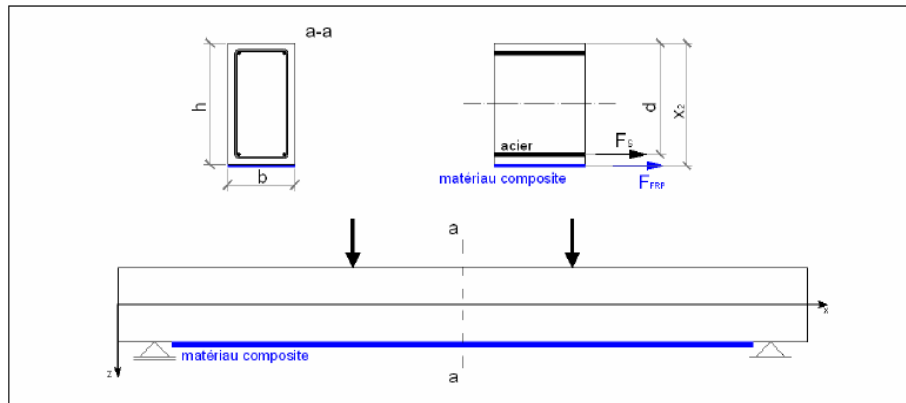
Les FRP sont composés de fibres à haute résistance liées par une résine de polymère. Ils sont disponibles sous forme de bandes (tissus), de plaques, de barres ou de laminés.

Ces matériaux présentent une contrainte de rupture très élevés pour une densité cinq fois moindre que celle de l'acier.

- Grande résistance en traction (avec haut module d'élasticité)
- Grande résistance à la fatigue.
- Légèreté
- Grande résistance à l'usure
- Absorption des vibrations
- Grande résistance à la corrosion.

#### I.7.1.1. Renforcement des poutres par des plaques composites

Le renforcement vis à vis la résistance à la flexion d'une poutre en béton armé en utilisant les composites FPR est généralement réalisé en liant une plaque FPR à l'intrados de la poutre en béton armé (la partie tendue) dans le but d'augmenter la charge de service, la charge ultime et la rigidité des poutres et diminuer les flèches.



**Figure I.34.** Configuration d'une poutre en béton armé soumise à la flexion renforcée au moyen de matériaux composites

Des exemples de renforcement des poutres sont montrés dans les figures suivantes :



**Figure I.35.** Renforcement par les FRP installés le long des poutres d'un pont

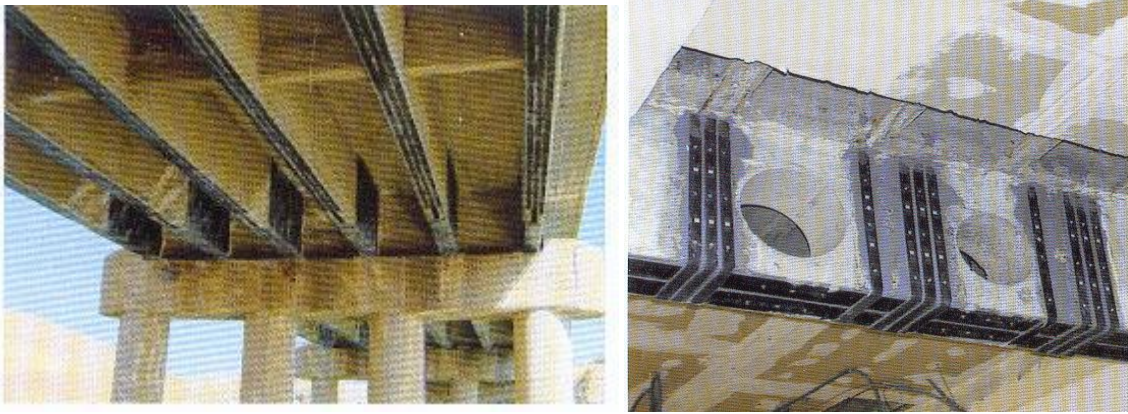


**Figure I.36.** Le renfort vis-à-vis l'effort tranchant au niveau des appuis.

### **I.7.1.2. Renforcement des dalles par les matériaux composites**

La procédure de base de renforcement des dalles par FPR est de coller des bondes ou des lamelles FRP sur la face tendue de la dalle. Pour les dalles travaillantes dans les deux sens on utilise des lamelles croisées.





**Figure I.37.** Renforcement vis à vis la flexion du pont en béton armé



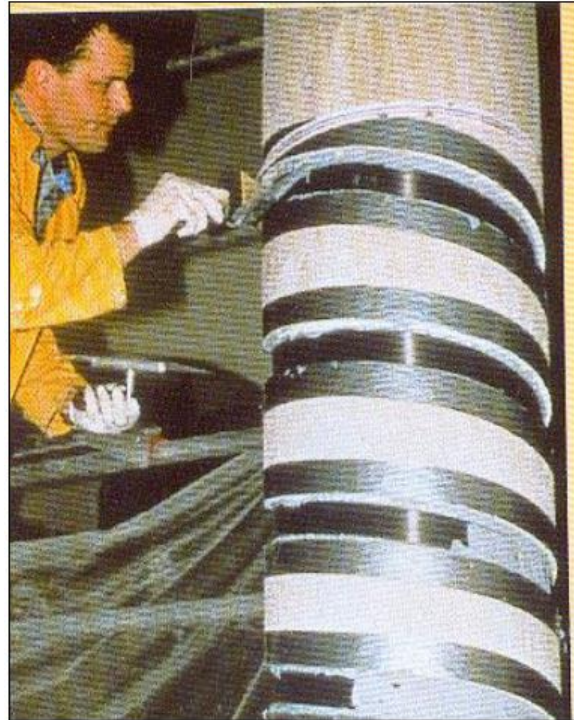
**Figure I.38.** Emplacement des lamelles composites manuellement

### **I.7.1.3. Renforcement des colonnes par FRP**

Au niveau de l'infrastructure, les piles présentent des anomalies qui se résument en la dégradation totale des bétons et l'apparition des aciers complètement corrodés avec diminution de leur section.

La technique de renforcement propre aux colonnes en béton armé consiste à envelopper ces colonnes de feuilles de FRP, les fibres sont placées dans la direction circonférentielle .cette enveloppe crée un effet de confinement du béton qui augmente la résistance aussi bien à la compression qu'au cisaillement. Cette méthode de renforcement améliore le comportement des piles (poteaux) soumises à des chargements sismiques ou déformations dues aux charges axiales.





**Figure I.39.** Colonne partiellement enveloppée par des bandes FRP.



**Figure I.40.** Colonne entièrement enveloppée par FRP (Enroulement filamentaire)

#### **I.7.1.4. Tablier de pont avec FRP**

Les détériorations des éléments du tablier sont dues aux éclatements du béton d'enrobage, corrosion des armatures et des fissures plus ou moins profondes sur les éléments structuraux du tablier, Cela est dû probablement aux attaques des eaux salées du milieu marin et l'augmentation du trafic routier qui entraînant des éclatements du béton et exposant ainsi les aciers à des corrosions et une perte alarmante de la section résistante.

Puisque les matériaux FRP ne corrodent pas et présentent une légèreté et une bonne résistance mécanique, leur utilisation est devenue solution très attractive pour répondre à ces besoins de renforcement interne du béton pour les tabliers des ponts.

Des armatures et treillis de renforcement en FRP de verre et de carbone ont été utilisés avec succès comme armatures internes pour les poutres et les dalles en béton. la figure montre l'armature FRP de verre installée dans un tablier de pont en béton au Québec (BENSELAMA, 2016)



**Figure I.41.** Barres d'armatures en FRP de verre placé dans un tablier de pont en béton avant le coulage du béton

## I.7.2. Les composites dans l'automobile

Les matériaux organiques composites à matrice thermoplastique ou thermodurcissable renforcées par des fibres, généralement de verre, courtes ou longues ont fait leur apparition dans l'automobile durant les années 60-70.

Le secteur de l'automobile utilise pour 95% des composites à matrice polyesters et fibres de verre, mais intègre massivement les composites thermoplastiques depuis 2003.

Les composites apportent au secteur de l'automobile une facilité d'entretien et une grande liberté de conception

Dans l'automobile, le développement à long terme des composites est menacé par la difficulté de les intégrer dans les chaînes de fabrication et par les exigences de recyclage.

A priori, ces matériaux présentent en effet trois handicaps majeurs :

- Un prix élevé au kilogramme ;
- Des caractéristiques mécaniques plus faibles ;
- Des procédés de mise en œuvre souvent lents à l'exception du procédé d'injection.

Pourtant les matériaux composites à matrice organique présentent des avantages importants :

- Une faible densité ;
- Des technologies de mise en œuvre par moulage qui limitent la matière engagée dans la filière, offrent la possibilité d'obtenir des pièces de forme complexe et suppriment les usinages de finition. (BENSELAMA, 2016)

### **I.7.3. Les composites et la construction électrique**

La consommation massive des composites dans les domaines électrique et électronique, prends de l'ampleur avec l'utilisation importante de l'audiovisuel (TV, microordinateurs, lecteurs DVD...etc.).

En utilisant les propriétés remarquables des matériaux composites, la construction électrique réalise des équipements fiables, aux fonctions multiples et longues durée de vie.

### **I.7.4. Les composites et la construction industrielle**

Le développement des composites TD et TP, avec la possibilité de jouer sur leurs caractéristiques, ont fait que ces matériaux, se sont imposés dans le monde industriel. Les fibres de carbone pourront être utilisées en complément aux fibres de verre à la fois comme renfort et comme capteur, et seront associées à des résines polyesters ou époxy.

L'utilisation des matériaux composites peut contribuer à améliorer la sécurité de certains sites industriels sensibles et faciliter la conception des bâtiments.

### **I.7.5. Les composites dans les équipements de sports et loisirs**

Les performances sportives exigent des matériaux performants. Les matériaux composites répondent bien à ces exigences. Les sports et loisirs utilisent des composites HP avec un taux de renforts de plus de 70%. Les sports concernés par ces matériaux sont surtout, le tennis, le ski, les sports nautiques ...etc.

### **I.7.6. Les composites dans la construction nautique**

Dans la construction nautique de plaisance et de pêche, les composites sont indispensables pour les embarcations de taille inférieure à 40 mètres. D'ailleurs c'est le seul domaine exploité en Algérie. Les entreprises étatiques et privées telles que ECOREP, 3S, POLYOR, se sont spécialisées dans la construction des bateaux de pêche et de plaisance. Elles utilisent surtout de la résine polyester et la fibre de verre E.

### **I.7.7. Les composites dans l'aéronautique**

L'aéronautique utilise principalement des composites HP constitués d'une matrice époxy associée à un taux élevé de renforts en fibres de carbone.

L'aéronautique utilise les composites hautes performances pour la fabrication de pièces de structure primaire des appareils en raison de leur légèreté, de leur souplesse de forme et des économies de frais de maintenance qu'ils engendrent.

### **I.7.8. Les composites dans le ferroviaire**

Les matériaux composites sont utilisés dans le domaine ferroviaire pour deux principaux atouts :

- Un bon comportement au feu ;
- Un moulage facile des pièces utilisées.

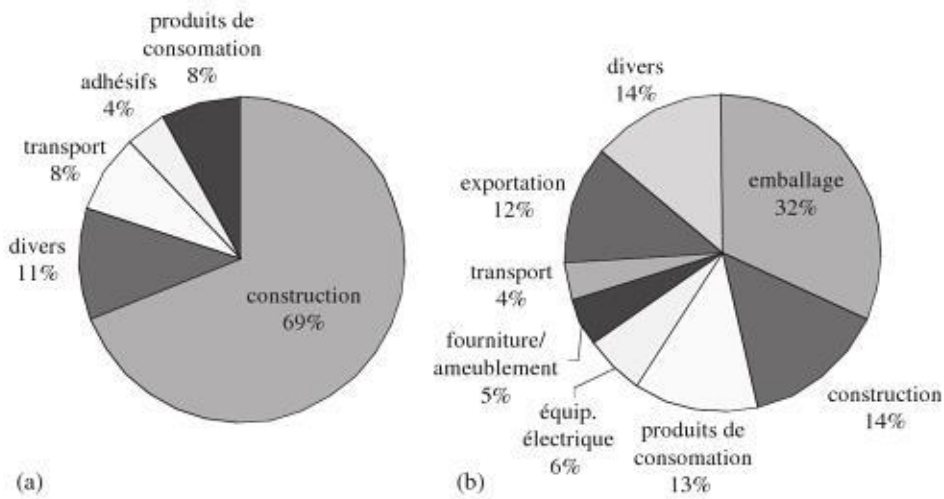
### **I.7.9. Les composites dans le secteur médical**

Il s'agit surtout des composites hautes performances, à matrice époxy et fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone. (ADIM, 2016)

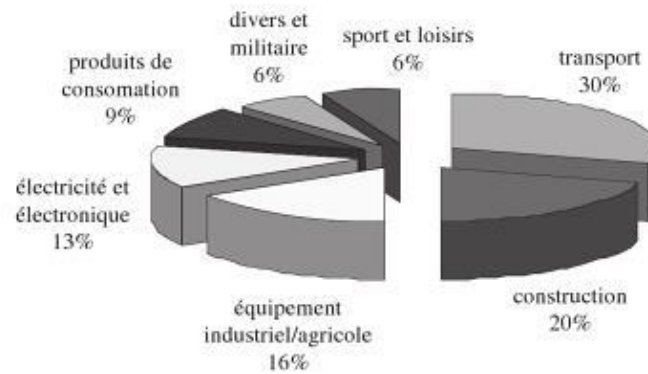
## **I.8. Applications commerciales et industrielles des matériaux composites**

Les polymères se retrouvent dans d'innombrables objets et structures de notre quotidien. Les thermodurcissables sont principalement utilisés dans la construction alors que le tiers du volume des thermoplastiques est destiné à l'emballage) environ 5% de ces polymères sont utilisée sous la forme de matrice dans des matériaux composites. Les principaux domaines d'application des composites sont Les transports aérien, maritime, routier, ferroviaire, la construction et l'électronique alors que le sports et loisirs consomment environ 6% du volume total des composites. Si depuis le milieu des années

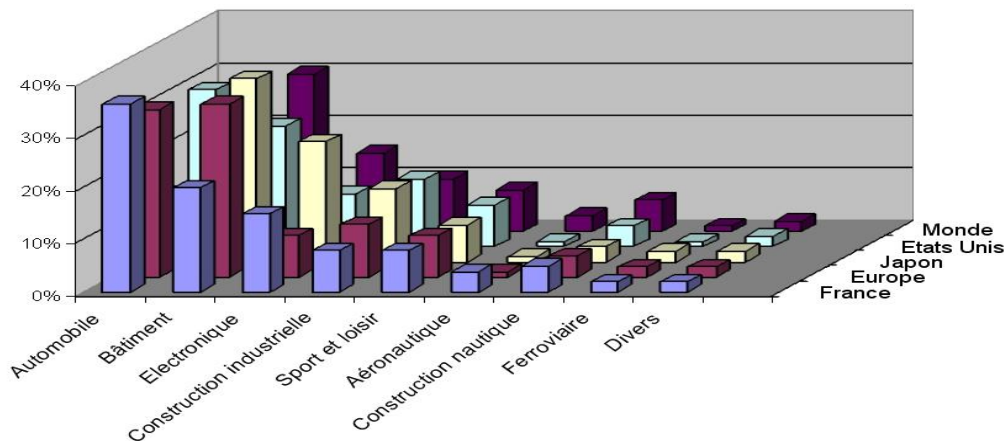
1990, l'aviation et le militaire ne sont plus, relativement aux autres, les marchés principaux des composites, la construction, l'électronique et le transport sont en pleine évolution. (NEDRI, 2016)



**Figure I.42.** Répartition des polymères thermodurcissables (a) et thermoplastique (b) dans leurs différents domaines d'applications.



**Figure I.43.** Répartition des composites à matrice organique dans leurs domaines d'applications (NEDRI, 2016)



**Figure I.44.** Marché global des composites en 2002 (Promis, 2010)

## I.9. Avantages et inconvénients des matériaux composites

Le principal intérêt de l'utilisation des Composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques telle que :

- Ils sont beaucoup plus légers ;
- Ils sont bien sur insensibles aux produits chimiques tels que les huiles, les liquides hydrauliques ;
- Ils offrent de grandes possibilités de créer de pièces complexes ;
- Grande résistance à la fatigue ;
- Bonne conductibilité thermique et électrique ;
- Tenue mécanique particulière (fatigue, résiliences, ...) ;
- Rigidité adaptable selon le type de renforts ;
- Bonne tenue à l'humidité
- Bonne tenue au feu.

Au titre des inconvénients :

- Ils sont beaucoup plus Sensibilité à tous les impacts ;
- Coût élevée (temps, étude et mise en œuvre) ;
- La mise en œuvre des réparations est beaucoup plus complexe ;
- La détection de ces problèmes est difficile, ce qui entraîne une rigueur extrême dans leur fabrication et leur assemblage. (NEDRI, 2016)

## I.10. Conclusion

La combinaison des divers types des matériaux, nous permis d'obtenir des matériaux composites celle-ci sont dotés d'un ensemble de propriétés physiques, mécaniques ce constitué possède des propriétés que les éléments constitutifs seuls ne possèdent pas.

Dans ce chapitre, nous avons essayé de définir le concept des matériaux composites à partir d'une recherche approfondi bibliographique pour donner un aperçu général des différents constituants d'un matériau composite et leurs caractéristiques mécaniques.

# Chapitre II :

# Structures et propriétés des Matériaux composites



## II.1. Introduction

Vu que les matériaux composites ont la tendance d'atteindre des niveaux de performances inégalés. Par ailleurs, la structure géométrique spéciale elle est conçue pour lui conférer des caractéristiques, ce constitué possède des propriétés que les éléments constitutifs seuls ne possèdent pas, leur permettre de remplir de nombreuses fonctions techniques. Pour tirer le meilleur parti de leurs capacités, les composites sont généralement conçus en même temps que les pièces qu'ils constituent.

## II.2. Structure de composite

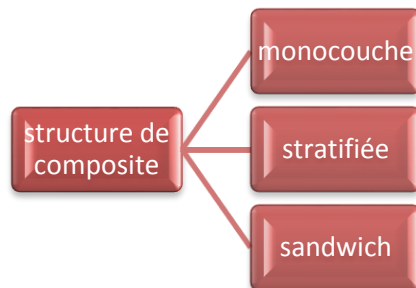


Figure II.1. Structure de composite

### II.2.1. Monocouche

Les monocouches sont les éléments de base des structures composites. Des fibres unidirectionnelles placées dans le plan médian sont emprisonnées dans une matrice polymère.

Ils sont caractérisés par le type de renfort utilisé : des fibres longues (unidirectionnelles ou non), courtes, sous forme de tissus, de rubans (BAKHOUCHE, 2018)

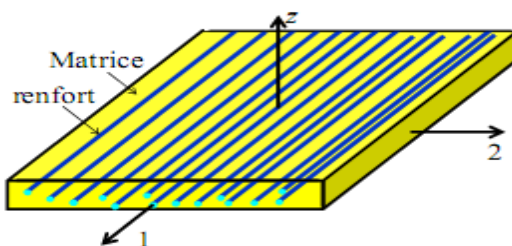


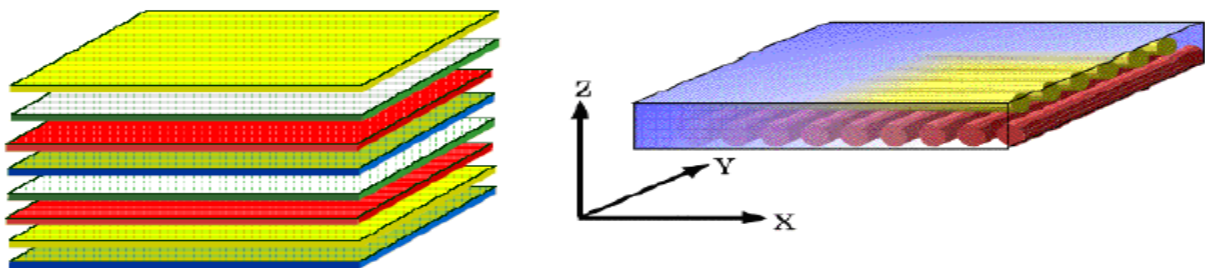
Figure II.2. Matériau composite monocouche



## II.2.2. Stratifié

Les stratifiés sont constitués d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désignée comme le référentiel du stratifié. Le choix des empilements et plus précisément des orientations permettent d'obtenir des propriétés mécaniques spécifiques.

Dans le cas général, le renfort de chaque couche sera de natures diverses : fils, stratifils, mats, tissus, fibre de verre, fibres de carbone, etc. chaque couche doit alors être désignée par l'indication de la nature des fibres, du type de renfort : fils, mat, tissu avec indication de la proportion de fibres suivant le sens chaîne et trame.



**Figure II.3.** Matériau composite stratifié

Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composite, en l'adaptant au mieux au champ des contraintes imposé :

- Les couches unidirectionnelles ont de bonnes performances mécaniques dans la direction des fibres ;
- Les mats sont peu résistants en traction et devront être réservés aux zones comprimées.
- Une stratification croisée au délaminage inter-laminaire ;
- Une stratification avec au moins trois directions de fibres sera nécessaire pour avoir une pseudo-isotropie dans le plan du stratifié.

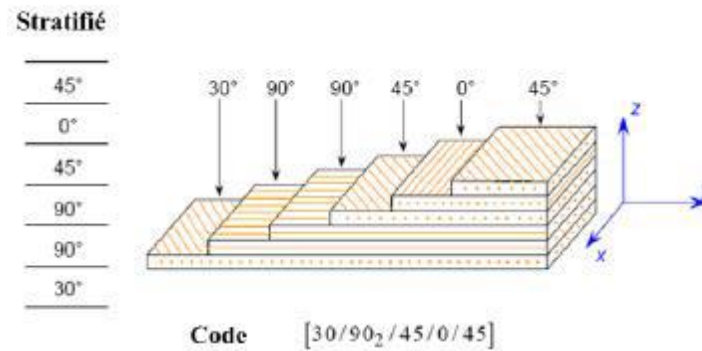
Enfin, il est intéressant de noter qu'une stratification symétrique garantira généralement une bonne planéité du stratifié après démoulage. (NEDRI, 2016)

### II.2.2.1. Désignation d'un matériau composite stratifié

La désignation de ces stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant.

Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe X de référence :

- Les couches successives sont séparées par un / si leurs angles sont différents ;
- Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique ;
- Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre ;

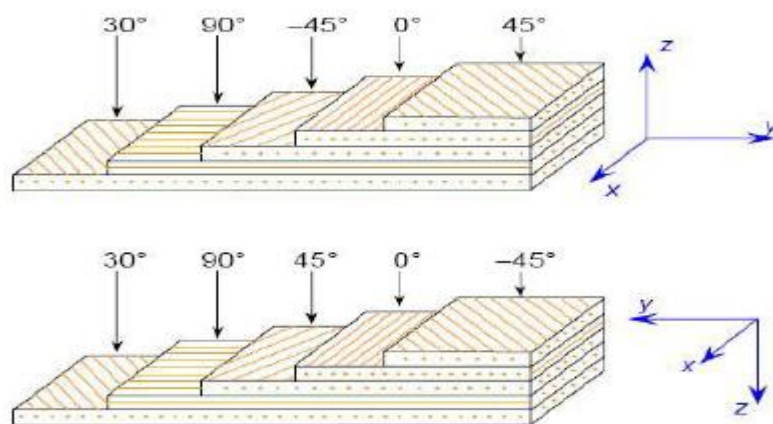


**Figure II.4.** Désignation d'un stratifié

Nous examinons les divers types de stratifiés :

### II.2.2.1.1. Matériau composite stratifié avec angles positifs et négatifs

Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues mais de signes opposés, les signes + ou - sont utilisés. La convention pour les angles positifs ou, négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître suivant le choix, effectué



**Figure II.5.** Convention de signe pour la désignation des stratifiés

### II.2.2.1.2. Matériau composite stratifié symétriques

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est de symétrie. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives.

- Si le stratifié a un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie. Un indice S indique que le stratifié est symétrique ( $[90 / 45_2 / 0]_S$ ).
- Si le stratifié comporte un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente, la couche centrale étant surlignée ( $[90 / 45_2 / \bar{0}]_S$ ). Pour un stratifié à deux couches symétriques on a :
- La même matrice de rigidité  $(Q_{ij})_k$ ;
- La même épaisseur  $h_k$  ;
- Des côtes opposées  $z_k$  et  $-z_k$ ;

### II.2.2.1.3. Matériau composite stratifié anti-symétriquement

Un stratifié antisymétrique est constitué de couches en nombre impair, dont la répartition des épaisseurs est symétrique, et celle des orientations des axes antisymétriques par rapport au plan moyen.

Deux couches de cotes symétriques ont donc :

- Des cotes opposées  $z_k$  et  $-z_k$ .
- La même épaisseur  $h_k$  ;
- Des orientations  $\theta$  et  $-\theta$  par rapport aux axes de référence de plaque stratifiée.

### II.2.2.1.4. Matériau composite stratifié équilibré

Stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couche orientée suivant la direction  $-\theta$ .

### II.2.2.1.5. Matériau composite stratifié orthogonal

Stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .

### II.2.2.1.6. Matériau composite stratifié hybrides

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différents. Il sera nécessaire de les mentionner dans la désignation ( $[0_V / \pm 45_C / 90C]_S$ ).

Les matériaux hybrides sont réalisés pour divers objectifs:

- Obtenir un matériau composite ayant de meilleures propriétés que celles de chacun des composants séparés,
- Obtenir un matériau composite répondant aux caractéristiques mécaniques attendues à un prix raisonnable,
- Obtenir des effets esthétiques agréables résultant du mélange des fibres utilisées. (NEDRI, 2016)

### II.2.3. Sandwich

Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage ou soudure de deux semelles ou peaux et d'un matériau d'âme. Les peaux sont de faibles épaisseurs et possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques (module élevé, grande résistance). Entre les deux peaux est intercalé un matériau d'âme de forte épaisseur et de faible densité. En gardant une distance constante entre les deux peaux, l'insertion de cette âme permet d'augmenter le moment d'inertie de la structure, et par conséquent sa rigidité en flexion, tout en minimisant la masse de l'ensemble. (ARBAOUI, 2009)

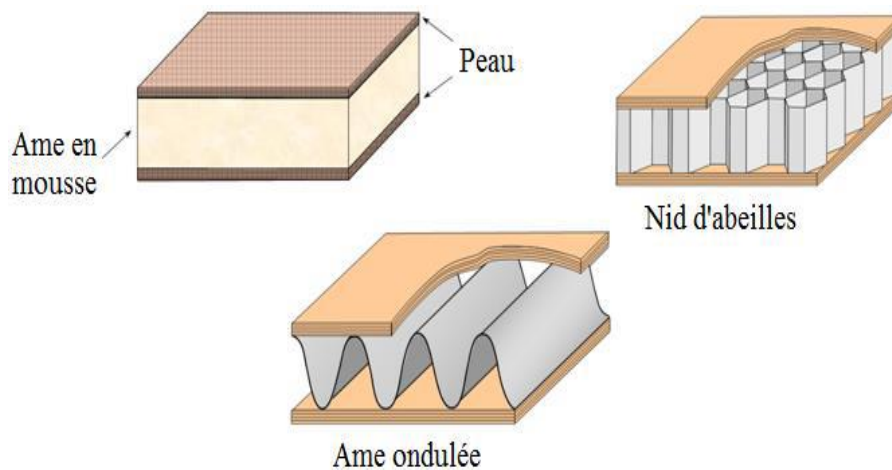
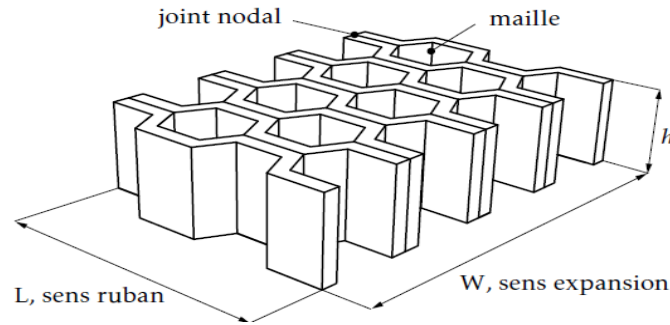


Figure II.6. Matériau composite sandwich (NEDRI, 2016)

#### II.2.3.1. Désignation des structures sandwichs

Les structures composites subissant des sollicitations de type flexion ou torsion sont généralement construites en matériaux sandwichs. Une structure sandwich est composée d'une âme et de deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé.

Par collage à l'aide d'une résine compatible avec les matériaux en présence. Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées.



**Figure II.7.** Désignations d'une âme nid d'abeilles

Ces structures ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan. (GORNET, 2011)

### II.3. Propriétés physiques des composites

Chaque type de matériau composite a ses propres caractéristiques physiques selon les caractéristiques de fibres utilisées, le pourcentage de fibres, le type de résine, les configurations de la section transversale et de la surface du matériau de renforcement et de la méthode de fabrication.

#### II.3.1. Propriétés de masse

Les fractions massiques (des fibres, de la matrice et des additifs) peuvent être déterminées à partir d'essais en laboratoire. La taille des particules inorganiques, qui peuvent être sphériques ou allongées, est donnée en termes de tailles moyennes des particules, exprimée normalement comme le diamètre sphérique équivalent, en microns.

La taille moyennes des particules varie entre 0,1 et 0,3 $\mu$ m. Les tailles des particules sont généralement graduées, échelonnées, pour assurer une bonne distribution spatiale des fillers. On doit reconnaître que les diamètres des fibres de renforcement non métalliques courantes qui s'étendent de 6 à 25  $\mu$ m, peuvent être du même ordre de grandeur que les diamètres des fillers. Ceci peut avoir un effet sur les propriétés résultantes du composite. De plus, de nombreux fillers ont des formes allongées et peuvent produire une anisotropie structurale dans la phase matricielle. Cependant, la résine est normalement isotropique.

#### II.3.2. Propriétés thermiques

La connaissance des coefficients d'expansion thermique est particulièrement importante. Dans le cas d'un béton renforcé de barres en acier, les C.E.T des deux matériaux ont des valeurs très proches. On a

donc suggéré que le béton renforcé d'acier pouvait tolérer des changements en température sans générer des contraintes internes à l'interface entre les barres de renforcement et le béton. Celles-ci pourraient conduire à un endommagement ou à une réduction de la capacité d'adhérence. Mais les barres, dans ce cas-là, ont deux C.E.T, un dans le sens longitudinal et l'autre dans le sens transversal.

Pour la plupart des matériaux composites unidirectionnels, couramment utilisés dans la construction, le C.E.T longitudinal est proche de celui du béton. Cependant, le C.E.T transversal est 2 à 10 fois supérieur à celui du béton. Ceci est dû au fait que le C.E.T longitudinal est dominé par les fibres (qui ont des C.E.T longitudinaux faibles) tandis que le C.E.T transversal est dominé par celui de la matrice, qui est, d'une façon significative, plus grand que celui des fibres.

On doit non seulement reconnaître que le C.E.T des matériaux composites ont des valeurs différentes dans la direction longitudinales et transversales, mais que, les constituants individuels peuvent aussi être anisotropiques et avoir des propriétés longitudinales et transversales différentes.

On sait, par exemple, que les fibres de carbone et d'aramide sont transversalement isotropiques. Elles ont des C.E.T différents dans les directions longitudinales et transversales.

### II.3.3. Propriétés hygroscopiques

Le coefficient d'expansion hygroscopique (C.E.H), est une propriété physique des matériaux composites. Il décrit les changements dimensionnels qui se développent, quand le matériau absorbe de l'humidité. Ce phénomène n'est pas considéré comme important pour les renforcements métalliques. Comme dans le cas des C.E.T, le C.E.H est différent dans les directions longitudinales et transversales. Les constituants peuvent atteindre des concentrations en humidité différentes à l'équilibre. De plus, la plupart des fibres absorbent beaucoup moins d'humidité que les résines polymériques (sauf dans le cas des fibres organiques, tels que les fibres d'aramides. Souvent, l'absorption de l'humidité dans la fibre est négligeable. Dans le cas des composites unidirectionnels, on suppose souvent que le C.E.H dans la direction longitudinale est nulle. De plus, on suppose que l'expansion hygroscopique dans la direction transversale est reliée au C.E.H de la matrice.

### II.4. Propriétés chimiques

Les propriétés chimiques des matériaux composites sont peut-être les propriétés les plus difficiles à identifier pour les renforcements. Ceci est dû au fait que la composition chimique des matériaux composites joue un rôle central dans deux domaines. Ceux-ci sont un grand souci pour les ingénieurs en construction : la perte des propriétés mécaniques (spécialement la rigidité) à température élevée et la durabilité.

## II.5. Propriétés mécaniques des composites

### II.5.1. Déformation élastique

Contrairement à l'acier, les matériaux composites ne montrent pas une déformation plastique, et leur rupture est fragile. Dans le béton on ne peut généralement pas accepter qu'il ait une déformation plastique.

### II.5.2. Relation contraintes-déformations

Les propriétés mécaniques des barres de renforcement, peuvent être obtenues à partir des propriétés des constituants, à l'aide de la règle des mélanges, qui considère que chaque constituant contribue selon sa proportion en volume dans le composite. Soit  $V_f$  la fraction volumique des fibres. En première approximation, le module d'élasticité du composite est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} E_c &= E_f \times V_f + E_m \times V_m \\ E_c &= E_f \times V_f + E_m (1 - V_f) \quad \text{avec} \quad V_f + V_m = 1 \end{aligned} \tag{II.1}$$

Où

$E_c$  : module d'élasticité du composite.

$E_f$  : module d'élasticité des fibres.

$E_m$  : module d'élasticité de la matrice.

### II.5.3. Comportement en traction

La variation de la résistance en traction des matériaux composites est beaucoup plus élevée, comparée à celle de l'acier. La variation dépend du type de fibres, de la configuration des fibres, des liants et des dimensions de l'échantillon. Beaucoup d'essais ont été réalisés pour déterminer les résistances en traction des barres de renforcements.

D'une façon générale, ces barres sont caractérisées par :

- Les résistances en traction des barres à base de fibres de carbone ( $V_f=47$  à 70%) sont pour la plupart comprises entre 1100 et 2200 MPa, le module élastique de 100 à 150 GPa.

- Les résistances en traction des barres en fibres de verre ( $V_f=50$  à 60%) sont comprises entre 900 et 1100 MPa, le module élastique est autour de 45 GPa.
- Les résistances en traction des barres en fibres d'aramide ( $V_f=43$  à 70%) sont comprises entre 1350 et 1650 MPa et leur module d'élasticité est d'environ 60 GPa.

### II.5.4. Comportement en compression et cisaillement

Les matériaux composites sont généralement utilisés comme des renforcements de traction. Les résistances en compression et en cisaillement sont généralement très faibles. On n'utilise donc généralement pas les matériaux composites comme renforcement en compression et en cisaillement. (BOUREMANA, 2011)

## II.6. Durabilité des matériaux composites

La durabilité, dans le contexte du génie civil, peut se définir comme la propriété qu'a un matériau de garder ses caractéristiques chimiques, physiques, mécaniques et structurales dans le temps, et ce malgré les conditions d'expositions auxquelles il peut être soumis. Parmi ces expositions, on distingue principalement les conditions environnementales et mécaniques. Il y a lieu de noter qu'il y a deux soucis principaux concernant la durabilité, le premier relatif à la longévité du composite lui-même dans cet environnement, et l'autre relatif à la longévité de l'interface entre la plaque composite et le substrat (béton, acier, bois, maçonnerie, etc....).

Les travaux effectués jusqu'à maintenant ont démontré les possibilités prometteuses des composites. Les études portant sur les poutres en béton armé ou métalliques renforcées de plaques en matériaux composites collées, ont démontré que la capacité flexionnelle et la rigidité de ces éléments pouvaient être considérablement augmentées. Les paramètres suivants influencent la performance des matériaux composites :

### II.6.1. Durée d'application de la charge

Généralement, la courbe contrainte-déformation d'un FRP est approximativement linéaire. Cependant, avec une charge soutenue, la courbe devient légèrement non linéaire. Les déformations à long terme dans le FRP causé par le fluage peuvent devenir significatives. Ces déformations sont dépendantes de la charge appliquée et des types de résine et de fibres utilisés.



### II.6.2. Résistance à la fatigue

Ces matériaux présentent une bonne résistance à la fatigue. Par contre, dépendant de l'amplitude des contraintes, les fibres de carbone peuvent perdre environ jusqu'à 20 % de leur résistance statique lorsque soumises un million de cycles. Cette perte est beaucoup plus grande pour les autres types de fibres, pouvant s'élever à 60% dans le cas des fibres aramides ou même atteindre 75 % pour les fibres de verre.

### II.6.3. Effets de l'environnement

Les effets environnementaux peuvent dégrader les matrices à base de polymères, ce qui peut mener à une perte de résistance ou à une rupture du FRP. Les causes de cette détérioration sont les rayons X ou gamma, la dégradation chimique, mécanique ou biologique.

### II.6.4. Température

Puisque chaque fibre et chaque matrice a un coefficient de dilatation thermique spécifique, les fluctuations thermiques peuvent affaiblir le matériau. De plus, l'exposition à des températures élevées peut faire changer la couleur des laminés.

### II.6.5. Absorption d'eau

L'absorption d'eau a un effet qui peut modifier les propriétés mécaniques de la résine, telles que la réduction du module élastique du composite et la diminution de la résistance jusqu'à 25 - 30 %. Ce paramètre dépend directement du type de résine utilisé.

### II.6.6. Feu

Les matrices de polymères sont très sensibles au feu et, selon sa composition chimique, des fumées toxiques peuvent se produire. Cependant, des additifs peuvent permettre d'améliorer cette lacune. (AMEUR, 2009)

## II.7. Loi de mélange

Les composites, mélanges de matériaux aux propriétés souvent très différentes, permettent de réaliser de remarquables compromis entre les propriétés de matériaux rigides mais fragiles et de matériaux ductiles mais trop souples.

Lorsqu'on mélange deux matériaux de masses volumiques différentes, la masse volumique du composite est la moyenne des masses volumiques pondérée par la fraction volumique des constituants. Il n'en va pas de même des propriétés de conduction thermique ou d'élasticité car ces propriétés physiques ne sont pas représentées par des scalaires mais par des tenseurs d'ordre 2 et 4 respectivement. L'objectif du problème est de montrer que la loi de mélange des propriétés élastiques dépend de l'arrangement dans l'espace des différents constituants du composite. Cette propriété essentielle est illustrée dans le cas de deux morphologies typiques de composites biphasés, à savoir les composites stratifiés et les composites à fibres longues unidirectionnelles. Dans la pratique, le choix d'arrangements judicieux permet d'ailleurs d'optimiser les propriétés des mélanges de matériaux.

Dans le cas d'un matériau où les fibres sont continues (enroulements, plaques), il est raisonnable d'imaginer que l'approximation "en parallèle" dans laquelle les déformations sont uniformes d'une phase à l'autre est bien respectée. Si les effets latéraux sont négligés, on peut évaluer le module de Young équivalent dans la direction des fibres par une approximation de déformation uniforme. Si au contraire la sollicitation s'applique en sens travers, les phases seront "en série", dans une configuration bien adaptée pour appliquer l'approximation de contrainte uniforme. En désignant par des indices  $m$  et  $f$  la matrice et la fibre, il vient alors : (NEDRI, 2016)

$E_L$  en sens longitudinal :

$$E_L = V_m E_m + V_f E_f \quad (\text{II.2})$$

$E_T$  en sens transversal :

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f} \quad (\text{II.3})$$

$V_m$  : Fraction volumique de matrice

$V_f$  : Fraction volumique de fibre

$$V = V_m + V_f = 1 \quad (\text{II.4})$$

A l'échelle locale, on a les hypothèses suivantes :

**Fibres** : comportement élastique linéaire fragile isotrope de coefficients  $E_f$  et  $\nu_f$ .

**Matrice** : comportement élastique non-linéaire, isotrope de coefficients  $E_m$  et  $\nu_m$ .

Lors d'une traction en sens longitudinal, les déformations latérales de chaque phase se combinent :

$$\varepsilon_T = V_m \varepsilon_{Tm} + V_f \varepsilon_{Tf} \quad (\text{II.5})$$

Chacune des déformations latérales  $\varepsilon_{Tm}$  et  $\varepsilon_{Tf}$  s'expriment en fonction de la déformation longitudinale  $\varepsilon_L$ , qui est supposée être la même pour les deux phases,  $\varepsilon_{Tf} = \nu_{LTf} \varepsilon_L$  et  $\varepsilon_{Tm} = \nu_{LTm} \varepsilon_L$ . Le coefficient de Poisson équivalent est donc obtenu par une moyenne directe.

$$\nu_{LT} = V_m \nu_m + V_f \nu_f \quad (\text{II.6})$$

Pour le terme de cisaillement transverse, l'hypothèse simple la plus réaliste consiste à considérer que la contrainte de cisaillement sera conservée. La moyenne s'applique donc sur les inverses des modules

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{V_m}{G_m} + \frac{V_f}{G_f} \quad (\text{II.7})$$

On suppose que les dilatations longitudinales des fibres et de la matrice sont identiques, c'est à- dire que l'on a :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^f = \varepsilon_1^m \quad (\text{II.8})$$

La différence des contraintes longitudinales thermiques pour le coefficient de dilatation des fibres  $\alpha_f$  et de la matrice  $\alpha_m$  ne sont pas nulles.

Les contraintes longitudinales dans les fibres et dans la matrice sont :

$$\begin{aligned} \sigma_1^f &= E_f (\varepsilon_1 - \alpha_f \Delta T) \\ \sigma_1^m &= E_m (\varepsilon_1 - \alpha_m \Delta T) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

La résultante des efforts de traction, étant nulle, on a la relation :

$$V_f \sigma_1^f + V_m \sigma_1^m = 0 \quad (\text{II.10})$$

En reportant dans cette relation les valeurs des contraintes  $\sigma_1^f$  et  $\sigma_1^m$  on obtient :

$$(V_m E_m + V_f E_f) \varepsilon_1 = (V_m \alpha_m E_m + V_f \alpha_f E_f) \Delta T \quad (\text{II.11})$$

Le coefficient de dilatation longitudinale  $\alpha_1$  est :

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon_1}{\Delta T} \quad (\text{II.12})$$

On obtient la relation suivante :

$$\alpha_1 = \frac{(1-V_f)\alpha_m E_m + V_f\alpha_f E_f}{(1-V_f)E_m + V_f E_f} \quad (\text{II.13})$$

Le coefficient de dilatation thermique transverse  $\alpha_2$  est :

$$\alpha_2 = V_f\alpha_f + V_m\alpha_m + \frac{v_m E_f + v_m E_m}{\frac{v_f E_f}{1-v_f} + \frac{E_m}{v_f}} (\alpha_m - \alpha_f) \quad (\text{II.14})$$

## II.8. Loi de comportement

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois sont décrites par des axiomes qui permettent de rendre compte au mieux des phénomènes observés. La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme condensée : (NEDRI, 2016)

$$\sigma = C\varepsilon \quad (\text{II.15})$$

### II.8.1. Matériau anisotrope

Dans le cas le plus général, la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes. Ce cas correspond à un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie. Un tel matériau est appelé matériau triclinique.

### II.8.2. Matériau monoclinique

Ce matériau possède un plan de symétrie. L'expression de la matrice de passage ne change pas pour tout changement de repère symétrique par rapport à ce plan. Supposons le plan (e1, e2) plan de symétrie du matériau, la loi de Hooke se résume à l'expression suivante :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} & 0 \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

### II.8.3. Matériau orthotrope

Le matériau orthotrope est un matériau à 3 plans de symétrie orthogonaux deux à deux. En pratique, c'est le cas des tissus noyés dans un polymère. La même démarche que précédemment conduite aux expressions dans un repère défini par les axes d'orthotropie :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

(II.18)

### II.8.4. Matériau isotrope

Si le matériau possède un nombre infini de plan de symétrie, on dit qu'il est isotrope. Dans ce cas le nombre de constantes indépendantes vaut seulement deux (02) :

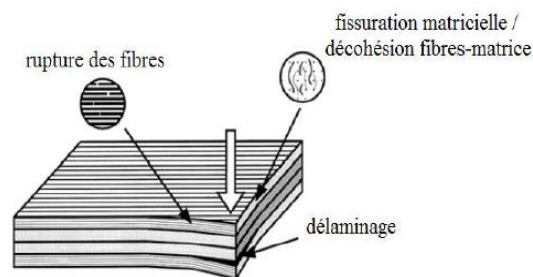
$$C_{11} = C_{22}, C_{12} = C_{23}, C_{66} = \frac{C_{22} - C_{23}}{2} = \frac{C_{11} - C_{22}}{2} \quad (\text{II.19})$$

La matrice de rigidité d'un tel matériau est donnée par :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

## II.9. Endommagement des composites

Lorsque les matériaux composites sont soumis à des efforts, soit lors d'un essai d'épreuve, soit en service, une série de mécanismes locaux d'endommagement entraîne une accumulation continue de défauts répartis dans toute la région chargée. Les composites stratifiés sont constitués d'empilements couches faisant apparaître une première particularité que l'on appelle la liaison inter-laminaire. Cette liaison est bien souvent l'aspect défaillant de ces matériaux, d'autant qu'elle est le siège de défauts de toutes sortes (mauvaise polymérisation, porosités, fissures, micro vides, ...etc.). L'ordre et la séquence d'apparition de ces endommagements dépendent principalement des paramètres suivants : la nature des constituants fibres/matrice ainsi que de l'architecture de la plaque stratifiée.



**Figure II.8.** Mécanismes de rupture observés dans un stratifié

### II.9.1. Différents Modes d'endommagements

Lors d'une sollicitation quelconque sur un matériau composite, le développement de l'endommagement au sein du matériau commence assez tôt. Dans un composite les premiers endommagements détectés commencent à se développer à l'échelle microscopique lorsque l'effort localisé atteint la limite de rupture d'un des constituants ou celle de l'interface les reliant. Les microfissures qui se développent sont habituellement trop petites pour causer la rupture finale du composite. Ainsi, un nombre important de ces microfissures s'accumulent dans le composite avant la rupture finale. Les paramètres, tels que la fraction volumique, l'orientation des fibres, l'épaisseur des plis et l'espacement entre fibres, jouent un rôle très important dans la progression de l'endommagement. En conséquence, le procédé global de la rupture dans les composites est souvent considéré comme un processus d'accumulation de différents types d'endommagements. (NEDRI, 2016)

Les mécanismes d'endommagement potentiels d'un matériau hétérogène, notamment les composites à base de polymère soumis à une sollicitation mécanique, peuvent se regrouper en trois principaux modes différents selon le site où ils opèrent :

- Fissuration matricielle ;
- Rupture de l'interface fibre/matrice et déchaussement de fibre, délaminage (décohésion étendue intra plis) ;
- Rupture des fibres ;
- Délaminage inter plis ;

#### **II.9.1.1. Fissuration matricielle**

La complexité des matériaux composites introduit plusieurs types d'endommagements à l'échelle microscopique. Les microfissures se produisant au sein de la matrice apparaissent aux niveaux des porosités et des inclusions soit par fissuration transverse soit par fissuration longitudinale. Ce dernier mode de rupture se produit lorsque la contrainte de décohésion est supérieure à celle de cisaillement. Cette fissuration se propage selon la direction perpendiculaire à la sollicitation et elle peut provoquer une décohésion fibre-matrice.

#### **II.9.1.2. Fissuration transverse**

Il s'agit de fissures qui traversent toute l'épaisseur des couches les plus désorientées par rapport à l'axe de sollicitation. Des micro-défauts au sein du matériau (comme des vides, des fibres cassées, le décollement fibre/matrice ou des microfissures de la matrice) peuvent être à l'origine de ces fissures amorcées par une forte concentration de contrainte locale. Ces fissures sont assez rectilignes et généralement perpendiculaires aux interfaces entre les couches adjacentes.

#### **II.9.1.3. Fissuration longitudinale**

Il s'agit de fissures qui sont analogues aux précédentes, apparaissent toujours dans la matrice et sont perpendiculaires aux interfaces des couches, mais qui traversent toute l'épaisseur des couches orientées à 0° par rapport à l'axe de sollicitation.

#### **II.9.1.4. Délaminage entre couches**

Dans le cas de stratifiés, aux mécanismes décrits précédemment (fissuration matricielle, rupture de fibres, décohésion, etc...), s'ajoute un autre mécanisme d'endommagement entre couche appelé délaminage. Le processus de délaminage est le résultat d'une chronologie de divers types d'endommagement. Les propriétés mécaniques de la matrice et de la fibre ainsi que les propriétés adhésives et cohésives de l'interface gèrent cette chronologie en révélant des types d'endommagement fréquemment rencontrés comme la micro fissuration de la matrice, la rupture des fibres et la rupture des interfaces. Le délaminage progresse essentiellement par fissuration inter-laminaire considéré comme le premier responsable du dédoublement de son épaisseur.

A cela on associe un réseau très important de fissures intralaminaires qui sont eux aussi induites par les fissures inter-laminaires par différents moyens (rupture de matrice, de fibre et d'interface) allant jusqu'au décollement total des deux plis. Ce type d'endommagement contribue largement à la dégradation des propriétés mécaniques de la structure. C'est un mécanisme de décohésion entre les couches qui apparaît sur le bord libre ou/et à l'intérieur de l'éprouvette. A cause des contraintes interlaminaires élevées près des bords, le délaminage s'amorce généralement à cet endroit, puis progresse en séparant les couches.

#### II.9.1.5. Rupture des fibres

La rupture de fibre intervient lorsque la contrainte de traction  $\sigma_f$  dans une fibre atteint la contrainte à la rupture  $\sigma_{fr}$  de la fibre. Elle se produit souvent dans les plis les moins désorientés par rapport à la direction de sollicitation. L'excès d'effort provoquera la rupture des constituants voisins, et ce de proche en proche jusqu'à la ruine du volume sollicité. (NEDRI, 2016)

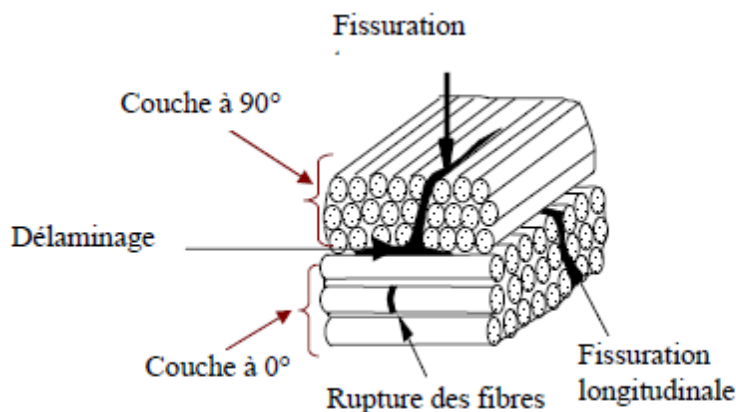


Figure II.9. Modes d'endommagements dans un stratifié croisé

## II.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes définitions sur la structure et les différentes propriétés des matériaux composites conventionnels. Ainsi que les différentes lois de mélange et de comportement. La durabilité des matériaux composites est présentée aussi dans ce chapitre. Nous avons aussi vu que les structures en composites stratifiés en service peuvent subir des endommagements provoqués par l'application de charges fonctionnelles et/ou accidentelles. La propagation des zones endommagées, difficile à contrôler, peut conduire à une défaillance prématurée du système.



## Chapitre III :

# Investigation sur les différentes théories des plaques

### III.1. Introduction

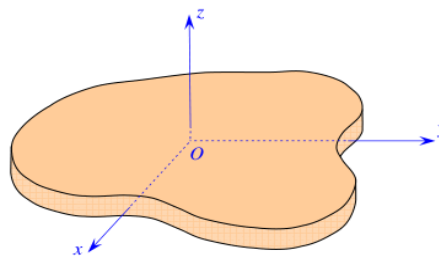
Les composites stratifiés sont de plus en plus utilisés, en particulier dans les structures aéronautique, maritime, civile. Grâce à leurs excellentes propriétés mécaniques. Dans cet environnement, ils sont souvent soumis à des sollicitations sévères de nature mécanique et/ou thermique. Or, les mécanismes de rupture dépendent fortement des effets locaux aux interfaces des couches ou à proximité des bords. Il s'avère donc nécessaire de les évaluer de façon précise.

Dans ce chapitre on va présenter les théories les plus utilisés qui décrivent le comportement des plaques stratifiées en matériaux composites, où on va suivre l'évolution de ces théories en illustrant les principes, les applications et l'insuffisance de chaque théorie.

### III.2. Description des plaques

A côté des structures linéaires (poutres et cadres) où une dimension domine les deux autres, on rencontre fréquemment, dans la construction, des structures qui s'étendent sur une surface plane ou courbe (structures bidimensionnelles). Dans ce cas, deux dimensions dominent la troisième (l'épaisseur). Si la surface est courbe, on parle de coque ou de coupole. (ADIM, 2016)

Ce mode de conception justifie l'importance donnée à l'étude des plaques dans l'analyse des structures en composite. D'une manière générale, une plaque est un solide limité par deux plans parallèles, dont la dimension transverse est petite en comparaison des deux autres dimensions. Il est alors possible de définir un plan de référence entre les deux plans extrêmes qui est pris comme plan  $O_{xy}$ . L'axe  $Oz$  correspond à la direction suivant l'épaisseur.



**Figure III.1.** Élément de plaque

### III.3. Les hypothèses fondamentales de la théorie des poutres et des plaques

#### III.3.1. Principe de Saint Venant

« Les contraintes (et déformations) dans une section droite éloignée des points d'application d'un système de forces ne dépendent que de la résultante et du moment résultant (au centre de gravité de la section) associés à ce système de forces. »

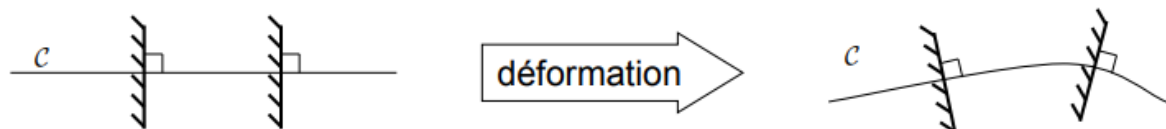
Conséquence :

- Les résultats de la RDM sont valables loin des points d'application des forces.
- Quel que soit la nature d'un système de force, seul le torseur résultant au centre de gravité de la section détermine l'état de celle-ci. (BADEL, 2012)

#### III.3.2. Principe de Navier Bernoulli généralisé

L'hypothèse de Navier Bernoulli consiste à supposer que les sections normales à la fibre moyenne restent planes pendant la déformation de la poutre ou des plaques. Cette hypothèse qui permet de calculer les contraintes normales dues aux moments fléchissant, est bien vérifiée dans le cas de flexion pure où l'effort tranchant est nul. Par contre, dans le cas de la flexion simple avec effort tranchant, les sections ne restent pas planes, mais se gauchissent en forme de lettre S très comprimée. De même lorsque nous étudions la torsion, nous verrons qu'une section non circulaire, ayant deux axes de symétrie, tient sous l'effet d'un couple de torsion, un gauchissement radial. Le principe de Navier Bernoulli est fondé sur les observations suivantes :

- Le gauchissement d'une section est toujours très petit vis-à-vis des dimensions de la section ;
- La variation du gauchissement, lorsqu'on passe d'une section à une section infiniment voisine, est toujours très petite, non seulement vis-à-vis de la distance des deux sections infiniment voisines. (ADIM, 2016)

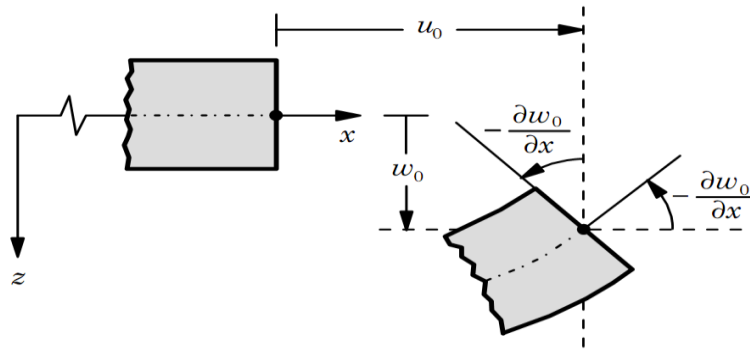


**Figure III.2.** Illustration de principe de Navier Bernoulli généralisé

Le principe de Navier Bernoulli revient à négliger le cisaillement et le gauchissement des sections transversales dans l'étude de déplacement et de déformation d'un élément de poutre ou de plaque.

### III.3.3. La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (Classical Laminated Plate Theory CLPT)

Les modèles sont basés sur une distribution linéaire des déplacements dans l'épaisseur (Reissner, 1961). L'hypothèse adoptée est celle de (Kirchhoff.G, 1950) de contraintes planes, les déformations dues aux cisaillements transverses sont négligées. La normale reste droite et perpendiculaire à la surface moyenne après avoir déformée. Dans ce cas la structure composite multicouche peut être considérée comme un corps hétérogène constitué d'un nombre fini de couches homogènes anisotropes collées. La caractéristique géométrique d'une plaque est une épaisseur faible par rapport aux autres dimensions. (BENSELAMA, 2016)



**Figure III.3.** Illustration de la plaque de Love-Kirchhoff

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$u_0$  et  $v_0$  : Les déplacements de membrane dans les directions  $x$  et  $y$ , respectivement,

$w_0$  : La flèche de la plaque,

$\frac{\partial w_0}{\partial x}$  et  $\frac{\partial w_0}{\partial y}$  : Les rotations dues à la flexion (sans cisaillement).

Le plan principal de la plaque est le plan (o, x, y) et l'épaisseur est orienté selon l'axe  $z \in \left[-\frac{h}{2}; \frac{h}{2}\right]$

Puisque ce modèle ne tient pas en compte l'effet de cisaillement transverse, il donne des résultats imprécis pour les plaques épaisses.

### III.3.4. La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First Order Shear Deformation Theory FSDT)

Pour introduire les effets dus au cisaillement transverse, on fait l'hypothèse cinématique que la section reste plane mais n'est plus normale à la section moyenne dans la configuration déformée

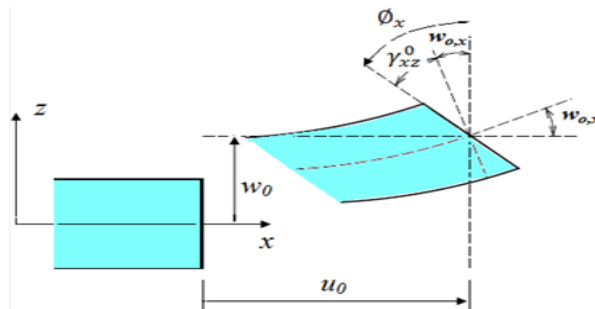


Figure III.4. Cinématique de Reissner-Mindlin

Le champ de déplacement doit être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Avec:  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  représentent les angles de rotation totale de la normale au plan moyen autour des axes x et y, respectivement (figure III.4), de tel sorte que :

$$\varphi_x = \gamma_{xz}^0 + \frac{\partial w_0}{\partial x}, \varphi_y = \gamma_{yz}^0 + \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (\text{III.3})$$

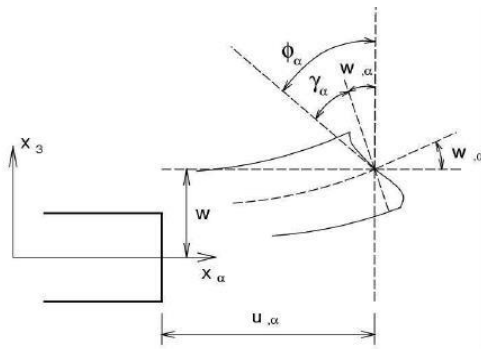
Où  $\gamma_{xz}^0, \gamma_{yz}^0$  les déformations de cisaillement transverse mesurées sur le plan moyen.

Ainsi on introduit la notion de coefficient correcteur pour mieux prendre en compte ces effets de cisaillements transverses. En 2000, Choa a comparé l'énergie de cisaillement résultante de la théorie

du premier d'ordre et celle déduite des équations d'équilibres de façon à obtenir des facteurs de corrections entre FSDT. (BENSELAMA, 2016)

### III.3.5. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Order Shear Deformation Theory HSDT)

Ces coefficients correcteurs dépendent du nombre de couches, des stratifications présentes dans le composite et du chargement. Ils sont donc difficiles à maîtriser pour du calcul de structure. Pour améliorer cela, des auteurs ont proposé des théories d'ordre supérieur où les champs membranaires dans l'épaisseur sont non linéaires.



**Figure III.5.** Cinématique de la théorie d'ordre élevé.

La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacement pour approcher la théorie tridimensionnelle. Le déplacement est donc supposé sous la forme :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) + z^2\theta_x(x, y) + z^3\psi_x(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) + z^2\theta_y(x, y) + z^3\psi_y(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{III.4}$$

Cependant, pour augmenter la précision de la théorie, le nombre de degrés de liberté doit être croissant. Pour réduire le nombre de paramètres de déplacement, plusieurs simplifications sont proposées. Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une "fonction de cisaillement". La forme du déplacement suivant l'épaisseur proposée est alors la suivante :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - zw_{0,x}(x, y) + f(z)\gamma_{xz}^0(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - zw_{0,y}(x, y) + f(z)\gamma_{yz}^0(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

Cependant, plusieurs fonctions de cisaillement ont été utilisées dans les modèles d'ordre supérieur :

- L'approche d'Ambartsumyan donnée sous forme :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{III.6})$$

- L'approche de Reissner exprimée par :

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.7})$$

- L'approche de Reddy, La fonction de cisaillement transverse est de la forme suivante:

$$f(z) = z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.8})$$

Avec

$h$  : l'épaisseur de la plaque.

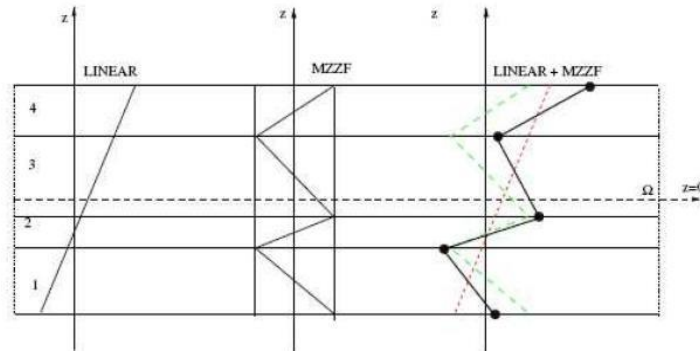
O. Polit et M. Touratier proposent la forme "sinus" pour la fonction de cisaillement  $f(z)$ . Cette fonction est exprimée sous forme trigonométrique sinusoïdale. La fonction de cisaillement transverse s'écrit donc L'approche de Touratier avec :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin \left( \frac{z}{h} \right) \quad (\text{III.9})$$

### III.3.6. Théories Zig-zag

Pour les modèles monocouches équivalentes, le nombre d'inconnues est indépendant du nombre de couches. Une autre piste de développement concerne l'utilisation de modèles dans lesquels on introduit une fonction qui rend compte des perturbations des champs de déplacement aux interfaces. (Carrera, 2002).

Le déplacement reste continu suivant l'épaisseur. Cependant, la pente de la fonction de déplacement de chaque couche est différente. Ce changement en forme de Zig-Zag entre deux couches adjacentes parfaitement collées prétend rendre compte de la différence des couches.



**Figure III.6.** Introduction de la fonction zig-zag de Murakami dans la distribution linéaire

L'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag réside dans l'introduction de la perturbation de l'interface sans augmenter le degré de l'ordre des équations fondamentales de la théorie de couche équivalente.

Le modèle zig-zag assure un bon compromis entre la précision des solutions et le coût de calcul. Cependant quand l'élancement diminue, le calcul des contraintes de cisaillement transverse devient moins précis. (NEDRI, 2016)

### III.3.7. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre zéro (Zeroth Order Shear Deformation Theory ZSDT)

En plus de la théorie d'ordre élevé, une nouvelle théorie de déformation de cisaillement a été utilisée pour décrire le comportement des plaques stratifiées en matériaux composites, la théorie de déformation de cisaillement d'ordre zéro (ZSDT) a été proposée pour la première fois par (Shimpi, 1998) et (Ray, 2003), la théorie d'ordre zéro tient en compte l'effet de cisaillement sans l'introduction de facteurs de correction de cisaillement en gardant un niveau minimum de complexité pour obtenir la solution. (ADIM, 2016)

Le champ de déplacement de la théorie ZSDT est donné par :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{1}{\lambda_x} \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{z}{h} \right) - 2 \left( \frac{z}{h} \right)^3 \right] Q_x \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{1}{\lambda_y} \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{z}{h} \right) - 2 \left( \frac{z}{h} \right)^3 \right] Q_y \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned} \tag{III.10}$$

Où :

$Q_x$  et  $Q_y$  sont des résultantes des contraintes transversales de cisaillement.



$\lambda_x$  et  $\lambda_y$  Sont des constantes qui peuvent être déterminés en considérant la définition des résultantes  $Q_x$  et  $Q_y$ .

### III.4. Application de la théorie d'ordre élevé pour des structures composites

Les théories d'ordre élevé envisagées par certains auteurs sont applicables à certains types de problèmes (statique, dynamique, flambement, ...). La performance d'un élément fini est liée à la théorie utilisée. La théorie d'ordre élevé se distingue par son ordre polynomial, son nombre de coefficients ou de paramètres qu'elle engendre et le type d'élément qu'elle utilise. (Kapania, 1989) ont fourni une synthèse détaillée des théories de déformation de cisaillement utilisées dans la statique, vibration et l'analyse de flambement des poutres et des plaques composites. (Sunôes, 1996) a proposé un élément quadrilatère à 9 nœuds et 10 degrés de liberté par nœuds. Les champs de déplacements «u» et «v» sont cubiques par rapport à l'épaisseur et «w» est constant. Il est particulièrement efficace pour calculer le flambage des plaques épaisses et minces. Le nombre de paramètres étant important, rend le calcul assez lourd. (Kant, 2000), ont développé un élément basé sur la théorie d'ordre élevé raffinée (surtout sur les plaques sandwich). Ils ont défini un champ de déplacement de telle façon que «u, v, w» soient cubiques par rapport à l'épaisseur. Chaque ensemble de deux couches successives est divisé en un certain nombre de sous-couches pour améliorer l'état de contrainte de cisaillement et avoir une continuité aux interfaces. (Patel, 2004) ont traité une structure de coque assez compliquée géométriquement au 3<sup>ème</sup> ordre, afin d'améliorer l'état de déformation. Ils ont introduit l'effet de zig-zag qui assure la continuité sur les interfaces (le nombre de paramètres augmente avec le nombre de couches). (Wu, 2006), ont proposé une théorie intéressante du point de vue résultats sur les contraintes. Celle-ci assure la continuité sur les interfaces et les conditions nulles (en bas et en haut). Elle définit sur chaque couche un champ de déplacement différent et utilise 11 degrés de libertés par nœud. Elle est communément appelée « High ordre shear refined theory». (ADIM, 2016) ont utilisé des théories d'ordre élevés pour étudier le comportement des structures (poutres et plaques) en matériaux composites et en matériaux FGM.

Toutes ces théories sont très intéressantes, d'une part pour traiter le problème de discontinuité des contraintes sur les interfaces et, d'autre part pour éviter l'utilisation des facteurs de correction de cisaillement. Les résultats obtenus sont globalement satisfaisants. Le seul reproche à faire à ce type de théories est qu'elles sont gourmandes en temps de calcul.

### **III.5. Conclusion**

Dans ce chapitre on a décrit les différentes théories des plaques pour simplifier les problèmes rencontrés, une comparaison des théories classiques, du premier ordre et d'ordre élevé a été faite pour décrire la déformation de cisaillement des plaques.

Il est à noter qu'il existe d'autres théories issues de ces théories mentionnées dans ce chapitre qui donnent des résultats acceptables dans certains cas. Ainsi, on s'est intéressées par les théories les plus utilisés dans la littérature.

# Chapitre IV :

## Etude de flambement mécanique des plaques stratifiées en matériaux composites

## IV.1. Introduction

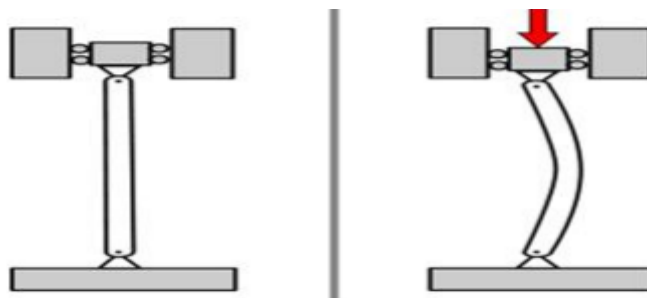
Tous les éléments de structure longs et minces ont un comportement similaire en compression. Lorsque la charge de compression augmente lentement, on atteint une valeur pour laquelle l'élément mince, au lieu de simplement se raccourcir, s'infléchit, et d'ordinaire se rompt. Cette valeur critique est appelée : charge de flambement.

Dans le cas du flambage, les formules établies tiennent compte des déformations qui ne peuvent plus être supposées infiniment petites et négligées, de même, les forces extérieures ne sont plus proportionnelles aux déformations. Le phénomène d'instabilité transversale sous un effort de compression porte le nom de flambement.

Les formules de flambage sont utilisées avec prudence, c'est-à-dire en prenant un coefficient de sécurité très grand. Les pièces soumises au flambage doivent impérativement être droites et ne doivent pas avoir subi des déformations précédemment.

## IV.2. Définition de flambement

On appelle en effet flambement « flambage » la déformation finie qui apparaît et se poursuit spontanément dans une tige, une plaque ou une structure avant que la limite de rupture du solide qui les constitue ne soit atteinte. Ce fait est un phénomène physique relevant des principes de la résistance des matériaux. Il ne peut d'ailleurs survenir que pour les corps dont l'une au moins des dimensions est petite par rapport aux autres (BENKABA, 2013).



**Figure IV.1.** Flexion sous un effort de compression

## IV.3. Manifestation du flambement

Une poutre rectiligne de grande longueur, soumise à un effort de compression important, peut fléchir.

Pour un effort axial de compression appliqué sur un poteau de grande longueur, on constate deux types de comportement en fonction du niveau de la charge.

- Pour des faibles valeurs de l'effort de compression, le poteau reste rectiligne et se comporte en compression.
- Puis pour une certaine charge dite charge critique d'Euler, très brutalement, le poteau fléchit et une augmentation même très faible de la charge peut rompre le poteau.

La déformation qui apparaît ainsi, est une flexion, elle correspond à un état d'équilibre instable.

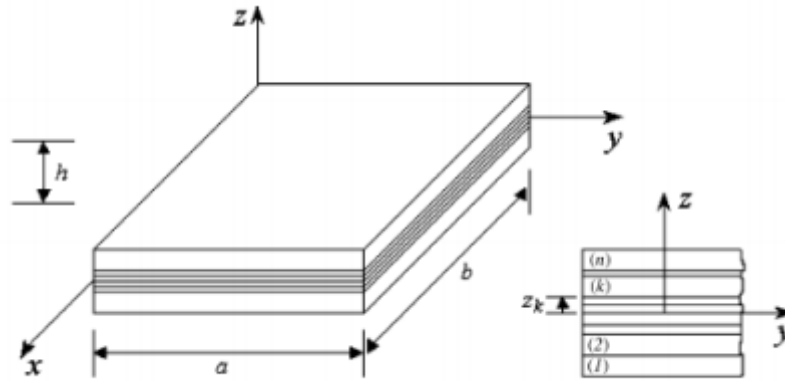
#### **IV.4. Les types de flambement**

Le flambement peut se manifester sous diverses formes selon les spécificités de la section transversale. Ainsi, on distingue :

- Flambement par flexion, où la pièce comprimée quitte sa position initialement rectiligne pour fléchir dans un des plans principaux d'inertie de la section droite ;
- Flambement par torsion, pour lequel l'axe longitudinal de la pièce comprimée conserve sa position initialement rectiligne, tandis que chaque section transversale tourne autour de cet axe;
- Flambement par flexion-torsion, qui consiste en un flambement interactif associant les deux types de flambement précités et se manifeste donc sous la forme de formations conjointes de flexion et de torsion.
- Flambement par bifurcation : il se produit dans les barres supposées parfaites avec des charges appliquées au centre de gravité. La barre dans ce cas reste rectiligne si la charge appliquée demeure inférieure à la charge critique. Si la charge critique est dépassée alors la barre prend soudainement une autre position d'équilibre par déformation latérale.
- Flambement avec point limite : un changement de position d'équilibre, se produisant avec un claquement sec peut avoir lieu quand le trajet initialement stable perd sa stabilité dès que l'on atteint localement une valeur maximum de la charge, appelée « point limite » du système. D'après ce schéma on peut constater que le comportement d'un système non-parfait est semblable à celui d'un système parfait.
- Flambement par divergence : Il est caractérisé par le fait essentiel que la poutre se dérobe à l'effort normal de compression en fléchissant transversalement. Il se déclenche à cause de la flexion initiale, charge transversale l'effort normal de compression accentue, comme on s'en rend compte en se plaçant en configuration déformée. (BENKABA, 2013)

### IV.5. Les hypothèses de la théorie d'ordre élevé à quatre variables

Considérons une plaque rectangulaire de longueur « a », de largeur « b » et d'épaisseur total « h » composée de  $n_p$  couches orthotropes avec le système de coordonnées comme le montre la figure (IV.2)



**Figure IV.2.** Une plaque stratifiée en matériaux composites avec un système de coordonnées (x, y, z).

- La déformation transversale  $\epsilon_z$  et la contrainte transversale normale  $\sigma_z$  sont négligées.
- Le déplacement transversal  $w$  comprend deux composantes : à la flexion  $w_b$  et au cisaillement  $w_s$

$$w(x, y, z) = w_b(x, y) + w_s(x, y) \quad (IV.1)$$

- Les déplacements  $u$  dans la direction  $x$  et  $v$  dans la direction  $y$  sont les composantes d'extension, de flexion et de cisaillement.

$$u = u_0 + u_b + u_s \quad (IV.2)$$

$$v = v_0 + v_b + v_s$$

- Les composantes de flexion sont supposées être similaires aux déplacements donnés par la théorie classique des plaques CLPT. Par conséquent, l'expression peut être donnée comme suit :

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (IV.3)$$

$$v_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial y}$$

- Les composantes de cisaillement  $u_s$  et  $v_s$  donnent lieu, en combinaison avec  $w_s$ , à la variation parabolique de déformations en cisaillement  $\gamma_{xz}$  et  $\gamma_{yz}$  et donc à des contraintes de cisaillement  $\sigma_{xz}$  et  $\sigma_{yz}$  à travers l'épaisseur de la plaque de telle manière que les contraintes de cisaillement sont égales à zéro au niveau des faces supérieure et inférieure de la plaque. Par conséquent, les expressions peuvent être données comme suit :

$$\begin{aligned} u_b &= -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v_b &= -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \end{aligned} \quad (IV.4)$$

## IV.6. Le champ de déplacement

Basant sur la théorie d'ordre élevée, le champ du déplacement est obtenu comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{aligned} \quad (IV.5)$$

La fonction du cisaillement proposée est donnée comme suit :

$$f = z - \sin\left(\pi * \frac{z}{h}\right) \quad (IV.6)$$

$F(z)$  : est la fonction de cisaillement.

Et

$$g = 1 - \frac{d(f)}{d(z)} \quad (IV.7)$$

$g$  : est la fonction de cisaillement.

## IV.7. Le champ de déformation

Les déformations sont calculées en dérivants les déplacements

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] = \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f k_x^s \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = \varepsilon_y^0 + z k_y^b + f k_y^s \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}^b + f k_{xy}^s \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} [w_b + w_s] = g \gamma_{yz}^s \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} [w_b + w_s] = g \gamma_{xz}^s \\
 \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} [w_b + w_s] = 0
 \end{aligned} \tag{IV.8}$$

Avec

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\
 \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial x}, k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}, k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\
 \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, k_{xy}^b = -2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}, k_{xy}^s = -2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \\
 \gamma_{yz}^s &= \frac{\partial w_s}{\partial y}, \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{IV.9}$$

## IV.8. Equations constitutives

Sous l'hypothèse que chaque couche possède un plan de symétrie élastique parallèle au plan (x, y), les équations constitutives pour une couche peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{IV.10}$$

Où  $Q_{ij}$  sont les rigidités de la couche considérée :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12}, Q_{66} = G_{12}, Q_{44} = G_{23}, Q_{55} = G_{13} \tag{IV.11}$$



Etant donné que le stratifié est composé de plusieurs couches orthotropes orientés de manière arbitraire par rapport aux coordonnées principales du stratifié, les équations constitutives de chaque couche doivent être transformées en coordonnées du stratifié (x, y). Les relations contrainte-déformation dans les coordonnées du stratifié de la k<sup>ème</sup> couche sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (IV.12)$$

Où les rigidités  $\overline{Q}_{ij}$  sont données par :

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + \overline{Q}_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\ \overline{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \overline{Q}_{66} &= [Q_{11} - Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \overline{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ \overline{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \sin \theta \cos \theta \\ \overline{Q}_{55} &= Q_{55} \cos^2 \theta + Q_{44} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (IV.13)$$

## IV.9. Equations gouvernantes

Les équations d'équilibre sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels qui est donné par :

$$U + V = 0 \quad (IV.14)$$

Où, l'énergie de déformation de la plaque est donnée par

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz} + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dV \quad (IV.15)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_A (N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + Q_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^s + Q_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^s) dx dy = 0 \quad (IV.16)$$

D'où les efforts normaux  $N$  et les moments résultants  $M^b, M^s$  et  $Q^s$  sont définies par :

$$\begin{aligned}
 (N_x, N_y, N_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) dz \\
 (M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z dz \\
 (M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) f(z) dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) f(z) dz \\
 (Q_{xz}^s, Q_{yz}^s) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g(z) dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g(z) dz
 \end{aligned} \tag{IV.17}$$

Substituant l'équation (IV.12) dans l'équation (IV.17) et en intégrant suivant l'épaisseur de la plaque, les forces et moments résultants sont donnés comme :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ B & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k^b \\ k^s \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} Q_{yz}^s \\ Q_{xz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & A_{45}^s \\ A_{45}^s & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \tag{IV.18}$$

Où

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\}^t, M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\}^t \tag{IV.19}$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0\}^t, k^b = \{k_x^b, k_y^b, k_{xy}^b\}^t, k^s = \{k_x^s, k_y^s, k_{xy}^s\}^t \tag{IV.20}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \tag{IV.21}$$

$$B^s = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & B_{16}^s \\ B_{12}^s & B_{22}^s & B_{26}^s \\ B_{16}^s & B_{26}^s & B_{66}^s \end{bmatrix}, D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & D_{16}^s \\ D_{12}^s & D_{22}^s & D_{26}^s \\ D_{16}^s & D_{26}^s & D_{66}^s \end{bmatrix}, H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & H_{16}^s \\ H_{12}^s & H_{22}^s & H_{26}^s \\ H_{16}^s & H_{26}^s & H_{66}^s \end{bmatrix} \tag{IV.22}$$

Où Les composantes de rigidité  $A_{ij}, B_{ij}, \dots$  etc, sont définis comme :

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s) = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij} (1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z)) dz \tag{IV.23}$$

avec  $(i, j) = (1, 2, 6)$

$$A_{ij}^s = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij} [g(z)]^2 dz \quad \text{avec } (i,j)=(4,5) \quad (\text{IV.24})$$

L'énergie due aux charges extérieures peut s'écrire comme :

$$V = \frac{1}{2} \int_A \left[ N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x \partial y} \right] dx dy \quad (\text{IV.25})$$

Ou  $N_x^0, N_y^0$  et  $N_{xy}^0$  sont les charges de flambement.

Substituant les équations (IV.16), (IV.25) dans l'équation (IV.14) et intégrant par partie, mettant les coefficients ( $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b$  et  $\delta w_s$ ) nuls séparément on obtient les équations d'équilibres suivants :

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \delta w_b : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + N &= 0 \\ \delta w_s : \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial Q_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}^s}{\partial y} + N &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

Avec

$$N = \left[ N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} \right], N_x^0 = \gamma_1 N_{cr}, N_y^0 = \gamma_2 N_{cr}, N_{xy}^0 = 0 \quad (\text{IV.27})$$

Les équations (IV.26) peuvent être exprimées en termes de déplacements ( $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b$  et  $\delta w_s$ ) en substituant l'équation (IV.18) dans (IV.26) :

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \\ - B_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} \\ - B_{11}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} - 3B_{16}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - B_{26}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.28})$$

$$\begin{aligned}
 & A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \\
 & - B_{16} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} \\
 & - B_{16}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - B_{22}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} = 0
 \end{aligned} \tag{IV.29}$$

$$\begin{aligned}
 & B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + 3B_{16} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{26} \frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} \\
 & + B_{16} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + 3B_{26} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\
 & - D_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 4D_{16} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x \partial y^3} - D_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} \\
 & - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 4D_{16}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x \partial y^3} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + \overline{N} = 0
 \end{aligned} \tag{IV.30}$$

$$\begin{aligned}
 & B_{11}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + 3B_{16}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{26}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} \\
 & + B_{16}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + 3B_{26}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\
 & - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 4D_{16}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x \partial y^3} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} \\
 & - H_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 4H_{16}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^3 \partial y} - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4H_{26}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x \partial y^3} - H_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} \\
 & + A_{55}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{44}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} + 2A_{45}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} + \overline{N} = 0
 \end{aligned} \tag{IV.31}$$

## IV.10. Solution de Navier des plaques stratifiées simplement appuyées

### IV.10.1. Cas des stratifiées à plis croisés (0/90) (cross-ply)

Les solutions de Navier peuvent être développés pour les stratifiés rectangulaires avec deux ensembles de conditions aux limites simplement appuyés, pour les stratifiées antisymétriques à plis croisés (cross-ply). Les rigidités de la plaque suivantes sont nulles.

$$\begin{aligned}
 & A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = D_{16}^s = D_{26}^s = H_{16}^s = H_{26}^s = 0 \\
 & B_{12} = B_{26} = B_{16} = B_{66} = B_{12}^s = B_{16}^s = B_{26}^s = B_{66}^s = A_{45}^s = 0 \\
 & B_{22} = -B_{11}, B_{22}^s = -B_{11}^s
 \end{aligned} \tag{IV.32}$$

Où les conditions aux limites peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned}
 v(0, y) = w_b(0, y) = w_s(0, y) &= \frac{\partial w_b}{\partial y}(0, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(0, y) = 0 \\
 v(a, y) = w_b(a, y) = w_s(a, y) &= \frac{\partial w_b}{\partial y}(a, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(a, y) = 0 \\
 N_x(0, y) = M_x^b(0, y) = M_x^s(0, y) &= N_x(a, y) = M_x^b(a, y) = M_x^s(a, y) = 0 \\
 u(x, 0) = w_b(x, 0) = w_s(x, 0) &= \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, 0) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, 0) = 0 \\
 u(x, b) = w_b(x, b) = w_s(x, b) &= \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, b) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, b) = 0 \\
 N_y(x, 0) = M_y^b(x, 0) = M_y^s(x, 0) &= N_y(x, b) = M_y^b(x, b) = M_y^s(x, b) = 0
 \end{aligned} \tag{IV.33}$$

Les conditions aux limites en équation (IV.24) sont satisfaites par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 u_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\
 v_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\
 w_b(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\
 w_s(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y)
 \end{aligned} \tag{IV.34}$$

Où :  $U_{mn}, V_{mn}, W_{bmn}$  et  $W_{smn}$ , sont des paramètres arbitraires à déterminer et  $\alpha = m\pi/a$  et  $\beta = n\pi/b$ .

Remplaçant les équations (IV.23 et IV.25) dans l'équation (IV.22), la solution de Navier des stratifiées antisymétriques croisés peut être déterminée à partir de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} + k & S_{34} + k \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} + k & S_{44} + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{IV.35}$$

$$s_{11} = A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2, s_{12} = \alpha\beta(A_{12} + A_{66}), s_{13} = -B_{11}\alpha^3, s_{14} = -B_{11}^s\alpha^3 \tag{IV.36}$$

$$s_{22} = A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2, s_{23} = B_{11}\beta^3, s_{24} = B_{11}^s\beta^3 \tag{IV.37}$$

$$s_{33} = D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4 \tag{IV.38}$$

$$s_{34} = D_{11}^s\alpha^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + D_{22}^s\beta^4 \tag{IV.39}$$

$$s_{44} = H_{11}^s\alpha^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + H_{22}^s\beta^4 + A_{55}^s\alpha^2 + A_{44}^s\beta^2 \tag{IV.40}$$

$$K = N_{cr}(\gamma_1\alpha^2 + \gamma_2\beta^2) \quad (IV.41)$$

### IV.10.2. Cas des stratifiées à plis alternées et équilibrés ( $\theta^\circ/-\theta^\circ$ ) (angle-ply)

Pour les stratifiées antisymétriques alternées et équilibrés (angle-ply), les rigidités suivantes de la plaque sont nulles :

$$\begin{aligned} A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = D_{16}^s = D_{26}^s = H_{16}^s = H_{26}^s = 0 \\ B_{11} = B_{12} = B_{22} = B_{66} = B_{11}^s = B_{12}^s = B_{22}^s = B_{66}^s = A_{45}^s = 0 \end{aligned} \quad (IV.42)$$

Les conditions aux limites suivantes pour les stratifiées antisymétriques alternées et équilibrés peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned} u(0, y) = w_b(0, y) = w_s(0, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(0, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(0, y) = 0 \\ u(a, y) = w_b(a, y) = w_s(a, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(a, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(a, y) = 0 \\ N_{xy}(0, y) = M_x^b(0, y) = M_x^s(0, y) = N_{xy}(a, y) = M_x^b(a, y) = M_x^s(a, y) = 0 \\ v(x, 0) = w_b(x, 0) = w_s(x, 0) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, 0) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, 0) = 0 \\ v(x, b) = w_b(x, b) = w_s(x, b) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, b) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, b) = 0 \\ N_{xy}(x, 0) = M_y^b(x, 0) = M_y^s(x, 0) = N_{xy}(x, b) = M_y^b(x, b) = M_y^s(x, b) = 0 \end{aligned} \quad (IV.43)$$

Les conditions aux limites en équation (IV.43) sont satisfaites par les expressions suivantes

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ v_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ w_b(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ w_s(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{aligned} \quad (IV.44)$$

Remplaçant les équations (IV.42 et IV.44) en équation (IV.28 et IV.29, IV.30, IV.31), l'équation (IV.35) peut être résolue en utilisant les coefficients suivants

$$s_{11} = A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2, \quad s_{12} = \alpha\beta(A_{12} + A_{66}), \quad s_{13} = -(3B_{16}\alpha^2\beta + B_{26}\beta^3) \quad (IV.45)$$

$$s_{14} = -(3B_{16}^s\alpha^2\beta + B_{26}^s\beta^3), \quad s_{22} = A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2, \quad s_{23} = -(B_{16}\alpha^3 + 3B_{26}\alpha\beta^2) \quad (IV.46)$$

$$s_{24} = -(B_{16}^s \alpha^3 + 3B_{26}^s \alpha \beta^2), \quad s_{33} = D_{11} \alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \alpha^2 \beta^2 + D_{22} \beta^4 \quad (\text{IV.47})$$

$$s_{34} = D_{11}^s \alpha^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \alpha^2 \beta^2 + D_{22}^s \beta^4 \quad (\text{IV.48})$$

$$s_{44} = H_{11}^s \alpha^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s) \alpha^2 \beta^2 + H_{22}^s \beta^4 + A_{55}^s \alpha^2 + A_{44}^s \beta^2 \quad (\text{IV.49})$$

$$K = N_{cr} (\gamma_1 \alpha^2 + \gamma_2 \beta^2) \quad (\text{IV.50})$$

## IV.11. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé la théorie d'ordre élevé à quatre variables avec une fonction  $f(z)$ . Afin de tirer les équations d'équilibre, le principe des travaux virtuels a été utilisé et la solution de Navier a mené aux solutions analytiques du problème du flambement.

Dans le cinquième chapitre, Nous allons valider la présente approche par des exemples numériques la mettant en valeur pour la détermination des charges critiques de flambement pour différents cas de stratifiés et matériaux soumis à plusieurs cas de chargement.

# Chapitre V :

## Validation et discussion des résultats



## V.1. Introduction

Dans ce chapitre, notre analyse va être baser sur la validation des résultats obtenues des différents variantes proposés dans ce mémoire on se basant sur la théorie raffinée d'ordre élevé. Tous ces résultats seront comparés avec les autres théories existantes dans la littérature.

Par la suite, on va réaliser une étude paramétrique pour déterminer les différents paramètres qui influent sur la stabilité vis-à-vis le flambement mécanique des plaques stratifiées simplement appuyées en matériaux composites.

## V.2. Structures et matériaux étudiées

L'étude analytique a été menée sur des plaques stratifiées croisées et alternées antisymétriques simplement appuyées suivant une section carrée et rectangulaire, Afin de vérifier l'exactitude de la présente analyse, quelques exemples numériques sont résolus. Il est supposé que l'épaisseur et les propriétés des matériaux pour tous les stratifiés sont les mêmes. Dans l'analyse, les propriétés élastiques du stratifié sont rapportées ci-dessous :

$$E_1 = 40E_2, G_{12} = 0.6E_2, G_{13} = 0.6E_2, G_{23} = 0.5E_2, \nu_{12} = 0.25$$

**Tableau V.1.** Caractéristiques mécaniques des matériaux (BERTHELOT, 2012)

Matériau	Fibre				Matrice	
	Verre		Carbonne		Kevlar 49	Époxyde
	E	R	HM	HR		
Module d'Young $E$ (GPa)	73	86	380	260	135	3.45
Coefficient de poisson $\nu$	0.22	0.22	0.33	0.33	0.37	0.3

La charge critique de flambement non-dimensionnelle est obtenue par la formule :

$$\bar{N} = N_{cr} \left( \frac{a^2}{E_2 h^3} \right) \quad (\text{V.1})$$

## V.3. Validation des résultats

Notre objectif est de vérifier l'exactitude et la convergence de la présente théorie actuelle pour prédire les réponses de flambement des plaques composites stratifiées simplement appuyées grâce aux

résultats numériques obtenus. Les comparaisons faites avec diverses théories de la plaque sont données dans les tableaux (V.2) et (V.3).

**Tableau V.2.** Variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  des plaques carrées stratifiées  $(0/90)_n$  simplement appuyées (SSSS) en matériaux composites sous compression axiale

Nombre de plis	Théorie	$\bar{N}$	Erreur %
$(0/90)_2$	Présente	22.5530	5.64
	Exacte (Ren, 1990.)	21.2796	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	22.5790	6.11
	FSDT (Whitney, 1970.)	22.8060	7.17
	CLPT (ADIM, 2016)	30.3591	42.67
$(0/90)_3$	Présente	24.4605	3.23
	Exacte (Ren, 1990.)	23.6689	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	24.4596	3.34
	FSDT (Whitney, 1970.)	24.5777	3.84
	CLPT (ADIM, 2016)	33.5817	41.88
$(0/90)_5$	Présente	25.4354	1.85
	Exacte (Ren, 1990.)	24.9636	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	25.4225	1.84
	FSDT (Whitney, 1970.)	25.4500	1.95
	CLPT (ADIM, 2016)	35.2316	41.13

**Tableau V.3.** Variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  des plaques carrées stratifiées alternées  $(\theta/-\theta)$  simplement appuyées (SSSS) en matériaux composites sous compression uniaxiale.

a/h	Théorie	$\bar{N}$			
		$\theta = 30$	Erreur	$\theta = 45$	Erreur
4	Présente	9.7123	0.0184	10.1181	0.0303
	Ren (Ren, 1990.)	9.5368	-	9.8200	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	9.3391	0.0207	8.2377	0.1611
	FSDT (Whitney, 1970.)	7.5450	0.2088	6.7858	0.3089
10	Présente	17.2790	0.0969	18.2382	0.1083
	Ren (Ren, 1990.)	15.7517	-	16.4558	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	17.1269	0.0873	18.1544	0.1032
	FSDT (Whitney, 1970.)	16.6132	0.0547	17.5522	0.0666
100	Présente	20.4029	0.0037	21.6674	0.0013
	Ren (Ren, 1990.)	20.4793	-	21.6384	-
	HSTD (Reddy, 1984.)	20.5017	0.0011	21.6663	0.0013
	FSDT (Whitney, 1970.)	20.4944	0.0007	21.6576	0.0008

Afin de valider la présente étude, les tableaux (V.2) et (V.3) montrent la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  des plaques carrées stratifiées simplement appuyées (SSSS) en matériaux

composites sous compression uniaxiale en fonction de nombre des plis (séquence d'empilement) et le rapport côté sur épaisseur  $a/h$

Les présents résultats sont comparés avec ceux effectués par d'autres chercheurs à savoir : La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (Classical Laminated Plate Theory CLPT), théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First Order Shear Deformation Theory FSDT), La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Order Shear Deformation Theory HSDT).

A partir des résultats obtenus il ressort que, la comparaison entre les résultats numériques de la présente théorie est en nette concordance avec les autres théories existantes dans la littérature ce qui valide cette présente méthode.

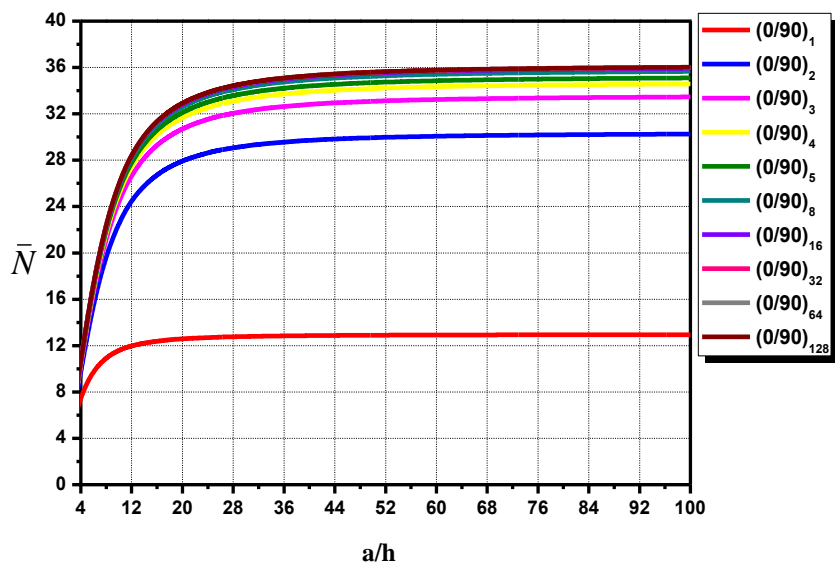
Il convient de noter que le nombre d'inconnues dans la théorie actuelle est de quatre, tandis que le nombre d'inconnue dans théorie de déformation en cisaillement du premier ordre et la théorie de déformation d'ordre élevé de cisaillement (HSDT) est de cinq.

Et encore, plus que la plaque devient très épaisse, plus que l'écart entre les résultats obtenus par la théorie du premier ordre FSDT et celles des théories d'ordre élevé augmente. Ceci est dû à la mauvaise introduction de l'effet de cisaillement par la théorie du premier ordre FSDT.

#### V.4. Etude des différents paramètres qui influent sur la charge critique de flambement

**Tableau V.4a.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(0/90)_n$  en matériaux composites (SSSS).

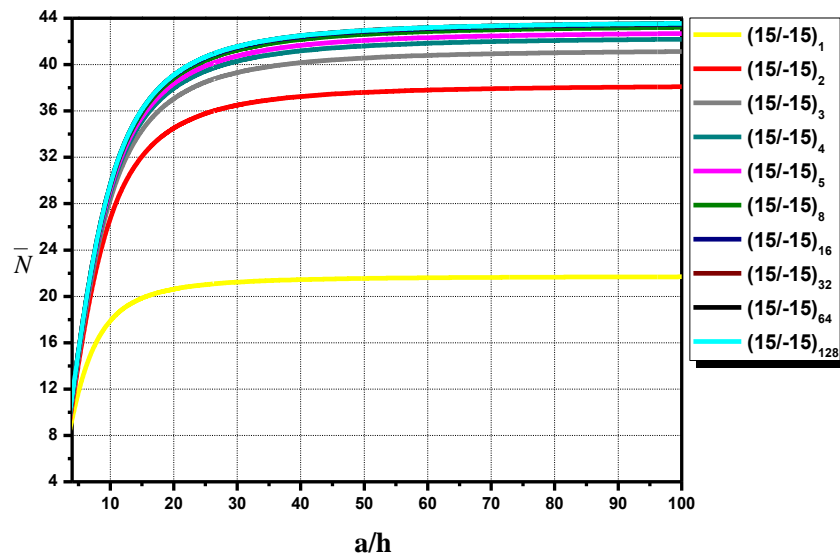
Nombre de plis	$a/h$				
	5	20	50	100	1000
$(0/90)_1$	8.8424	12.5854	12.8962	12,9420	12.9571
$(0/90)_2$	12.8298	27.9339	29.9427	30,2539	30.3581
$(0/90)_3$	13.5986	30.7082	33.0858	33,4562	33.5804
$(0/90)_4$	13.8750	31.6773	34.1854	34,5770	34.7082
$(0/90)_5$	14.0042	32.1257	34.6943	35,0957	35.2302
$(0/90)_8$	14.1452	32.6112	35.2456	35,6576	35.7957
$(0/90)_{16}$	14.2134	32.8446	35.5106	35,9278	36.0676
$(0/90)_{32}$	14.2305	32.9029	35.5768	35,9953	36.1356
$(0/90)_{64}$	14.2347	32.9175	35.5934	36.0122	36.1526
$(0/90)_{128}$	14.2358	32.9211	35.5975	36.0164	36.1568



**Figure V.1a.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(0/90)_n$  en matériaux composites (SSSS).

**Tableau V.4b.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(15/-15)_n$  en matériaux composites (SSSS).

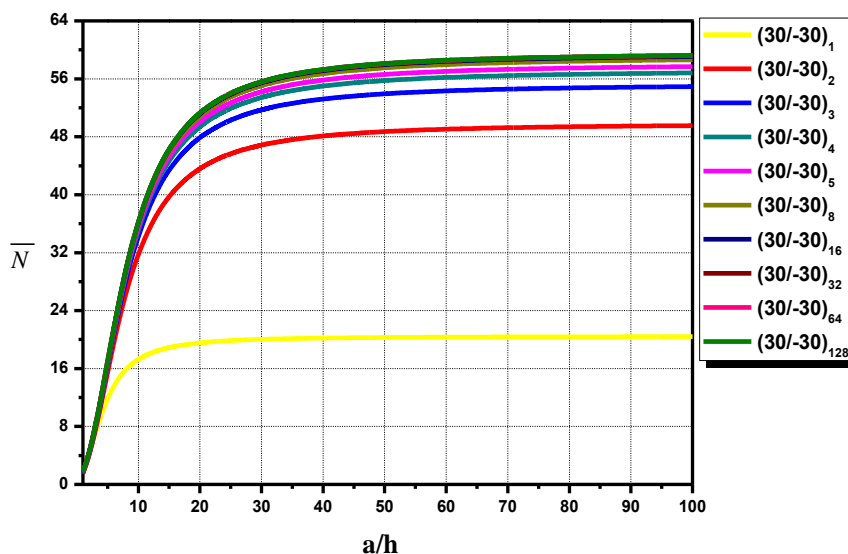
Nombre de plis	$a/h$				
	5	20	50	100	1000
$(15/-15)_1$	11.8200	20.6283	21.5486	21.6871	21.7331
$(15/-15)_2$	14.2111	34.5237	37.6027	38.0886	38.2518
$(15/-15)_3$	14.8126	37.0701	40.5688	41.1241	41.311
$(15/-15)_4$	15.0345	37.9614	41.6068	42.1865	42.3814
$(15/-15)_5$	15.1392	38.3739	42.0873	42.6782	42.8769
$(15/-15)_8$	15.2539	38.8209	42.6078	43.2109	43.4138
$(15/-15)_{16}$	15.3096	39.0359	42.8580	43.4670	43.6719
$(15/-15)_{32}$	15.3236	39.0896	42.9205	43.5311	43.7364
$(15/-15)_{64}$	15.3271	39.1031	42.9362	43.5471	43.7525
$(15/-15)_{128}$	15.3279	39.1064	42.9401	43.5511	43.7566



**Figure V.1b.** Effet de la séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(15/-15)_n$  en matériaux composites (SSSS).

**Tableau V.4c.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(30/-30)_n$  en matériaux composites (SSSS).

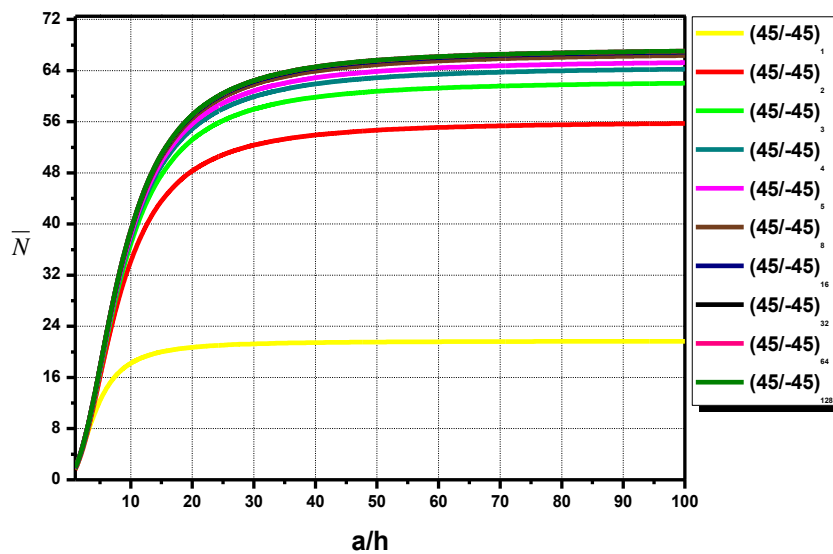
Nombre de plis	$a/h$				
	5	20	50	100	1000
$(30/-30)_1$	11.9019	19.5421	20.2910	20.4029	20.4401
$(30/-30)_2$	15.4696	43.6063	48.7110	49.5409	49.8212
$(30/-30)_3$	16.3043	47.8918	53.9345	54.9265	55.2620
$(30/-30)_4$	16.6130	49.3874	55.7614	56.8110	57.1663
$(30/-30)_5$	16.7588	50.0791	56.6069	57.6833	58.0477
$(30/-30)_8$	16.9187	50.8280	57.5226	58.6282	59.0025
$(30/-30)_{16}$	16.9963	51.1879	57.9628	59.0824	59.4616
$(30/-30)_{32}$	17.0158	51.2779	58.0728	59.1960	59.5764
$(30/-30)_{64}$	17.0207	51.3004	58.1004	59.2244	59.6051
$(30/-30)_{128}$	17.0219	51.3060	58.1072	59.2315	59.6123



**Figure V.1c.** Effet de séquence d’empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d’une plaque carrée stratifiée croisée  $(30/-30)_n$  en matériaux composites (SSSS).

**Tableau V.4d.** Effet de séquence d’empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d’une plaque carrée stratifiée croisée  $(45/-45)_n$  en matériaux composites (SSSS).

Nombre de plis	$a/h$				
	5	20	50	100	1000
$(45/-45)_1$	12.4412	20.7178	21.5437	21.6674	21.6674
$(45/-45)_2$	16.0410	48.3185	54.6789	55.7289	56.0844
$(45/-45)_3$	16.9166	53.1937	60.7588	62.0217	62.4502
$(45/-45)_4$	17.2425	54.8939	62.8849	64.2237	64.6782
$(45/-45)_5$	17.3967	55.6801	63.8687	65.2428	65.7095
$(45/-45)_8$	17.5662	56.5312	64.9343	66.3468	66.8267
$(45/-45)_{16}$	17.6486	56.9402	65.4466	66.8775	67.3638
$(45/-45)_{32}$	17.6693	57.0425	65.5746	67.0102	67.4981
$(45/-45)_{64}$	17.6745	57.0680	65.6066	67.0434	67.5316
$(45/-45)_{128}$	17.6757	57.0744	65.6147	67.0517	67.5401



**Figure V.1d.** Effet de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement  $\bar{N}$  d'une plaque carrée stratifiée croisée  $(45/-45)_n$  en matériaux composites (SSSS).

Afin de mieux comprendre l'influence des paramètres de géométrie de la plaque composite stratifiée. Indiquer aux tableaux (V.4a) -(V.4d) ainsi que les figures (V.1a) -(V.1d) qui présentent la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée stratifiée en matériau composite en fonction de rapport côté sur épaisseur  $a/h$  (qui varie de 5 à 1000) pour différentes séquences d'empilement (qui varie de 2 à 256 plis).

On observe que la charge critique de flambement augmente avec augmentation du rapport longueur sur épaisseur  $a/h$ . Ces résultats montrent très clairement qu'avec l'augmentation du rapport  $a/h$ , la plaque devient plus mince donc il y'aura une condensation des fibres qui se traduit par une augmentation de la rigidité de la plaque.

D'autre part, l'augmentation de la séquence d'empilement a une influence similaire à celui du rapport  $a/h$  ce qui est logique puisque l'augmentation de nombre de plis engendre l'augmentation de la rigidité de la plaque et par conséquent la plaque devient plus stable.

En raison d'économie en limite le nombre de plis dans la présente étude à dix couches, puisque, à partir de cette valeur la charge critique de flambement est presque constante.

**Tableau V.5.** Influence du rapport d'aspect  $a/b$  et orientation des plis sur la charge critique du flambement  $\bar{N}$  d'une plaque stratifiée antisymétrique en matériau composite

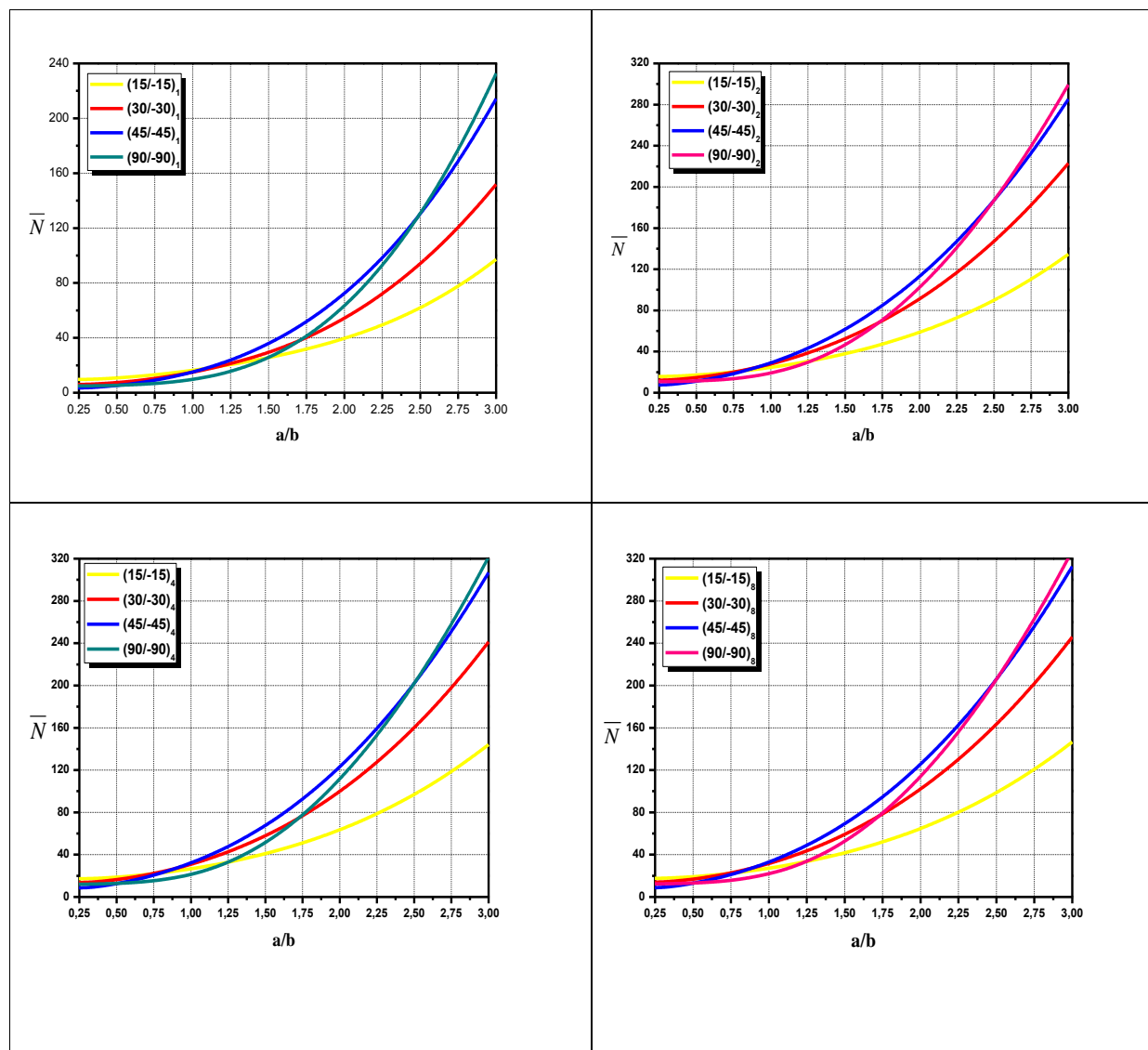
Nombre de plis	$a/b$				
	0.2	0.5	1	1.5	2
$(15/-15)_1$	9.6525	11.5530	17.9116	27.9328	43.2251
$(15/-15)_2$	15.7561	18.2122	26.7457	41.3761	64.0306
$(15/-15)_4$	17.2305	19.8455	28.9569	44.7479	69.2485
$(15/-15)_8$	17.6018	20.2569	29.5142	45.5971	70.5626
$(30/-30)_1$	6.0393	8.4132	17.2790	33.3743	60.9286
$(30/-30)_2$	12.2605	16.4704	31.7907	58.9538	100.8505
$(30/-30)_4$	13.6986	18.3323	35.1551	64.9134	100.3624
$(30/-30)_8$	14.0573	18.7973	35.9981	66.4119	112.7671
$(45/-45)_1$	3.5457	6.5347	18.2382	41.6909	82.0936
$(45/-45)_2$	7.6257	13.6787	34.2148	70.2562	125.91
$(45/-45)_4$	8.5952	15.3371	37.8693	76.9647	136.8449
$(45/-45)_8$	8.8368	15.7502	38.7853	78.6654	139.6574
$(0/90)_1$	5.0464	5.7712	11.5918	31.1451	74.1823
$(0/90)_2$	10.7826	12.0626	22.5530	55.3079	116.8025
$(0/90)_4$	12.1154	13.5376	25.1271	60.9469	127.2108
$(0/90)_8$	12.4474	13.9052	25.7694	62.3632	129.8697

Le tableau (V.5) ainsi que la figure (V.2) illustrent l'influence du rapport longueur sur largeur  $a/b$  et l'orientation des fibres sur la charge critique du flambement d'une plaque stratifiée antisymétrique en matériau composite simplement appuyée (SSSS).

On constate que la charge critique de flambement augmente en fait et à mesure que le rapport longueur sur largeur  $a/b$  ainsi que le nombre de plis augmentent, ce qui est logique puisque l'augmentation de nombre de plis engendre l'augmentation de la rigidité de la plaque et par conséquent la plaque devient plus stable, et de même, par l'augmentation du rapport longueur sur largeur  $a/b$  la plaque devient plus élastique.

Il est à noter que l'orientation des fibres optimale dépend de la géométrie de la plaque (longueur, largeur et épaisseur). Aussi, la charge critique de flambement n'est pas le seul critère qu'on doit prendre en considération lors de choix d'angle d'orientation, puisque par exemple, les stratifiées pose un majeur obstacle qui est les contraintes d'interfaces, pour cela il faut que l'orientation choisie répond à certain nombre de ces critères. (ADIM, 2016)





**Figure V.2.** Influence du rapport d'aspect  $a/b$  et orientation des plis sur la charge critique du flambement d'une plaque stratifiée de  $n$  couches en matériau composite

**Tableau V.6a.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée croisée  $(0/90)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres

$V_f$ (%)	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar 49
10 %	4.3419	4.5351	8.7032	7.0807	5.2980
20 %	5.0812	5.4087	12.0089	9.5256	6.6806
30 %	5.5029	5.9106	13.8799	10.9341	7.4873
40 %	5.7129	6.1588	14.7630	11.6083	7.8886
46 %	5.7407	6.1921	14.8950	11.7086	7.9541
50 %	5.7278	6.1759	14.8341	11.6621	7.9324
60 %	5.5646	5.9829	14.1728	11.1572	7.6537
70 %	5.2357	5.5946	12.7902	10.1161	7.0733
80 %	4.7484	5.0191	10.6394	8.5279	6.1981
90 %	4.0998	4.2532	7.6058	6.3427	5.0129

**Tableau V.6b.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(15/-15)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres

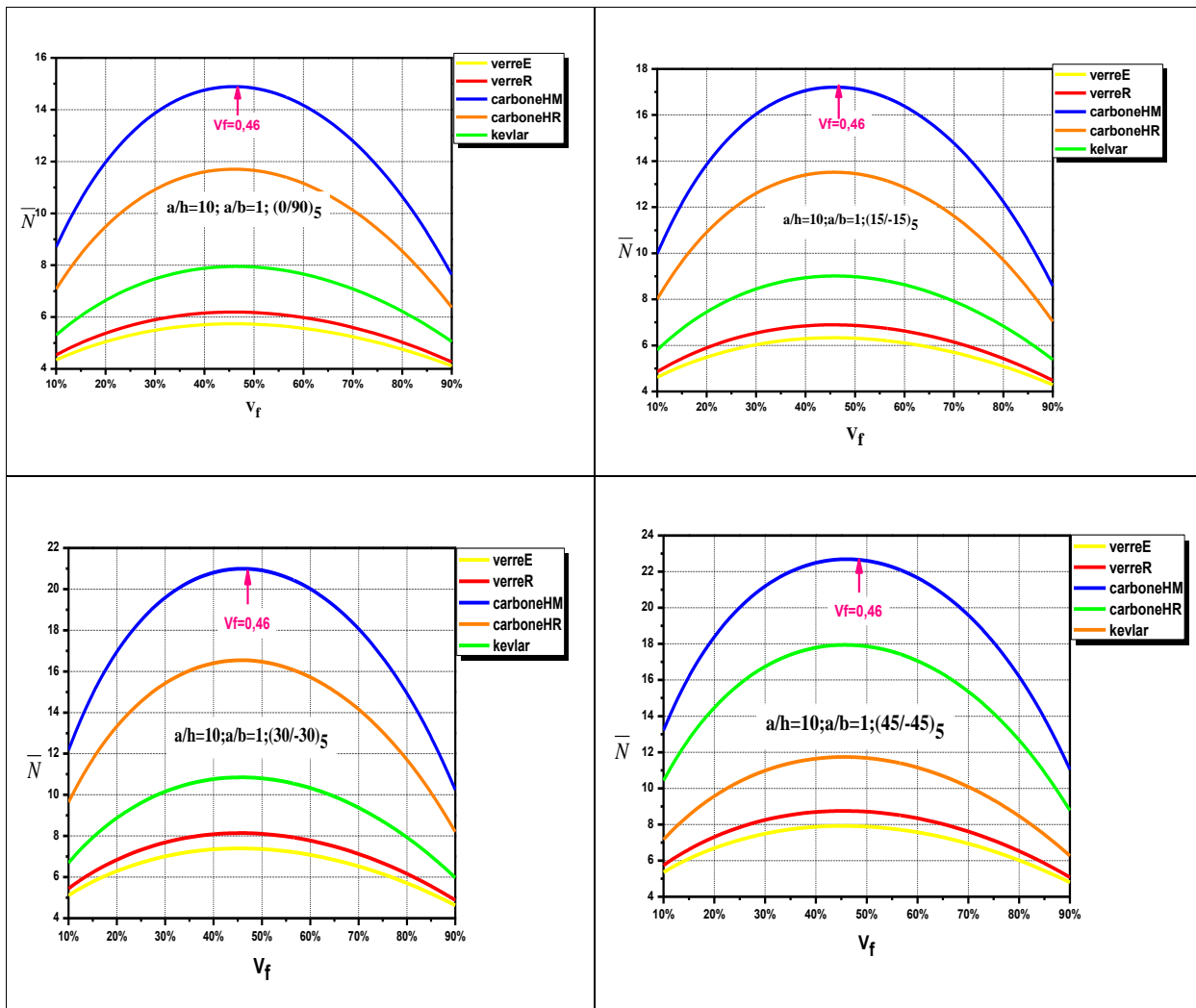
$V_f$ (%)	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar 49
10 %	4.6102	4.8595	9.9825	8.0125	5.8030
20 %	5.5287	5.9386	13.8896	10.9542	7.4957
30 %	6.0484	6.5554	16.0547	12.6187	8.4687
40 %	6.3026	6.8555	17.0667	13.4056	8.9429
46 %	6.3333	6.8927	17.2174	13.5193	9.0141
50 %	6.3147	6.8700	17.1472	13.4615	8.9819
60 %	6.1065	6.6254	16.3843	12.8576	8.6281
70 %	5.6930	6.1390	14.7734	11.6097	7.9036
80 %	5.0829	5.4198	12.2267	9.6863	6.8126
90 %	4.2754	4.4653	8.5534	7.0009	5.3346

**Tableau V.6c.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(30/-30)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres

$V_f$ (%)	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar 49
10 %	5.1103	5.4472	12.1754	9.6436	6.7162
20 %	6.3442	6.8962	17.0108	13.3849	8.9329
30 %	7.0322	7.7089	19.6112	15.4491	10.1803
40 %	7.3619	8.0969	20.8144	16.4116	10.7737
46 %	7.3978	8.1409	20.9961	16.5477	10.8537
50 %	7.3695	8.1075	20.9158	16.4744	10.8042
60 %	7.0839	7.7753	20.0139	15.7214	10.3258
70 %	6.5239	7.1208	18.0709	14.1518	9.3605
80 %	5.6985	6.1517	14.917	11.6893	7.9027
90 %	4.6057	4.8618	10.2082	8.1680	5.9167

**Tableau V.6d.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée alternée  $(45/-45)_5$  en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres

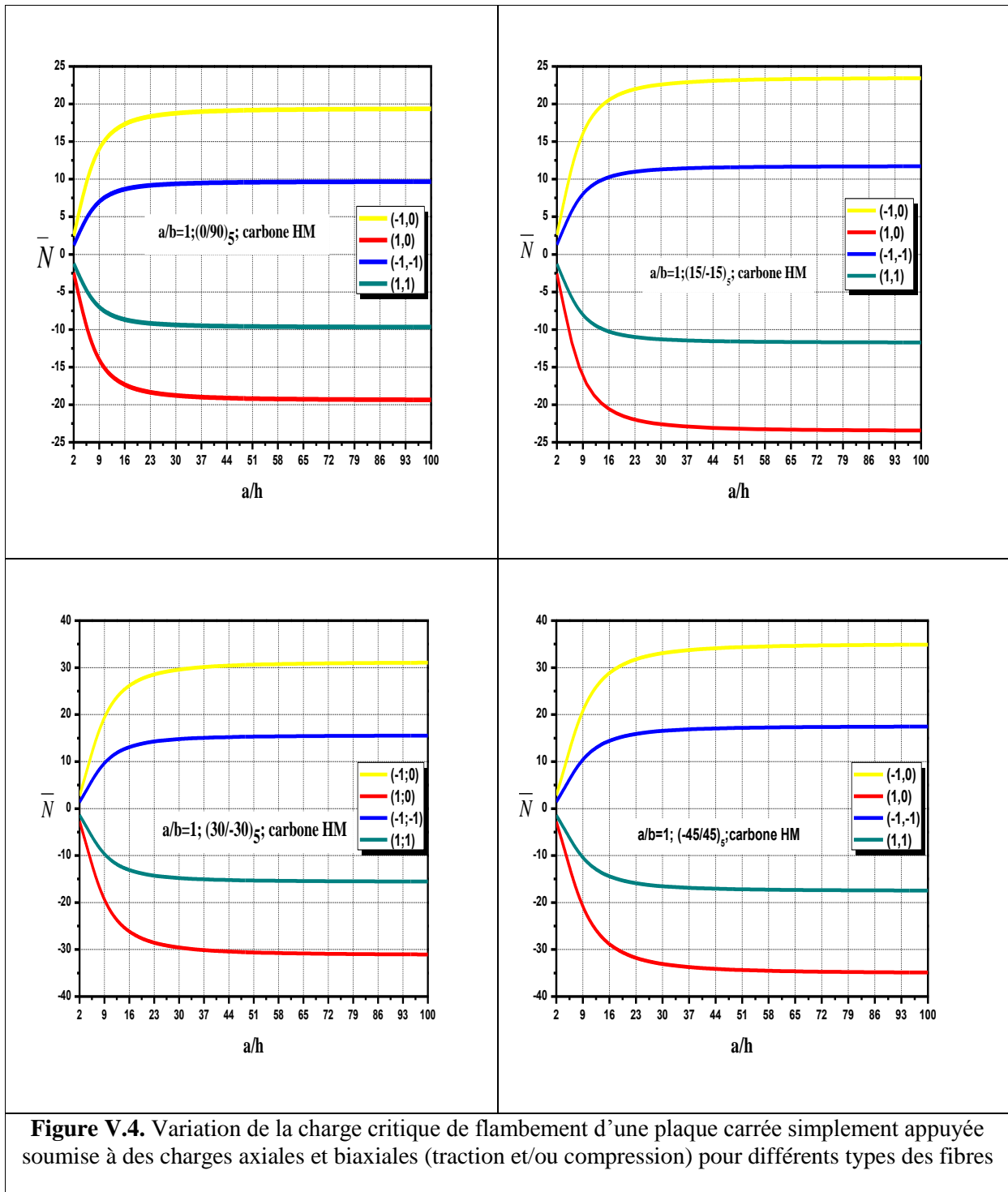
$V_f$ (%)	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar 49
10 %	5.2773	5.7421	13.2179	10.4339	7.1677
20 %	6.7485	7.3694	18.4446	14.5325	9.6333
30 %	7.5181	8.2761	21.2177	16.7675	11.0085
40 %	7.8843	8.7063	22.4965	17.8047	11.6569
46 %	7.9226	8.7536	8,7536	17,9514	11,7412
50 %	7.8896	8.7150	22.6099	17.8725	11.6840
60 %	7.5669	8.3412	21.6594	17.0594	11.1488
70 %	6.9359	7.6059	19.5889	15.3538	10.0714
80 %	6.0048	6.5152	16.1853	12.6529	8.4395
90 %	4.7708	5.0598	11.01227	8.74196	6.2062



**Figure V.3.** Variation de la charge critique de flambement d’une plaque carrée en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres

Le tableau (V.6) et la figure (V.3) présentent la variation de la charge critique de flambement d’une plaque carrée antisymétrique en matériau composite en fonction de la fraction volumique  $V_f$  pour différents types de fibres (verre E, verre R, carbone HM, carbone HR, kevlar 49). On constate que la charge critique de flambement Atteint sa valeur maximale pour une fraction volumique ( $V_f = 0.46$ ). Afin tirer le résultat optimale (charge critique maximale) on adopte la valeur  $V_f = 0.46$  pour le reste de l’étude.

Cette charge critique de flambement est maximale pour le cas des fibres de carbone HM et minimale pour le cas des fibres de verre R, ou elle varie en fonction de la variation de la rigidité du fibre utilisé (plus la rigidité est grande plus qu’on obtient une charge maximale). De plus, le choix du type des fibres dépend de plusieurs paramètres tel que le prix et les caractéristiques visés des fibres considérées.



**Figure V.4.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée simplement appuyée soumise à des charges axiales et biaxiales (traction et/ou compression) pour différents types des fibres

Le tableau (V.7) ainsi que les figures (V.4) représentent la variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée simplement appuyée soumise à des charges axiale et biaxiale (traction et/ou compression) pour différents types des fibres. D'où la charge critique de flambement pour le cas de compression biaxiale est la moitié de celle de la compression axiale quel que soit la fibre utilisée, ce qui est logique puisque dans ce cas la charge est divisée sur les deux directions x et y.

**Tableau V.7.** Variation de la charge critique de flambement d'une plaque carrée simplement appuyée soumise à des charges axiales et biaxiales (traction et/ou compression) pour différents types de fibres

Orientation	Type de fibre	(-1,0)	(1,0)	(-1,-1)	(1, 1)
(0/90) <sub>5</sub>	Verre E	5.7403	-5.7403	2.8702	-2.8702
	Verre R	6.1917	-6.1917	3.0959	-3.0959
	Carbone HM	14.8952	-14.8952	7.4476	-7.4476
	Carbone HR	11.6905	-11.7088	5.8544	-5.8544
	Kevlar 49	7.9129	-7.9545	3.9772	-3.9772
(15/-15) <sub>5</sub>	Verre E	6.3329	-6.3329	3.1664	-3.1664
	Verre R	6.9034	-6.8922	3.4461	-3.4461
	Carbone HM	17.2175	-17.2175	8.6088	-8.6088
	Carbone HR	13.5194	-13.5194	6.7597	-6.7597
	Kevlar 49	9.0145	-9.0145	4.5072	-4.5072
(30/-30) <sub>5</sub>	Verre E	7.3972	-7.3972	3.6986	-3.6986
	Verre R	8.1404	-8.1404	4.0702	-4.0702
	Carbone HM	20.9962	-20.9962	10.4981	-10.4981
	Carbone HR	16.5223	-16.5479	8.27399	-8.27399
	Kevlar 49	10.7926	-10.8542	5.4271	-5.4271
(45/-45) <sub>5</sub>	Verre E	7.8920	-7.9219	3.9609	-3.9609
	Verre R	8.7689	-8.7530	4.3765	-4.3765
	Carbone HM	22.8605	-22.6924	11.3462	-11.3462
	Carbone HR	17.9242	-17.9515	8.9758	-8.9758
	Kevlar 49	11.6745	-11.7418	5.8709	-5.8709

## V.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une validation de la présente théorie raffinée d'ordre élevé à quatre variables en comparant les résultats obtenus par cette théorie avec les résultats d'autres théories existantes dans la littérature comme la théorie d'ordre élevé de Reddy qui considérée comme référence pour l'étude du comportement des plaques composites.

Une étude paramétrique a été présentée par la suite pour déterminer les différents paramètres qui influent sur la stabilité vis-à-vis au flambement mécanique des plaques stratifiées antisymétriques en matériaux composites à savoir : la géométrie de la plaque (longueur, largeur et épaisseur), la séquence d'empilement (nombre de plis utilisé), l'orientation des fibres et le type des fibres.

# Conclusion générale et perspectives

## **Conclusion générale et perspectives**

Dans le cadre de ce travail la présente méthode analytique développée a été clairement validée par comparaison avec des résultats publiés. La forme géométrique est étroitement liée au comportement d'instabilité des structures, aux propriétés du ou des matériaux constitutants, aux multiples effets. En plus, le choix de la bonne méthode de résolution est crucial dans la fiabilité de la prédiction de ce phénomène d'instabilité. Au résultat de ce travail, nous pouvons affirmer avoir apporté une contribution pour le calcul des charges critiques du flambement.

Des résultats concernant plusieurs cas de plaques composites soumises à un chargement dans les deux directions  $x$  et  $y$  (uniaxial et biaxial) qui ont ensuite été analysées par la présente théorie d'ordre élevé à quatre variables avec une fonction de cisaillement raffinée  $f(z)$ . L'étude a été menée en tenant compte des différentes théories de déformation en cisaillement de la plaque, y compris la nouvelle théorie développée. Les résultats obtenus et les comparaisons faites ont encore une fois montré la validité de la présente théorie, ainsi que celle de la méthode de calcul développé.

A partir des résultats présentés, il a été clairement constaté que les charges critiques adimensionnelles du flambement des plaques stratifiées sont influencées par plusieurs paramètres notamment la géométrie de la plaque, le mode de chargement, la séquence d'empilement et la nature du matériau.

Enfin, nous concluons que toutes ces évolutions des charges critiques sont une conséquence directe de la variation de la rigidité de la plaque et des conditions générales de l'élément structural étudié en fonction des paramètres considérés dans notre analyse.

Le travail présenté dans le cadre de ce mémoire de Master peut être développé et enrichi. Nous envisageons, par exemple, de réaliser l'étude du flambement des poutres et des plaques stratifiées soumises à des contraintes thermiques sous des conditions aux limites générales. Il est également envisageable d'étendre l'analyse à des éléments structuraux à sections variables et d'élargir l'étude aux coques qui sont des éléments très utilisées et très présents dans les structures spatiales, terrestres et marines. Il sera aussi très intéressant d'étudier des poutres et des plaques sandwiches et de combiner des matériaux composites stratifiés avec des matériaux à gradient fonctionnel. Il sera possible d'utiliser la présente théorie raffinée pour faire une étude statique des plaques stratifiées en composites.

# Références bibliographiques



## Références bibliographiques

- ADIM, B. (2016). *Etude de la stabilité des plaques en matériaux coposites: analyse et modélisation*. Tiaret.
- ADJAL, H. (2014). *Etude Et Simulation Numérique du champ De contraintes dans une plaque composite stratifiée soumise à un champ de traction*. Tébessa.
- Ait Ameer, M. (2008). *Modélisation du décollement des structures hybrides Composite-Béton*. Sidi Belabbes.
- AMEUR, M. (2009). *Analyse et modélisation des effets de vieillissement des matériaux composites sur les contraintes d'interface des poutres métalliques renforcées par des plaques FRP*. Sidi Belabbes.
- ANFA, M. M. (2014). *Les matériaux composites*. France.
- ARBAOUI, J. E. ( 2009). *ÉTUDE COMPARATIVE ET CARACTÉRISATIONS MÉCANIQUES DES STRUCTURES SANDWICHES MULTICOUCHES*. PAUL VERLAINE – METZ.
- AUCHER, J. (2009). *Etude comparative du comportement de composites à matrice thermoplastique ou thermodurcissable*.
- BADEL, P. (2012). *Cours de résistance des matériaux*. Saint Etienne, France.
- BAKHOUCHE, B. (2018). *Caractérisation d'un matériau composite stratifié à fibre de verre/époxy en flexion 3 points statique*. ANNABA.
- BELKACEMI, C. (2006). *étude expérimentale du comportement mécanique des stratifiés a renfort a matière végétale*. boumerdes.
- BENKABA, A. (2013). *ETUDE DU PROBLEME DU FLAMBEMENT DES PROFILES A INERTIE VARIABLE*. Tlemcen.
- BENSELAMA, K. (2016). *Détermination Des Charges Critiques De Flambement Des Plaques Composites* .
- BERTHELOT, J.-M. (2012). *Matériaux Composites: Comportement Mécanique et Analyse des Structures*. Lavoisier, Paris,.
- BOUREMANA, M. (2011). *CONTROLE DES DEFORMATIONS THERMIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES*. SIDI BEL ABBES.
- Carrera, E. (2002). Theories and finites elements for multilayered, anisotropic, composite plate and shell. *Archive of Computational Methods in Engineering* , 9 (2), 87-140.
- Emile, Y. (2010). *Etude théorique et expérimentale du flambement des pieux*.
- GENDRE, L. (2011). *Les grandes familles de matériaux composites*. paris.
- GENDRE, L. *Matériaux composites et structures composites*.
- GORNET, L. (2011). *Généralités sur les matériaux composites*.

- HADDADI, M. (2011). *Etude numérique avec comparaison expérimentale des propriétés thermophysiques des matériaux composites à matrice polymère.*
- Kant, T. S. (2000). Estimation of transverse/interlaminar stresses in laminated composites a selective review and survey of current developments. *Composite structures* (49), 65-75.
- KAUCHE, N. (2016). *PRISE EN COMPTE DU VIEILLISSEMENT ET DE L'ENDOMMAGEMENT DANS LE DIMENSIONNEMENT DE STRUCTURES EN MATERIAUX COMPOSITES.* Oran.
- Kapania, R. K. (1989). Recent advances in analysis of laminated beams and plates, Part I : Shear effects and buckling. *AIAA Journal* , 27 (7), 923-934.
- Kirchhoff.G. (1950). Uber das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheibe. *Journal fur reine und angewandte Mathematik* , 40, 51, 88.
- MEBARKI, E. (2009). *Analyse dynamique libre des plaques composites multicouches.* costantine.
- NEDRI, K. (2016). *Analyse de la vibration libre des plaques composites sur fondation élastique.* SIDI BEL ABBES.
- Patel, B. P. (2004). Application of higher-order finite element for elastic stability analysis of laminate cross-ply oval cylindrical shells. *Finite Elements in Analysis and Design* , 40, 1083-1104.
- PENU, C. (2008). *Nanocomposites à matrice polyamide 6 ou polystyrène et à renforts de nanotubes de carbone : Du procédé de synthèse aux phénomènes de percolation.*
- Promis, G. (2010). *Composites fibres / matrice minérale : du matériau a la structure.* Lyon france.
- Ray, M. C. (2003). Zeroth order shear deformation theory for laminated composite plates. *ASME Journal of Applied Mechanics* , 70, 374-380.
- Reddy, J. N. (1984.). A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics* , 51, 745-752.
- Reissner, E. Y. (1961). Bending and stretching of certain types of hetero-geneous aelotropic elastic plate. *J. Appl. Mech* , 28, 402-408.
- Ren, J. (1990.). Bending, vibration and buckling of laminated plates, in: N.P. Cheremisinoff (Ed.), Handbook of ceramics and composites. *Marcel Dekker* , 721, 413-450.
- SALLAI, B.-O. (2011). *Etude et Analyse des Structures en FGM: Comparaison entre E-FGM, P-FGM et S-FGM.* Sidi Bel-Abbès.  
*Sciences Des Matériaux.*
- Shimpi, R. P. (1998). Zeroth order shear deformation theory for plates. *AIAA Journal* , 37, 524-526.
- Sunôes, J. M. (1996). Buckling behaviour of laminated composite structures using a discrete higher-order displacement model. *Composite Structures* , 35, 15-92.
- Whitney, J. P. (1970.). Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates. *J. Appl. Mech. Trans. ASME* , 37, 1031-1036.

Wu, Z. C. (2006). An efficient higher-order theory and finite element for laminated plates subjected to thermal loading. *Composite Structures* , 73, 99-109.

## Le résumé

Le présent travail vise à mettre en œuvre une démarche analytique qui traite le comportement en flambement des structures en matériaux composites sous chargement mécanique.

L'instabilité au flambement des plaques stratifiées est un phénomène très complexe, Les charges du flambement des plaques en matériaux composites peuvent être critiques et elles doivent être proprement représentées par variété des modèles de structures afin de prévoir leur comportement. Pour étudier leur comportement vis-à-vis le flambage nous avons employé un modèle simplifié, la formulation a été basée sur la théorie d'ordre élevé en adoptant un champ de déplacement à quatre variables. La plaque utilisée pour cette étude est simplement appuyée soumise à différentes conditions de chargement (des charges uni-axiales et bi-axiales). Les solutions analytiques sont obtenues en utilisant la solution de Navier. L'influence des différents paramètres géométriques et matériaux sont entrepris pour calculer les charges critiques de flambement. Les résultats numériques obtenus par la présente analyse du flambement des plaques stratifiées sont comparés à ceux trouvés dans la littérature.

**Mots clés :** flambement, théorie d'ordre élevé, plaque stratifiée, matériaux composites.

## Abstract

The present work aims at operating an analytical approach of analysis of buckling behavior in composite materials under axial and biaxial loads.

The buckling instability of laminated plates is a very complex phenomenon, the buckling loads in composite plates can be critical and they must be clearly represented by variety of models of structures to predict their behavior. To study their buckling behavior, we used a simplify model. The formulation was based on the high order theory with a displacement field in only four variables. The plate used in this study is simply supported and subjected to various loading conditions. The analytical solutions are obtained by using the Navier's technique. The influence of various geometrical and material parameters are undertaken to calculate the critical buckling loads. The numerical results obtained by the current analysis of laminated plates buckling are compared with those in the literature.

**Key words:** buckling, high order theory, laminated plate, composite materials.

## ملخص

يهدف العمل الحالي إلى تقديم نهج تحليلي يتعامل مع سلوك انبعاج هياكل المواد المركبة تحت تأثير مختلف القوى الميكانيكية. تعد ظاهرة عدم استقرار الصفائح المكسدة معقدة للغاية حيث يمكن أن تكون الحمولة حرجة للصفائح المركبة ولهذا يجب أن يتم تمثيلها بشكل صحيح من خلال مجموعة متنوعة من النماذج الهيكلية للتنبؤ بسلوكها. لدراسة سلوك الصفائح المركبة فيما يتعلق بالانبعاج الميكانيكي، استخدمنا نموذجاً مبسطاً يتضمن أربعة متغيرات، يتم دعم اللوحة المستخدمة في هذه الدراسة بمساند بسيطة تحت تأثير مختلف القوى الميكانيكية (القوى أحادية القوى الثنائية). يتم الحصول على الحلول باستخدام طريقة نافي، وتتم مقارنة النتائج العددية المحصل عليها باستخدام النظرية الحالية مع مختلف نتائج النظريات الموجودة في الأبحاث السابقة.

**الكلمات المفتاحية:** الانبعاج، نظرية عالية الترتيب، الصفائح المكسدة، المواد المركبة.