



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université de Tissemsilt



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département des Sciences et de la Technologie

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme
de Master académique en

Filière : **Génie civil**

Spécialité : **Structures**

Présenté par : **BOUDJEFNA Oussama**

Thème

Analyse de flambement des plaques sandwichs

Soutenu le,

Devant le Jury :

DJEFFAL Houcine	Président	M.C.B.	Univ-Tissemsilt
ADIM Belkacem	Encadreur	M.C.A.	Univ-Tissemsilt
BOURADA Fouad	Examineur	M.C.B.	Univ-Tissemsilt

Année universitaire : 2020-2021

Remerciement

Je remercie Dieu, le tout puissant de m' avoir accordé la patiente et surtout le courage d'achever ce travail de thèse.

Je remercie particulièrement mon encadreur,

Dr. Adim Belkacem

Pour son suivi constitutif, ses précieux conseils et sa disponibilité

Durant la préparation de ce mémoire,

Et je tien lui adresser mes vifs remerciements les plus respectueux.

Je remercie également les membres du jury Dr. Djeffal Houcine et Dr. Bourada Fouad

Ma reconnaissance envers ma famille et mes amis et mes collègues qui m'ont toujours encouragé en m'apportant leurs soutiens tout au long des années d'études.

Dédicace

Je dédie Ce modeste travail :

A mes chers parents, qui m'ont tant aidées avec leurs soutient, ils ont ma source de courage et de patience à qui j'exprime toute ma reconnaissance pour leur patience et tous ses efforts.

A mes chers frères et sœurs :

Younes, Manal et Achouak.

A mes chers amis :

Zeradna Belkacem, Benafia Toufik et Adjali Hicham.

Et à tous ceux qui m'aiment.

Résumé

La présente recherche vise à analyser le flambement des plaques sandwichs en matériaux composites sous chargement mécanique en utilisant la théorie raffinée d'ordre élevé à quatre variables contrairement aux autres théories, où le nombre des inconnus est cinq.

L'instabilité au flambement des plaques sandwichs est un phénomène très complexe où la formulation a été basée sur la théorie d'ordre élevé. La plaque utilisée pour cette étude est simplement appuyée soumise à différentes conditions de chargement (des charges uni-axiales et bi-axiales). Nous avons utilisé la solution de Navier pour obtenir les solutions analytiques. L'influence des différents paramètres est prise en considération pour calculer les charges critiques de flambement.

À la lumière de ces résultats, nous pouvons dire que la présente théorie raffinée est précise, simple et efficace pour la résolution du comportement de flambement mécanique des plaques sandwich en matériaux composites.

Mots clés : flambement mécanique, théorie d'ordre élevé, plaque sandwich, matériaux composites.

Abstract

The present research aims to analyze the buckling of sandwich composite plates under mechanical loading using the refined high order theory with four variables in contrast to other theories, where the number of unknowns is five.

The buckling instability of sandwich plates is a very complex phenomenon where the formulation was based on the high order theory. The plate used for this study is simply supported under different loading conditions (uniaxial and bi-axial loads). We used the Navier's solution to obtain the analytical solutions. The influence of the different parameters is taken into consideration to calculate the critical buckling loads.

In the light of these results, we can say that the present refined theory is accurate, simple and efficient for solving the mechanical buckling behavior of sandwich composite plates.

Key words: mechanical buckling, high order theory, sandwich plate, composite materials.

ملخص

يهدف البحث الحالي إلى تحليل انبعاج ألواح السندويتش ذات المواد المركبة تحت التحميل الميكانيكي باستخدام نظرية مكررة ذات الترتيب العالي بأربعة متغيرات على عكس النظريات الأخرى، حيث يكون عدد المجاهيل خمسة.

يعد عدم استقرار انبعاج ألواح السندويتش ظاهرة معقدة للغاية حيث استندت الصياغة إلى نظرية الترتيب العالي. اللوحة المستخدمة في هذه الدراسة تركز على مسند تحت تأثير ظروف تحميل مختلفة (أحمال أحادية المحور وثنائية المحور). استخدمنا حل نافي للحصول على الحلول التحليلية. يؤخذ تأثير مختلف المتغيرات في عين الاعتبار عند حساب أحمال الانبعاج الحرج.

في ضوء هذه النتائج، يمكننا القول إن النظرية المكررة الحالية دقيقة، بسيطة وفعالة لحل سلوك الانبعاج الميكانيكي لألواح السندويتش المركبة.

الكلمات المفتاحية: الانبعاج الميكانيكي، نظرية ذات الترتيب العالي، صفائح السندويتش، المواد المركبة.

Table des matières

<i>Remerciement</i>	I
<i>Dédicace</i>	II
Résumé	III
Abstract	IV
ملخص	V
Table des matières	VI
Liste des figures	X
Liste des tableaux	XII
Liste des abréviations	XIII
Introduction générale.....	1
I.1. Introduction.....	3
I.2.Définition des Structures sandwichs	3
I.3 Constituants d'un sandwich	4
I.3.1. LES PEAUX :	5
I.3.2. L'AME :.....	6
I.3.3. L'INTERFACE	9
I.4. Sollicitations et Modes de dégradations des sandwichs.....	9
I.4.1. FLAMBEMENT GENERALISE DES PEAUX.....	9
I.4.2. RUPTURE DES PEAUX EN TRACTION OU EN COMPRESSION	10
I.4.3. MODES LOCAUX DE RUPTURE.....	11
I.4.4. FLAMBEMENT GENERALISE DE L'AME OU « CRIMPING ».....	11
I.4.5. RUPTURE DE L'AME EN CISAILLEMENT.....	12
I.4.6. FLAMBEMENT LOCALISE, « WRINKLING » OU « DIMPLING »	12
I.4.7. DEGRADATION DE L'ADHESIVE.....	13
I.5. Théorie des Plaques Sandwich.....	14
I.5.1. HYPOTHESES DE LA THEORIE DES MATERIAUX SANDWICHS	14
I.6. Intérêt des structures sandwichs.....	15
I.7. Domaines d'application des matériaux sandwichs.....	15
I.7.1. CONSTRUCTION AEROSPATIALE	16
I.7.2. CONSTRUCTION MILITAIRE.....	16
I.7.3. CONSTRUCTION AUTOMOBILE ET FERROVIAIRE.....	17
I.7.4. CONSTRUCTION GENIE CIVIL.....	17
I.8. Avantages et inconvénients des matériaux sandwichs	17
I.9. Conclusion	17
II.1. Introduction	18

II.2. Définition.....	18
II.3. Classification des matériaux composites	19
II.3.1. LES COMPOSITES A GRANDE DIFFUSION « GD »	19
II.3.2. LES COMPOSITES HAUTES PERFORMANCES « HP »	19
II.4. Constituants des matériaux composites	19
II.4.1 LA MATRICE	20
II.4.1.1. <i>Matrice organique</i>	21
II.4.1.2. <i>Matrice métallique</i>	23
II.4.1.3. <i>Matrice céramique</i>	23
II.4.2. LE RENFORT	24
II.4.2.1. <i>Fibres de carbone</i>	24
II.4.2.2. <i>Fibres de verre</i>	26
II.4.2.3. <i>Fibres d'aramide (kevlar)</i>	27
II.4.2.4. <i>Fibres céramiques</i>	28
II.4.2.5. <i>Fibre métallique</i>	29
II.4.2.6. <i>Fibres naturelles</i>	29
II.4.2.7. <i>Fibres de polyéthylène de haut module</i>	31
II.4.2.8. <i>Fibres de silice (ou de quartz)</i>	31
II.4.3 LES CHARGES ET ADDITIFS :	31
II.4.3.1. <i>Les charges</i>	32
II.4.3.2. <i>Les additifs</i>	32
II.4.4. L'INTERFACE FIBRE-MATRICE	33
II.5. Classification des matériaux composites	33
II.5.1. CLASSIFICATION SUIVANT LA FORME DES CONSTITUANTS	33
II.5.2. CLASSIFICATION SUIVANT LA NATURE DES CONSTITUANTS	34
II.6. Procédés de fabrication des structures composites	34
II.6.1. MOULAGES SANS PRESSION	34
II.6.1.1. <i>Moulage au contact</i>	34
II.6.1.2. <i>Moulage par projection simultanée</i>	35
II.6.2. MOULAGE SOUS VIDE	36
II.6.3. MOULAGE PAR COMPRESSION	37
II.6.3.1. <i>Moulage par projection de résine</i>	37
II.6.3.2. <i>Moulage par compression à froid</i>	38
II.6.3.3. <i>Moulage par compression à chaud</i>	38
II.6.3.4. <i>Moulage par injection</i>	39
II.6.4. MOULAGE EN CONTINU	40
II.6.5. MOULAGE PAR PULTRUSION	41
II.6.6. MOULAGE PAR CENTRIFUGATION	42
II.6.7. MOULAGE PAR ENROULEMENT FILAMENTAIRE	43
II.6.7.1. <i>Enroulement circonférentiel</i>	43
II.6.7.2. <i>Enroulement hélicoïdal</i>	44
II.6.7.3. <i>Enroulement polaire</i>	44

II.6.7.4. Mandarins.....	45
II.7. Structure de composite	46
II.7.1. MONOCOUCHE	46
II.7.2. LES STRATIFIES:.....	47
II.7.2.1. Matériau composite stratifié avec angles positifs et négatifs.....	47
II.7.2.2. Matériau composite stratifié symétriques.....	48
II.7.2.3. Matériau composite stratifié antisymétrique.....	48
II.7.2.4. Matériau composite stratifié Séquences	48
II.7.2.5. Matériau composite stratifié équilibré	49
II.7.2.6. Matériau composite stratifié orthogonal	49
II.7.2.7. Matériau composite stratifié hybrides	49
II.7.3. SANDWICH	49
II.8. Domaines d'application des matériaux composites.....	50
II.9. Avantages et inconvénients des matériaux composites	52
II.10. Conclusion	52
III.1. Introduction	53
III.2. Définition d'une plaque :	53
III.3. Domaine d'utilisation des plaques	54
III.4. Les hypothèses fondamentales de la théorie des poutres et des plaques	54
III.4.1. PRINCIPE DE NAVIER BERNOULLI GENERALISE	54
III.4.2. PRINCIPE DE SAINT VENANT.....	55
III.4.3. LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES MINCES DE LOVE-KIRCHHOFF (CLASSICAL LAMINATED PLATE THEORY CPT)	55
III.4.4. LA THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT DU PREMIER ORDRE (FIRST ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY FSdT)	57
III.4.5. LA THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT D'ORDRE ELEVE (HIGHER ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY HSdT).....	58
III.4.6. LA THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT D'ORDRE ZERO (ZEROTH ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY ZSDT)	60
III.4.7. THEORIES ZIG-ZAG	60
III.4.8. LA THEORIE RAFFINEE DE DEFORMATION DES PLAQUES (REFINED PLATE THEORY « RPT »).....	62
III.5. Conclusion.....	63
IV.1. Introduction.....	64
IV.2. Définition de flambement	64
IV.3. Manifestation du flambement	64
IV.4. Les types de flambement.....	65
IV.5. Amélioration de la résistance au flambement	66
IV.6. Les hypothèses de la théorie d'ordre élevé raffinée à quatre variables.....	66
IV.7. Le champ de déplacement.....	67

IV.8 Le champ de déformation.....	68
IV.9 Equations constitutives.....	69
IV.10 Equations gouvernantes	70
IV.11. Solution de Navier des plaques sandwich simplement appuyées.....	73
IV.11.1. CAS DES SANDWICHS A PLIS CROISES (0/90) (CROSS-PLY)	73
IV.11.2 CAS DES SANDWICHS A PLIS ALTERNEES ET EQUILIBRES ($\theta^\circ / -\theta^\circ$) (ANGLE-PLY).....	75
IV.12 Conclusion	76
V.1. Introduction	77
V.2. Matériaux étudiés	77
V.3. Validation des résultats.....	77
V.4. Etude des différents paramètres qui influent sur la charge critique de flambement.....	79
V.5 Conclusion.....	87
Conclusion générale et perspectives.....	88
Références bibliographiques	90

Liste des figures

Figure I.1. Schéma d'un sandwich [3]. 4

Figure I.2. Matériaux pour les peaux [5]..... 5

Figure I.3. Matériaux pour les âmes [5]. 7

Figure I.4. Matériaux sandwichs à âmes pleines [6]. 8

Figure I.5. Matériaux sandwichs à âmes creuses [6]. 8

Figure I.6. Différentes sollicitations (M, N, T) appliquées à un sandwich. 9

Figure I.7. Flambement généralisé des peaux du sandwich [7]. 10

Figure I.8. Rupture des peaux en traction ou en compression [7]. 10

Figure I.9. Modes locaux de rupture par indentation [7]. 11

Figure I.10. Flambement généralisé de l'âme du sandwich [9]. 11

Figure I.11. Rupture de l'âme en cisaillement [9]. 12

Figure I.12. Flambement localisé « wrinkling » [9]. 13

Figure I.13. Flambement localisé «damppling» [9]. 13

Figure I.14. Type de dégradation de l'adhésif [4]. 14

Figure II.1. Schématisation de composite [16]. 18

Figure II.2. Composition générale d'un matériau composite [17]. 20

Figure II.3. Différente famille d'une matrice [19]. 21

Figure II.4. Architecture des renforts [19]. 24

Figure II.5. Fibres de carbone (tube, feuille et fil). 25

Figure II.6. Fibres de verre (tube, feuille et fil). 26

Figure II.7. Fibres d'aramide. 27

Figure II.8. Fibres de céramique. 28

Figure II.9. Fibres de bore..... 29

Figure II.10. Différentes fibres naturelles. 30

Figure II.11. Fibres naturelles. 31

Figure II.12. Types des matériaux composites. 33

Figure II.13. Principe du moulage au contact. 35

Figure II.14. Principe de moulage par projection simultanée. 36

Figure II.15. Moulage sous vide. 37

Figure II.16. Moulage par projection de résine..... 37

Figure II.17. Principe du moulage par compression. 38

Figure II.18. Moulage par injection. 39

Figure II.19. Moulage en continu de plaques. 40

Figure II.20. Moulage en continu de panneaux ondulés. 41

Figure II.21. Moulage par pultrusion. 41

Figure II.22. Moulage par centrifugation..... 42

Figure II.23. Principe de l'enroulement circonférentiel. 43

Figure II.24. Principe de l'enroulement hélicoïdal..... 45

Figure II.25. Enroulement hélicoïdal continu. 45

Figure II.26. Structure de composite..... 46

Figure II.27. Matériau composite monocouche. 46

Figure II.28. Matériau composite stratifiée..... 47

Figure II.29. Exemples de désignation de stratifiés.....	47
Figure II.30. Matériau composite stratifié symétrique.....	48
Figure II.31. Matériau composite stratifié Séquences.	48
Figure II.32. Stratifié hybrides.....	49
Figure II.33. Matériau sandwich.....	50
Figure II.34. Production mondiale des matériaux composites [26].....	51
Figure II.35. Répartition géographique de la composition des composites par application [26].	51
Figure III.1. Géométrie d'une plaque.....	53
Figure III.2. Domaine d'utilisation des plaques.....	54
Figure III.3. Géométries déformées et non déformées d'une plaque sous l'hypothèse de Love-Kirchhoff [31].	56
Figure III.4. Géométries déformées et non déformées d'une plaque sous l'hypothèse de la théorie (FSDT) [31].....	57
Figure III.5. Schématisation des déformations des plaques par la théorie « HSDT ».	58
Figure III.6. Champ de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre [35].....	61
Figure III.7. Champ de déplacements des modèles zig-zag d'ordre élevé [35].	62
Figure IV.1. Flexion sous un effort de compression.....	64
Figure IV.2. une plaque sandwich en matériau composite avec un système de coordonnées (x, y, z).....	66
Figure V.1. Influence de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque carrée sandwich en matériaux composites.	80
Figure V.2. Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement \bar{N} d'une plaque sandwich de n couches en matériau composites.	82
Figure V.3. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque sandwich en fonction du rapport a/h	84
Figure V.4. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque sandwich en fonction du rapport a/b	85
Figure V.5. Influence du type de matériau sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque sandwich carrée	86

Liste des tableaux

Tableau I.1. Avantages et inconvénients des matériaux sandwichs. 17

Tableau II.1. Principales différences entre les thermodurcissables et les thermoplastiques [22]. 23

Tableau II.2. Avantages et inconvénients des fibres de carbone. 25

Tableau II.3. Avantages et inconvénients des fibres d'aramide. 28

Tableau II.4. Domaines d'application des matériaux composites [25]. 50

Tableau II.5. Avantages et inconvénients des matériaux composites. 52

Tableau V.1. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} des plaques carrées stratifiées $(0/90)_n$ simplement appuyées en matériaux composites sous charge de compression. 77

Tableau V.2. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} des plaques carrées stratifiées alternées $(\theta/-\theta)$ simplement appuyées en matériaux composites sous charge de compression 78

Tableau V.3. Influence de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque carrée sandwich en matériaux composites. 79

Tableau V.4. Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement \bar{N} d'une plaque sandwich antisymétrique en matériau composite. 81

Tableau V.5. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} en fonction des rapports a/b et a/h d'une plaque sandwich simplement appuyée en matériau composite appuyée sous différents types de charges. 83

Tableau V.6. Influence du type de matériau des peaux sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque sandwich carrée en composites. 87

Liste des abréviations

a	longueur de la plaque
b	largeur de la plaque
h	l'épaisseur de la plaque
t_f	l'épaisseur du peau
t_c	l'épaisseur d'âme
E	Module de Young
E_{11}	Module de Young longitudinal
E_{22}	Module de Young transversal
G_{12}, G_{13}, G_{23}	module de cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
E_c	Module d'élasticité du composite.
E_f	Module d'élasticité des fibres.
E_m	Module d'élasticité de la matrice
G	module de cisaillement transverse
u, v, w	Les déplacements suivant les directions x, y et z
$u_0, v_0,$	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$f'(z)$	La première dérivée de la fonction de gauchissement par rapport à z
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales suivant les directions x, y et z
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Contraintes de cisaillement
ϵ_x, ϵ_y	Déformations dans les directions x et y
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Déformations de distorsion
$\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b, \delta w_s$	Champ virtuel de déplacement

w_b	Composante de la flèche due à la flexion
w_s	Composante de la flèche due au cisaillement
N_x, N_y, N_{xy}	Efforts normaux de membrane
M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b	Moments de flexion pure
M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s	Moments de flexion supplémentaire due au cisaillement transverse
K_x^b	Courbure de flexion suivant x
K_x^s	Courbure de cisaillement suivant x
K_y^b	Courbure de flexion suivant y
K_y^s	Courbure de cisaillement suivant y
K_{xy}^b	Courbure de flexion suivant xy
K_{xy}^s	Courbure de cisaillement suivant xy
Q_{yz}^s, Q_{xz}^s	Effort de cisaillement pur
m, n	Nombres de modes
A_{ij}	Termes de rigidité en membrane de la plaque
B_{ij}	Termes de rigidité de couplage de la plaque
D_{ij}	Termes de rigidité de flexion de la plaque
A_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
B_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
D_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
H_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
Q_{ij}	Les coefficients de rigidité

\bar{Q}_{ij}	Les coefficients de rigidité en fonction de l'orientation des fibres
$[C]$	Matrice symétrique des valeurs propres
S_{ij}	Valeurs propres
$\{A\}$	Le vecteur des déplacements
\bar{N}	La charge critique de flambement

Introduction générale

Introduction générale

Le développement des technologies modernes nécessite de se tenir au courant de tout ce qui est nouveau dans le monde des matériaux, qui reste l'un des domaines les plus importants et l'un des plus utilisés dans divers domaines (industriel, construction ...). Dans le domaine de l'ingénierie, les matériaux sont essentiels: en leur absence, rien ne peut être réalisé ou fabriqué, le défi constant est donc d'intégrer une connaissance et une recherche étroites sur les propriétés des matériaux dans la conception de leurs applications concrètes dans des structures, des pièces ou des équipements.

Les matériaux composites sont des matériaux généralement constitués de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes, qui ont une grande importance par rapport aux matériaux traditionnels. Il présente une légèreté, une résistance mécanique et chimique ainsi qu'une confusion de forme et un faible entretien. Grâce à ses caractéristiques, il est possible d'augmenter la durée de vie de certains équipements.

Parmi ces matériaux composites, on trouve des matériaux sandwich, qui sont parmi les matériaux les plus utilisés. Les structures sandwichs se distinguent des autres matériaux par le fait qu'ils sont constitués de :

- De deux peaux d'une épaisseur faible et haute résistance.
- D'une âme beaucoup plus épaisse et de faible résistance.

Le principe de la plaque sandwich consiste à relier efficacement et durablement des peaux résistantes, pour reprendre les sollicitations de traction et de compression développées dans un chargement de flexion, par une âme légère sollicitée. En cisaillement cette technique permet d'optimiser les fonctions de chaque composant de la plaque sandwich.

Ce mémoire s'inscrit dans le même registre, donc, afin d'évaluer les charges critiques de flambement ou encore trouver un moyen de réduire le risque d'instabilité. C'est une question de proposer de nouveaux modèles pouvant tenir compte de tous les paramètres tel que le cisaillement, l'épaisseur de la plaque, la nature du matériau, les caractéristiques du composite et le mode de chargement.

Notre étude porte sur la simulation numérique du comportement vis-à-vis au flambement d'une plaque sandwich. Cette analyse est basée sur l'utilisation d'une théorie à quatre variables avec un champ de déplacement hyperbolique. Le contexte de ce travail se concentre sur le calcul des charges critiques de flambement en tenant compte du cisaillement transverse.

Ce mémoire débute par une introduction générale, structuré ensuite autour de cinq chapitres et s'achève par une conclusion générale et des perspectives

Dans le premier chapitre, on a présenté des Généralités sur les structures sandwichs tels que leur définition et propriétés, principaux classification, l'histoire de leur développement, leurs méthodes de fabrication, ainsi que leurs différents domaines d'applications.

L'objectif de deuxième chapitre est de présenter les matériaux composites structuraux et les principaux mécanismes d'endommagement qui se produisent au sein d'un matériau composite et ces propriétés, ainsi que leurs différents domaines d'applications.

Pour le troisième chapitre, nous présenterons les théories des plaques, permettant de mettre leur champ de déplacement, de déformation et leur comportement, ensuite nous décrivons des différentes théories des plaques correspondantes, soit la théorie classique des plaques minces de love-Kirchhoff (CPT), la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT), la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT), et enfin la théorie de zig-zag.

Le quatrième chapitre est consacré à donner une idée générale sur le flambement et leur types, ensuite l'étude analytique du flambement mécanique des plaques sandwichs simplement appuyées, est présentée en utilisant une nouvelle théorie raffinée de déformation de cisaillement d'ordre élevé à quatre variables.

Le cinquième chapitre, sera consacré à la validation du modèle proposé que nous avons développé dans le chapitre précédent et la présentation des résultats obtenus. Par la suite, une étude paramétrique sera effectuée pour déterminer les différents paramètres qui influent sur la stabilité au flambement des plaques sandwichs en matériaux composites.

Enfin, ce travail se termine par une conclusion générale permettant de souligner l'efficacité de la méthode utilisée et met en valeur les résultats obtenus.

*Chapitre I : Généralités
sur les structures
sandwich*

I.1. Introduction

Il est clair que les matériaux traditionnels ne sont plus en mesure de rivaliser avec les matériaux composites, qui se distinguent par autres par leurs propriétés mécaniques élevées en plus de leur légèreté, qui est pour eux le facteur le plus attractif. Les plus importantes de ces propriétés mécaniques sont une résistance élevée, une rigidité importante et une excellente durabilité en plus d'une faible densité.

Parmi les matériaux composites, se trouvent les structures sandwichs, qui sont considérés comme les premières structures composites légères et performantes.

Aujourd'hui, il y a de grands progrès dans l'utilisation des composites dans une variété de domaines tels que (aviation, automobile, navigation et construction).

Dans ce premier chapitre on va parler sur les structures sandwichs. Ses caractéristiques, avantages et les divers domaines d'application.

I.2. Définition des Structures sandwichs

Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage ou soudure de deux semelles ou peaux (Figure I.1) et d'un matériau d'âme. Les peaux sont de faibles épaisseurs et possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques (module élevé, grande résistance). Entre les deux peaux est intercalé un matériau d'âme de forte épaisseur et de faible densité. En gardant une distance constante entre les deux peaux, l'insertion de cette âme permet d'augmenter le moment d'inertie de la structure, et par conséquent sa rigidité en flexion, tout en minimisant la masse de l'ensemble [1].

Dans un sandwich, il ne faut pas oublier un troisième composant : l'adhésif. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et aussi une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique doit être une bonne résistance en cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

De par la constitution des matériaux sandwichs, on peut adapter leurs propriétés mécaniques en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non) et de l'âme ainsi que l'épaisseur de chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur t_f . Le rapport t_f/t_c (t_c étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,1 et 0,01. D'après [2] on peut classer les sandwichs en trois catégories selon la valeur du rapport d/t_f (d étant la distance séparant l'axe neutre de chacune des peaux). Pour un sandwich symétrique (peaux de même épaisseur) $d = t_f + t_c$

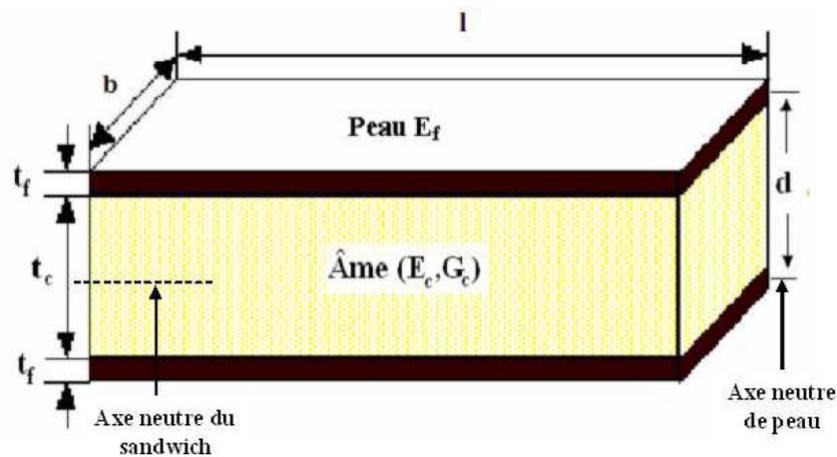


Figure I.1. Schéma d'un sandwich [3].

On peut classer les sandwiches en fonction des valeurs du rapport d/t_f , comme suit :

- Si le rapport d/t_f est supérieur à 100, on parle de sandwiches à peaux très fines ;
- Pour un rapport d/t_f compris entre 100 et 5,77 le sandwich est considéré comme ayant des peaux fines ;
- Dans le cas où d/t_f est inférieur à 5,77 la structure est dite à peaux épaisses.

En plus de leur bonne rigidité en flexion, de leur bonne résistance au flambement et de leur légèreté, les matériaux sandwich possèdent également de bonnes propriétés d'isolation thermique et phonique. Ceci explique leur emploi de plus en plus fréquent comme cloison. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans l'aéronautique ou l'industrie du transport en tant que structures primaires ou secondaires, comme par exemple les coques de bateaux rapides, les planchers d'avions [4].

I.3 Constituants d'un sandwich

Les structures sandwich sont des matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion, c'est un excellent isolant thermique.

I.3.1. Les peaux :

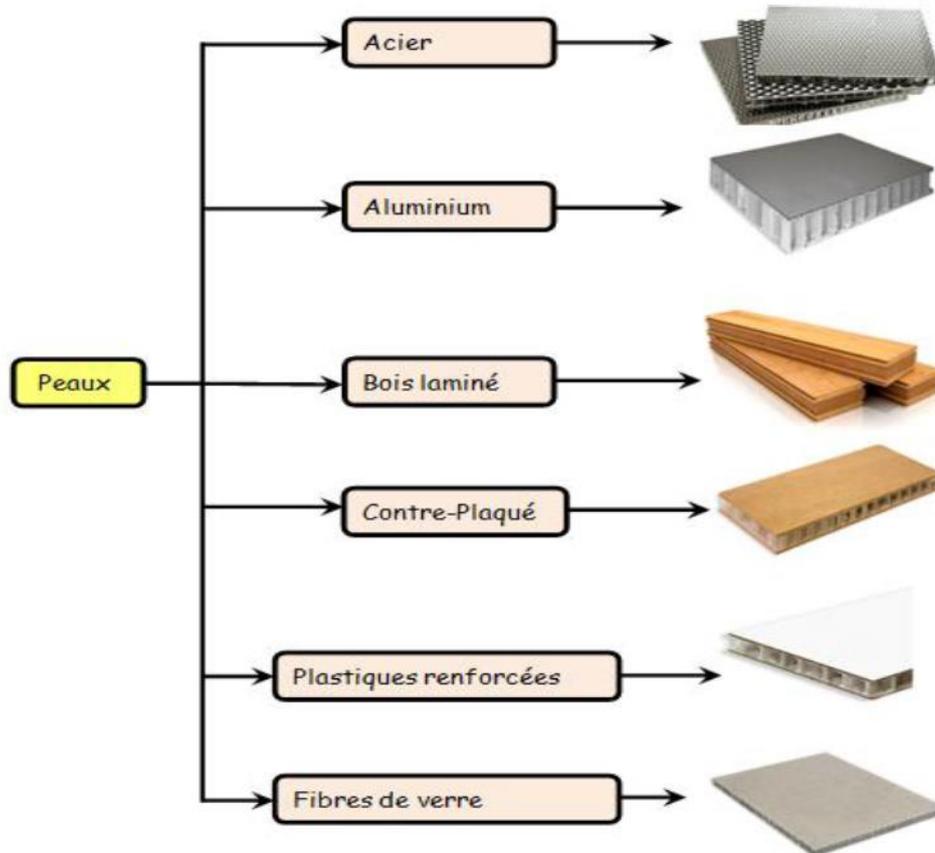


Figure I.2. Matériaux pour les peaux [5].

Sont réalisées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche et Généralement de faible épaisseur. Les peaux des sandwichs sont généralement constituées de fibres (mat ou tissu) enrobées d'une matrice à base de résine. Il existe plusieurs types de fibres parmi lesquelles on trouve :

- **Les fibres de verre :** sont produites à partir du verre en fusion passant à travers des filières de 3 à 25 μm où il est refroidi. Les propriétés des fibres de verre dépendent de la nature du verre (pourcentage d'oxydes métalliques) et peu de leur technique de fabrication.
- **Les fibres de Kevlar ou aramide :** sont produites par polymérisation de polyamides, ayant des modules allant de 60 à 180 GPa et une masse volumique d'environ 1400 kg/m^3 . Ces fibres ont deux avantages particuliers, elles sont les moins denses et les plus résistantes aux chocs.

- **Les fibres de carbone** : sont fabriquées à partir d'un précurseur (polyacrylonitrile) qui est oxydé, carbonisé et graphité. Les fibres de carbone ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000 kg/m³. Sa résistance à l'impact est mauvaise, d'autre part il est inflammable et conduit l'électricité.

I.3.2. L'âme :

C'est l'élément central d'une structure sandwich, a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement, Pour la transmission des efforts de tractions et de compressions exercées Sur le sandwich.

Il y a des différents types d'âmes qui existent sur le marché comme les mousses ou le balsa, sont utilisées dans la réalisation des structures sandwichs planes ou courbées, avec un prix et performance relativement élevée. En plus, les âmes creuses, les nids d'abeilles, sont utilisées dans les structures à hautes performances mécaniques. Elles ont des performances relativement élevées, mais sont très coûteuses à fabriquer.

- **Mousses** : elles sont élaborées à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques. Les masses volumiques de ces dernières varient de 30 à 300 kg/m³ et leurs épaisseurs de 3 à 40 mm. Leurs propriétés mécaniques sont bonnes, elles adhèrent bien à la résine et absorbent peu d'eau. Néanmoins, leur point faible réside dans une faible résistance à l'impact et utilisées en grande quantité.
- **Le nid d'abeilles** : c'est une structure hexagonale qui peut être réalisée en divers matériaux comme le papier et l'aluminium. Ses caractéristiques mécaniques dépendent du matériau et de la taille des cellules. Sa masse volumique varie de 15 à 100 kg/m³ et son épaisseur de 3 à 50 mm. On peut le courber modérément, mais les cellules se déforment et alors les propriétés mécaniques changent selon l'orientation. Le collage peut aussi être un problème, car il se réalise sur la tranche de la structure. Leurs propriétés sont exceptionnelles, mais ils sont difficiles à former et leurs prix sont élevés. Les variétés les plus courantes sont le Nomex et le Korex et sont fabriquées à partir de Kevlar.
- **Le bois** : il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression notamment pour les supports d'accastillage. Le balsa est la variété la plus courante, car c'est la plus

légère : 100 kg/m^3 de masse volumique. Le bois est le matériau le moins cher, mais il est le plus poreux.

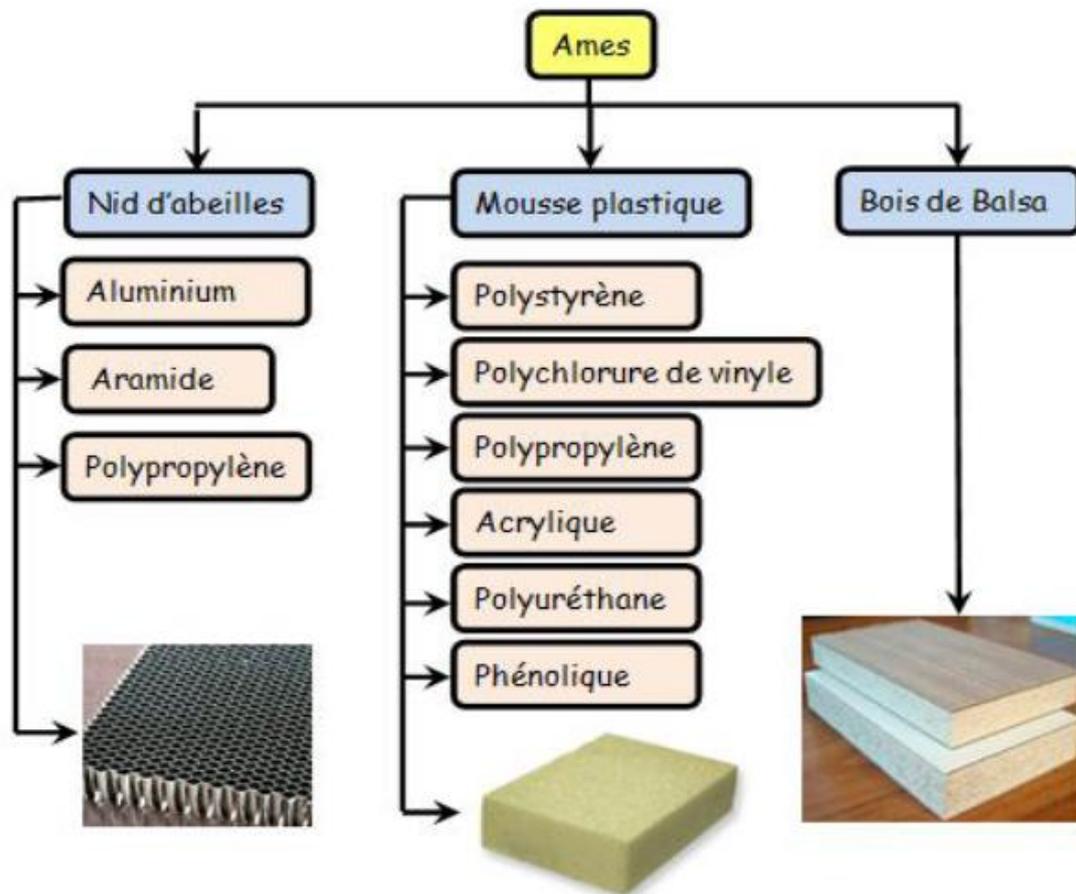


Figure I.3. Matériaux pour les âmes [5].

Il existe deux types d'âmes :

➤ **Les âmes pleines** [6] (figure I.4) parmi laquelle on retrouve :

- Le Balsa ou bois cellulaires.
- Diverses mousses cellulaires.
- Des résines chargées de microsphères creuses de verres appelés mousses syntactiques.

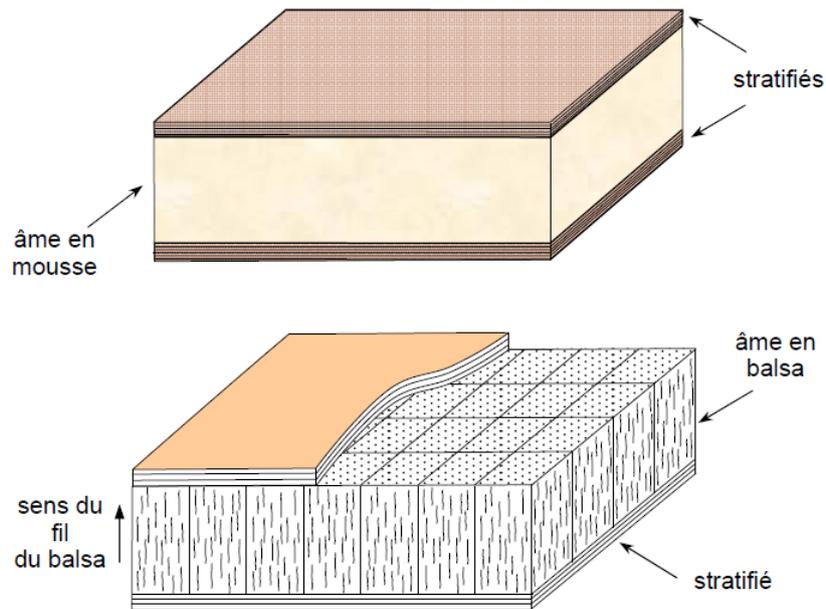


Figure I.4. Matériaux sandwichs à âmes pleines [6].

➤ **Les âmes creuses** [6] essentiellement de type nid d'abeilles (Figure I.5) elles sont :

- Des alliages métalliques légers
- Des papiers kraft
- Du papier polyamide, type papier Nomex.

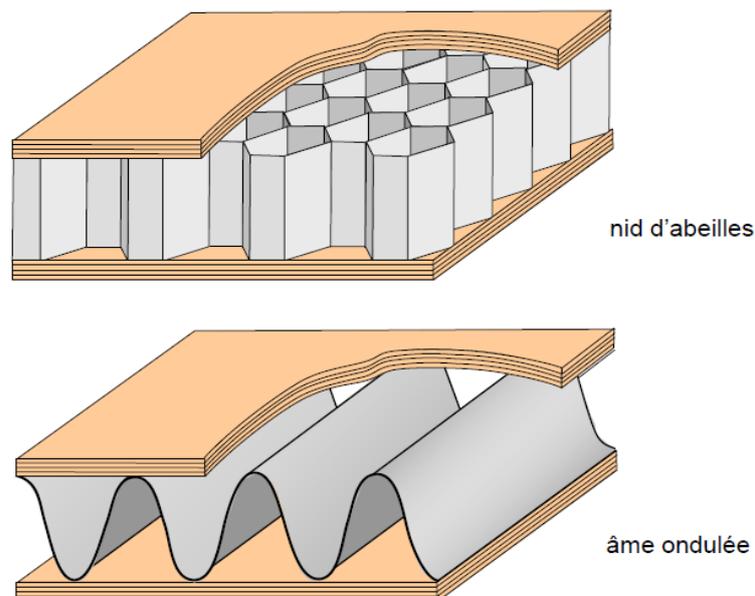


Figure I.5. Matériaux sandwichs à âmes creuses [6].

I.3.3. L'interface

L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brasage. Lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants.

I.4. Sollicitations et Modes de dégradations des sandwichs

Les principales charges supportées par ces structures sont la flexion, la torsion, la compression ou l'extension. Un sandwich peut-être donc soumis à un :

- Moment de flexion,
- Moment de torsion,
- Effort normal,
- Effort tranchant.

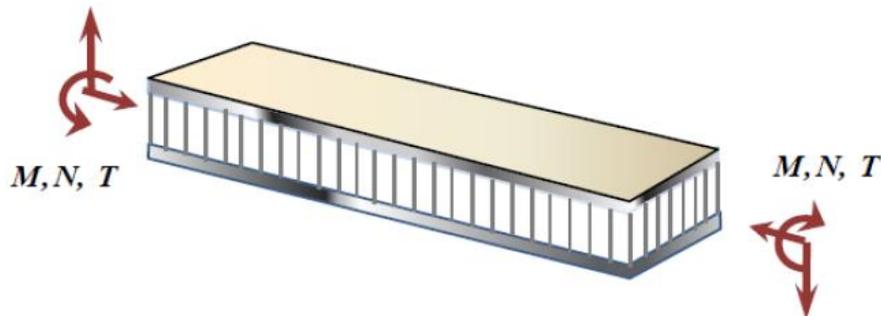


Figure I.6. Différentes sollicitations (M, N, T) appliquées à un sandwich.

I.4.1. Flambement généralisé des peaux

Une poutre sandwich soumise à la compression peut céder sous l'effet de conditions d'instabilité concernant toute la poutre (Figure I.7). Le flambement généralisé peut également survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture respectives. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions du sandwich, le type de sandwich, la rigidité en flexion, l'épaisseur des peaux, l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme.

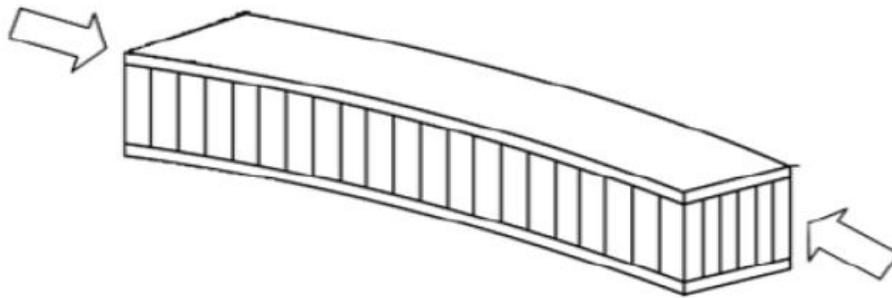


Figure I.7. Flambement généralisé des peaux du sandwich [7].

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, augmenter l'épaisseur de l'âme, ou même utiliser un matériau avec un module de cisaillement plus élevé dans l'âme [8].

I.4.2. Rupture des peaux en traction ou en compression

Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux (Figure I.8). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), ou en augmentant l'épaisseur de l'âme (ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux). La manière la plus adéquate de résoudre le problème est d'augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, une âme de plus forte densité (plus rigide) n'affecte pas les contraintes dans la peau [4].

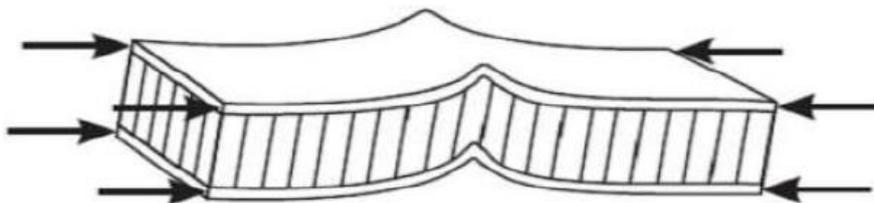


Figure I.8. Rupture des peaux en traction ou en compression [7].

I.4.3. Modes locaux de rupture

L'indentation locale est un mode localisé de rupture dû à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (Figure I.9).

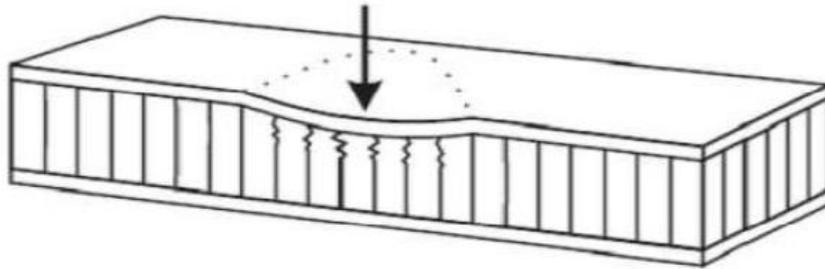


Figure I.9. Modes locaux de rupture par indentation [7].

I.4.4. Flambement généralisé de l'âme ou « crimping »

Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme. Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux ; par contre, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé.

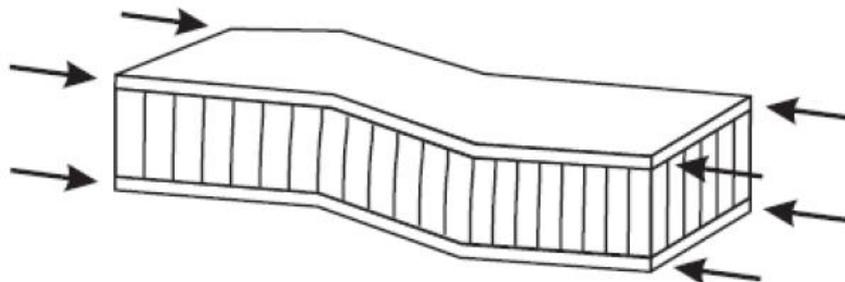


Figure I.10. Flambement généralisé de l'âme du sandwich [9].

I.4.5. Rupture de l'âme en cisaillement

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (Figure I.11). Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau d'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet.

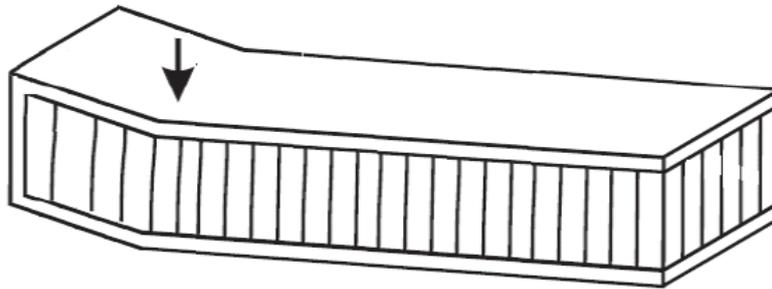


Figure I.11. Rupture de l'âme en cisaillement [9].

I.4.6. Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling »

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement.

Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (Figure I.12), se produit. Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes, appelé « dampling » (Figure I.13)

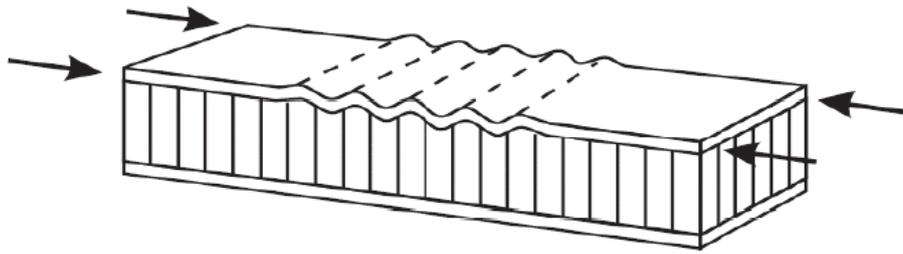


Figure I.12. Flambement localisé « wrinkling » [9].

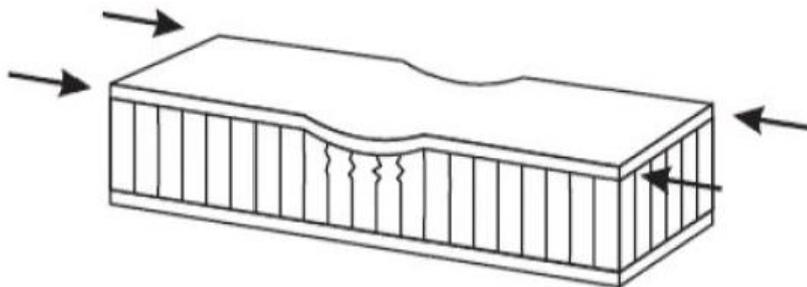


Figure I.13. Flambement localisé « dampling » [9].

I.4.7. Dégradation de l'adhésive

La dégradation de l'adhésive, entre les peaux et l'âme en nid d'abeille se fait généralement selon trois types :

- Dégradation de l'adhésive entre les peaux et l'âme,
- Dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- Dégradation de l'attachement du nœud des cellules de l'âme.

La Figure (I.14) illustre les modes de dégradation de l'adhésif. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif ce qui peut changer le mode de dégradation et causer la ruine avancée du panneau sandwich.

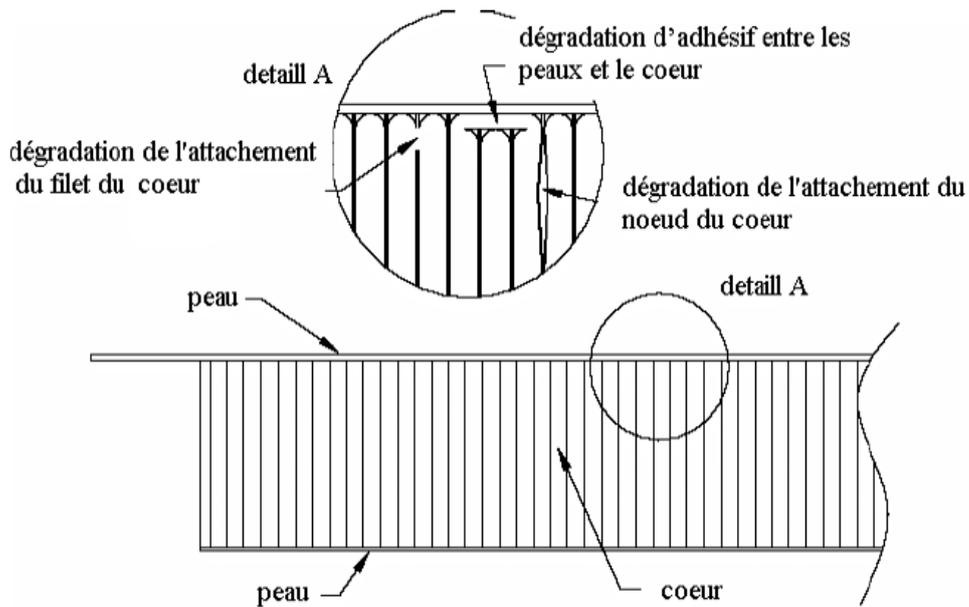


Figure I.14. Type de dégradation de l'adhésif [4].

I.5. Théorie des Plaques Sandwich

Un matériau sandwich est constitué d'un matériau de faible masse volumique (cœur) sur lequel sont collées des couches (les peaux) à rigidité et résistance élevées. La fonction essentielle de l'âme du sandwich est de transmettre le cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre. Les peaux peuvent être constituées par des stratifiés ou par des matériaux métalliques d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure).

L'épaisseur de l'âme sera notée h_c et l'épaisseur totale du sandwich H ($H=h_1+h_2+h_c$). En chaque point de la structure sandwich, le système de coordonnées sera choisi de manière que le plan (x, y) soit le plan moyen.

I.5.1. Hypothèses de la théorie des matériaux sandwichs

La théorie des matériaux sandwichs est basée sur les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur de l'âme est plus élevée que celle des peaux.
- Les déplacements du cœur u_c et v_y suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de la coordonnée z .

- Les déplacements u et v suivant les directions x et y sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
- Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z : la déformation (ϵ_{zz}) est négligée [10].

I.6. Intérêt des structures sandwichs

L'intérêt principal des structures sandwichs, par opposition aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de 100 kg/m^3 . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels, ...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes [11].

I.7. Domaines d'application des matériaux sandwichs

L'utilisation de structures sandwich continue d'augmenter rapidement pour diverses applications allant des satellites, des avions, des navires, des voitures, des véhicules ferroviaires, des éoliennes et de la construction de ponts pour n'en nommer que quelques-unes. La performance des structures sandwich en tant que matériau évolue constamment avec chaque nouvelle caractéristique de temps, telle que les vibrations, l'amortissement du bruit, la résistance au feu élevée, les environnements agressifs, ...etc. Un autre défi pour étendre

l'utilisation des véhicules sandwich est de comprendre comment les dommages actuels affectent le comportement des différentes parties de la structure en service [12].

I.7.1. Construction aérospatiale

Les portes trappes de train d'atterrissages, carénages divers (entre aile de fuselage, mâts de réacteurs, glissières de volets) sont des pièces secondaires réalisés en panneaux sandwichs et par cuisson de stratifiés composites (carbone/ époxyde, kevlar/époxyde) sur nida nomex ou aluminium collés avec des adhésifs époxydes en films.

Les capots des moteurs sont les plus souvent réalisés avec des sandwichs constitués de peaux en carbone/époxyde collés sur des âmes en nida aluminium. Afin d'obtenir la résistance à la chaleur nécessaire, on utilise des adhésifs époxydes phénoliques ou polyamides. Les panneaux acoustiques sont des structures sandwichs dont la peau intérieure, coté moteur est constituée d'une peau perforée sur laquelle est collé un tissu microporeux.

Des nombreuses pièces d'hélicoptères sont constituées de pièces monolithiques ou de sandwichs avec peaux en composites collées sur nida [9].

Dans les domaines astronautique et d'armement, on a besoin de tenue à la chaleur et aux variations thermiques encore plus élevées. Les réflecteurs solaires sont en peaux de carbone/époxyde et l'âme en nida nomex [13].

I.7.2. Construction militaire

Dans le domaine militaire les raisons du choix de concept sandwich ne sont pas différentes de celles de son utilisation civile. C'est à dire, un faible poids combiné à une résistance élevée aux importantes charges de flambage, une grande résistance aux sollicitations dynamiques et aux chocs lourds associés aux détonations. Les exigences concernant les chocs, selon les standards militaires, semblent être les plus difficiles à satisfaire à la fois pour la conception de la structure que pour le matériau lui-même. De ce fait, le matériau sandwich semble être une bonne solution, pas seulement parce que ce matériau est capable d'absorber une grande quantité d'énergie de déformation avec un comportement élastique, mais aussi parce qu'avec un choix approprié du matériau de l'âme on peut obtenir une grande valeur rigidité à la structure [12].

I.7.3. Construction automobile et ferroviaire

Les matériaux sandwichs sont également utilisés et assemblés par collage dans la construction de camions, d'autobus, dans ce domaine on peut utiliser des peaux en stratifié verre/polyester et d'âme en mousse polystyrène expansé. Le métro et tramways, demandant des démarrages fréquents, constituent un bon marché pour les matériaux sandwichs. Les portes d'accès sont en panneaux sandwichs avec des peaux en composites verre/polyester ou en aluminium collées par des adhésifs intérieurs sont aussi en panneaux sandwichs avec âme en nid d'Aluminium ou nomex [13].

I.7.4. Construction génie civil

Les structures multicouches font l'objet d'une grande attention et prennent de plus en plus d'importance, car elles répondent aux besoins de génie civil en matière d'isolation acoustique et thermique, ainsi que leurs rapports : rigidité-poids et résistance-poids, avec leur excellente durabilité.

Ces structures sont destinées à des applications d'isolation de toiture et de parois de cloison, permettant ainsi d'améliorer les propriétés thermiques et acoustiques de la structure.

I.8. Avantages et inconvénients des matériaux sandwichs

Tableau I.1. Avantages et inconvénients des matériaux sandwichs.

Avantages	Inconvénients
Une grande légèreté	Les risques de flambement sont plus élevés que pour les structures classiques.
Excellentes caractéristiques d'isolation thermique	Métaux corrosion galvanique et difficile avec les résines
Une grande rigidité de flexion due à l'écartement des semelles (augmentation du moment quadratique de flexion)	Faible isolation acoustique parfois

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit quelques définitions pour donner un aperçu des structures sandwichs. Nous avons d'abord introduit les caractéristiques mécaniques des structures sandwichs, puis abordé leur comportement et les différentes modes dégradation.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons des généralités sur les matériaux composites (définition, les caractéristiques et les domaines d'application).

*Chapitre II : Généralités
sur les matériaux
composites*

II.1. Introduction

Par rapport aux matériaux traditionnels les matériaux composites ont des éventualités importantes. Ils possèdent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, libertés de formes. De par leurs propriétés mécaniques et chimiques, ils peuvent prolonger la durée de vie de certains équipements. Il offre une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique [14].

Grâce à ses caractéristiques, les matériaux composites entrent dans tous les domaines d'application pratiquement, comme le génie civil, transports (aériens, maritime, routier et ferroviaire) ainsi que les sports et loisirs.

L'objectif de ce chapitre est de définir les matériaux composites, leurs constituants, ses caractéristiques et domaines d'application.

II.2. Définition

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Les matériaux composites disposent d'éventualités importantes par rapport aux matériaux traditionnels. Ils possèdent de nombreux avantages fonctionnels [15].

- Légèreté.
- Maintenance réduite.
- Liberté de forme et une bonne isolation électrique.
- Résistance mécanique et chimique.

Un matériau composite est la plupart du temps hétérogène et anisotrope.

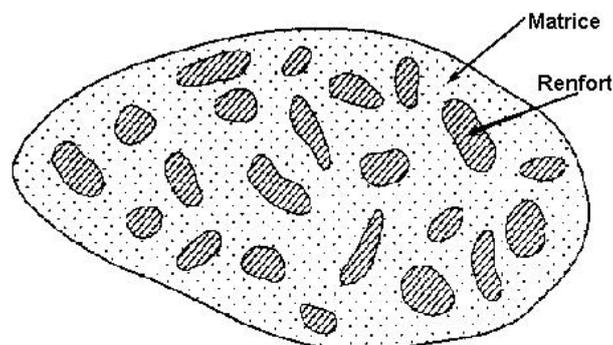


Figure II.1. Schématisation de composite [16].

II.3. Classification des matériaux composites

Les composites sont classés en deux grandes classes selon leur taux d'utilisation: les composites à grande diffusion et les composites hautes performances.

II.3.1. Les composites à grande diffusion « GD »

Les GD représentent 95% des composites utilisés. Ce sont généralement des plastiques armés ou des plastiques renforcés, le taux de renfort avoisinant 30%. Dans 90% des cas, l'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes. Les principaux constituants de bases sont les résines polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (plus de 99% des renforts utilisés). Renforts et matrices sont à des coûts voisins.

II.3.2. Les composites hautes performances « HP »

Principalement utilisés dans l'aéronautique sont d'un coût élevé. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont les renforts qui influent sur le coût. Les propriétés mécaniques (résistance mécanique et rigidité) sont largement supérieures à celles des métaux, contrairement aux GD. Des méthodes de calculs de structures et d'homogénéisations ont été développées pour les HP. On utilisera des composites à fibres longues et à matrice organique et pour les garnitures, capotages on utilisera des plastiques renforcés.

II.4. Constituants des matériaux composites

Un matériau composite représente la liaison de deux composants appelés la matrice et renfort.

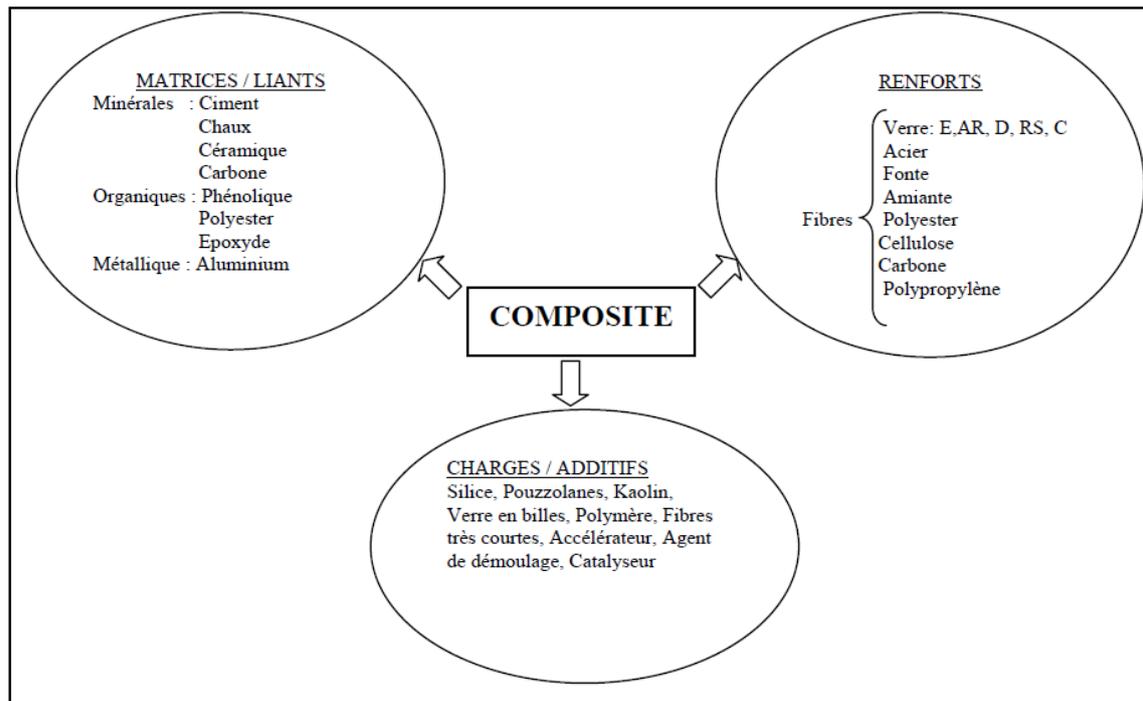


Figure II.2. Composition générale d'un matériau composite [17].

II.4.1 La matrice

La matrice lie les fibres renforts, répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), assure la protection chimique. Par définition, c'est un polymère ou une résine organique [18].

Dans un grand nombre de cas, la matrice constituant le matériau composite est une résine polymère.

Les différentes familles des matrices dans l'organigramme présenté ci-dessous:

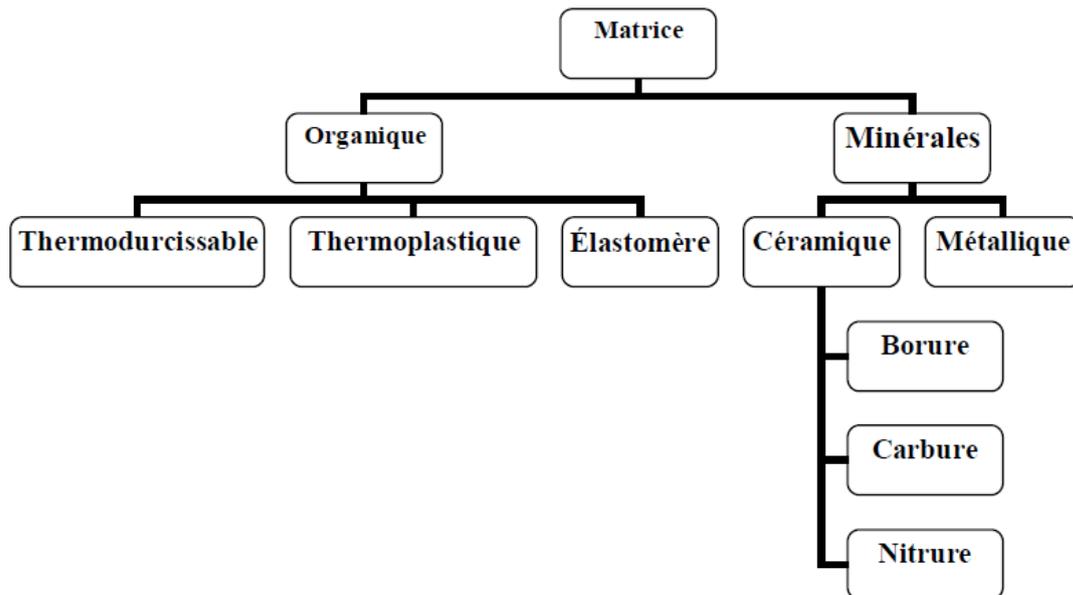


Figure II.3. Différente famille d'une matrice [19].

II.4.1.1. Matrice organique

Elle se caractérise par deux types de résines, les résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables. Les résines thermodurcissables sont les plus utilisées actuellement à cause de ses caractéristiques mécaniques élevées.

II.4.1.1.1. Les résines thermoplastiques

Ce sont des polymères pouvant être alternativement ramollis par chauffage et durcis par refroidissement dans un intervalle de température spécifique du polymère étudié. Les résines thermoplastiques présentent l'aptitude à l'état ramolli, de se mouler aisément par plasticité [20].

Les thermoplastiques sont constitués de macromolécules de taille limitée, linéaire ou ramifiée. Il existe environs 40 familles de thermoplastiques classées selon leurs structures chimiques [21].

Les thermoplastiques les plus utilisés actuellement sont :

- Les polyesters saturés thermoplastiques (PET) :
- Le polyéthylène (PE) : peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.
- Les polyamides (PA) : tenue au choc, bonne résistance à la fatigue et aux hydrocarbures.

- Les polyacétals (polyoxyméthylène).
- Les polycarbonates (PC) : tenue au choc.
- Les polyéthers éther cétone (PEEK).
- Les polysulfures (PS) : bonne stabilité chimique et à l'hydrolyse, peu de fluage, tenue: au chaud.
- Les polypropylènes (PP) : peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

II.4.1.1.2 Les résines thermodurcissables

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants.

Il existe différents types de résines :

- Polyesters insaturés : C'est la résine la plus utilisée dans l'application composite. Parmi les quel :
 - Isophtalique : qui donne une meilleure tenue à l'humidité.
 - Bisphénol : possédant de bonnes caractéristiques chimiques et thermiques.
 - Chlorée : apportant une auto extingüibilité
 - Orthophtalique : la plus courante.
- Epoxydes : Résines plus performantes sur le plan mécanique et retrait plus faible que les résines polyesters.
- Vinylesters : On peut la considérer comme une variante des polyesters produite à partir d'acides acryliques.
- Phénoliques : Elles sont issues de la polycondensation du phénol et du formol se caractérise par une bonne tenue au feu, sans fumée.
- Polyuréthannes et polyurées : Dans l'application composite, on utilise surtout des formules élastomériques dont la faible viscosité permet un bon remplissage du moule.
- Polyimides : sont surtout utilisées dans les composites HP, lorsque l'on cherche une bonne stabilité sous hautes températures.
- Bismaldéides : Elles offrent une bonne tenue à la fois au choc et en température, mais restent difficiles à mettre en œuvre.

Les principales différences entre les thermodurcissables et les thermoplastiques sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau II.1. Principales différences entre les thermodurcissables et les thermoplastiques [22].

Matrice	TD	TP
Etat de base	Liquide visqueux à polymériser	Solide prêt à l'emploi
Stockage	Réduit	Illimité
Mouillabilité des renforts	Aisée	Difficile
Moulage	Chauffage continu	Chauffage + refroidissement
Cycle	Long (polymérisation)	Court
Tenue au choc	Limitée	Assez bonne
Tenue thermique	Bonne	Réduite (sauf nouveau TP)
Chutes et déchets	Perdus ou utilisés en charges	Recyclables
Conditions de travail	Emanations de solvants	Propreté

II.4.1.2. Matrice métallique

Parmi les matériaux métalliques utilisés pour constituer la matrice des matériaux composites, sont l'Aluminium et ses alliages, le Nickel, le Titane et le Magnésium. Un avantage essentiel apporté par une matrice métallique réside dans la possibilité d'utiliser le composite à des températures élevées, avec en plus de bonne conductibilité électrique et thermique et de bonnes caractéristiques mécaniques transverses ; ce qui n'est pas le cas pour les composites à matrice organique.

II.4.1.3. Matrice céramique

Les céramiques sont utilisées pour la réalisation des pièces en matériaux composites et qui doivent supporter des températures excessivement hautes. Ainsi, ils sont utilisés pour la fabrication d'éléments de machines à combustions, des organes d'engins spatiaux très exposés aux contraintes d'origines thermiques. La matrice de ce type est très difficile puisqu'elle nécessite des manipulations à des températures très élevées d'où l'intervention de main d'œuvre très qualifiée [20].

II.4.2. Le renfort

Le renfort est l'armature ou le squelette qui supporte les efforts mécaniques, a pour rôle d'assurer la tenue mécanique du matériau composite. Il se présente sous une forme des fibres courts ou des fibres continues. Les fibres présentent une bonne résistance à la traction mais une faible résistance à la compression. Parmi les fibres utilisées actuellement on cite :

- Fibres de carbone HT.
- Fibres de kevlar HM (d'aramide).
- Fibres de verre E.
- Fibres de bore.

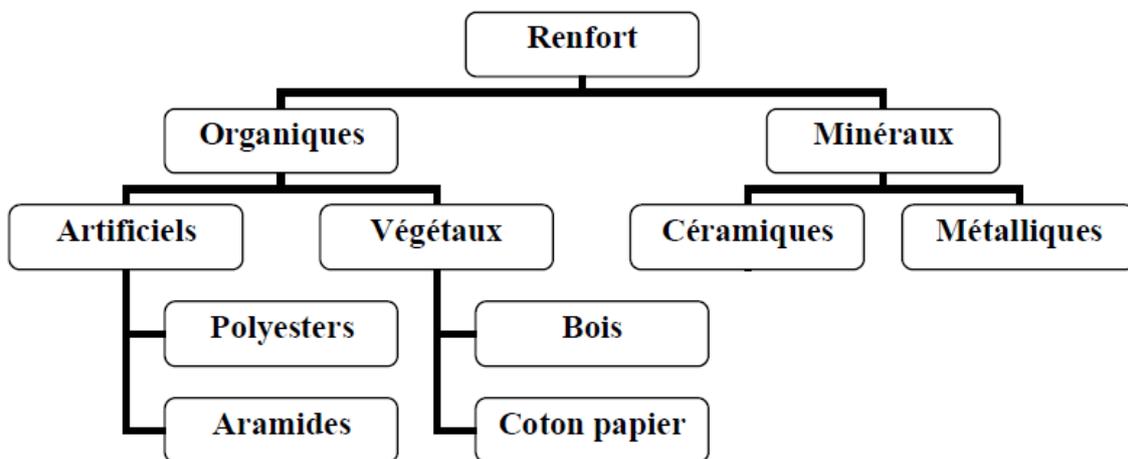


Figure II.4. Architecture des renforts [19].

II.4.2.1. Fibres de carbone

La fibre de carbone est une forme de graphite dans laquelle les feuilles, formées de plans d'atomes de carbone liés en cycles hexagonaux, sont longues et fines.



Figure II.5. Fibres de carbone (tube, feuille et fil).

On distingue deux types de fibres :

- **Fibres haute résistance (HR)** : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;
- **Fibres haut module (HM)** : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

La fabrication de fibre de carbone fait appel à une technologie très délicate. En effet, les caractéristiques de la fibre obtenue en fin de processus dépendent, non seulement de la qualité de la fibre poly acrylonitrile de départ, mais également du déroulement précis et rigoureux de chaque étape du procédé de fabrication.

II.4.2.1.1. Avantages et inconvénients des fibres de carbone

Tableau II.2. Avantages et inconvénients des fibres de carbone.

Avantages	Inconvénients
Bonne tenue à l'humidité et en température	Précautions à prendre dans la mise en œuvre
Bonne conductibilité thermique et électrique	Métaux corrosion galvanique et difficile avec les résines
Excellentes propriétés mécaniques	Prix très élevé
Usinage aisé et une faible densité	Acides oxydants chaud

II.4.2.2. Fibres de verre

Le verre possède une très bonne résistance à la rupture dépassant même celle de certains métaux. Cependant, le verre est un matériau très fragile du fait de sa forte sensibilité aux microfissures. Cette fragilité diminue lorsque le verre est sous forme de fibre puisque les microfissures sont moins nombreuses, ce qui lui confère de bonnes performances. Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore) [19].

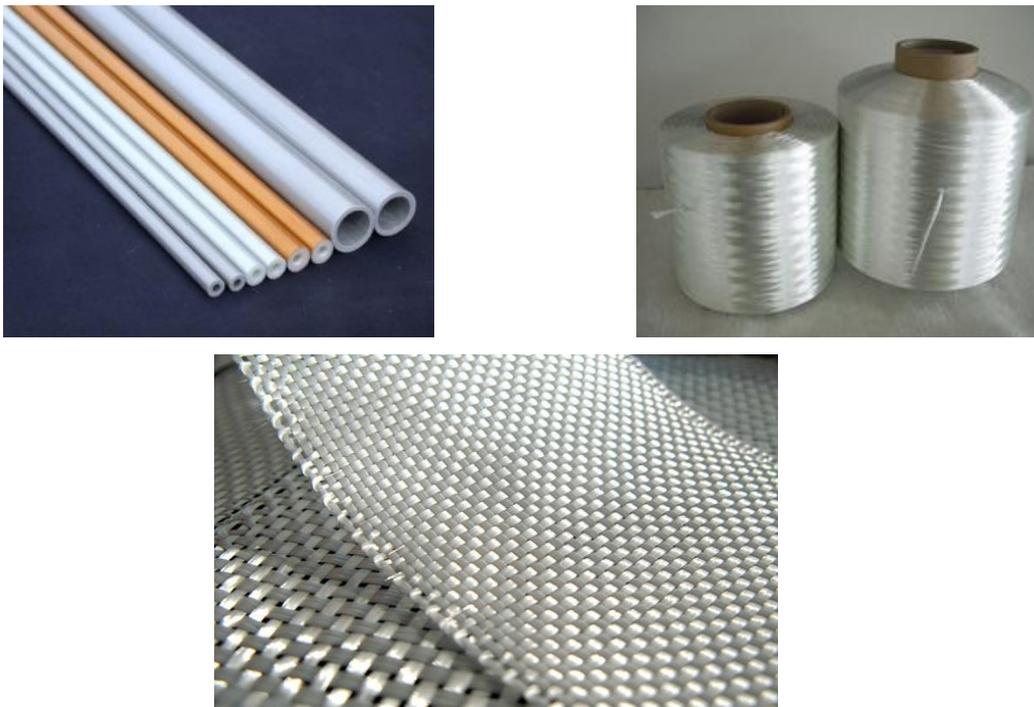


Figure II.6. Fibres de verre (tube, feuille et fil).

Il existe différents types :

- **Verre E** : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes (bonne propriétés électriques).
- **Verre D** : pour les composites hautes performances (hautes propriétés diélectrique).
- **Verre C** : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).
- **Verre R ou S** : haute résistance mécanique.
- **Verre A** : haute teneur en alcali.

Les fibres de verre sont fabriquées par étirage à grande vitesse 60 m/s [15].

II.4.2.2.1. Avantages et inconvénients des fibres de verre

❖ **Les avantages :**

- Dilatation et conductivité thermique faible avec Incombustibilité
- Une bonne adhérence entre fibres et résines
- Bonne résistance spécifique (E)
- Bonnes propriétés diélectriques

❖ **Les inconvénients :**

- Faible module (comparé au carbone et kevlar)
- Vieillessement au contact de l'eau

II.4.2.3. Fibres d'aramide (kevlar)

La fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques. Elle est une fibre synthétique qui résiste bien à la chaleur avec une bonne propriété mécanique.

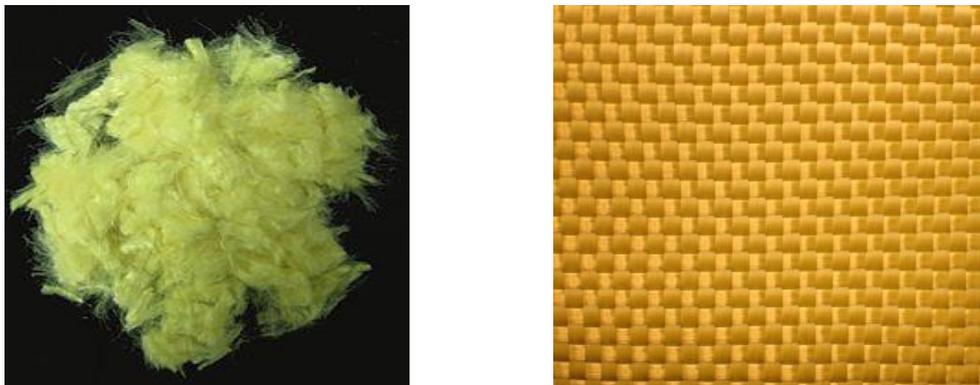


Figure II.7. Fibres d'aramide.

Il est possible de trouver trois types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

- **Les fibres à bas module d'élasticité :** utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles.
- **Les fibres à haut module d'élasticité :** employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.
- **Les fibres à ultra-haut module d'élasticité.**

II.4.2.3.1. Avantages et inconvénients des fibres d'aramide

Tableau II.3. Avantages et inconvénients des fibres d'aramide.

Avantages	Inconvénients
Excellente résistance aux chocs et à la fatigue	Reprise d'humidité importante 4% étuvage avant imprégnation
Absorption des vibrations, amortissement et faible densité (1,45)	Sensibilité aux UV et usinage difficile
Bonne résistance spécifique à la traction	Faible tenue en pression
Dilatation thermique nulle	Prix élevé et tenue au feu (décomposition à 400°C)

II.4.2.4. Fibres céramiques

Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée entre 500°C et 2000°C.

Il existe plusieurs fibres de céramiques parmi lesquelles :

- Fibre de Bore carbure de silicium.
- Fibres de Carbure de silicium.
- Fibre de Bore.



Figure II.8. Fibres de céramique.

II.4.2.4.1. Fibres de bore

Fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène.



Figure II.9. Fibres de bore.

II.4.2.5. Fibre métallique

Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication. Elles approchent les propriétés d'un cristal parfait. Elles sont utilisées dans différentes applications comme l'aéronautique, la construction industrielle, les sports et loisirs.

Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour :

- ✓ Leurs bonnes conductibilités thermique et électrique ;
- ✓ Leurs caractéristiques thermomécaniques [14].

II.4.2.6. Fibres naturelles

Les fibres naturelles sont classées généralement en fonction de leurs origines : Animale, végétale et minérale.

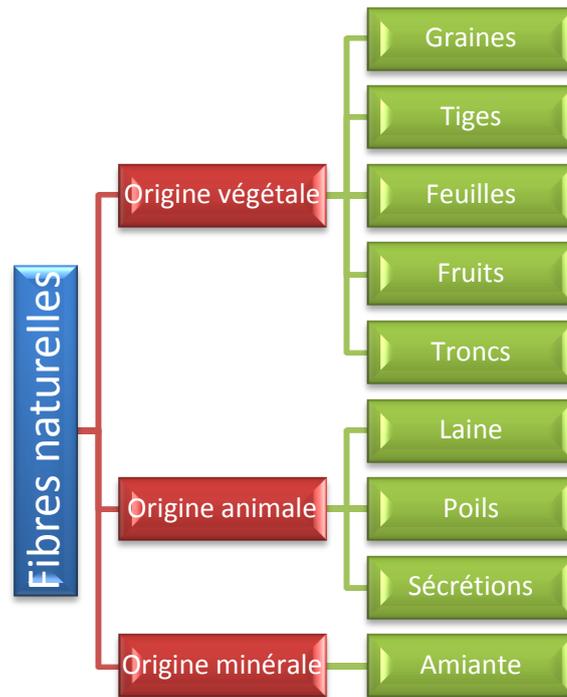


Figure II.10. Différentes fibres naturelles.

- Fibres végétales qui comprennent des fibres provenant des poils séminaux de graines (coton, kapok), des fibres libériennes extraites de tiges de plantes (lin, chanvre, jute) et des fibres extraites de feuilles, de troncs et d'enveloppes de fruits (sisal, palmier et noix de coco respectivement).
- Fibres animales qui proviennent des poils, telles que la laine animale et des sécrétions telles que la soie.
- Fibres minérales comme l'amiante [14].



Figure II.11. Fibres naturelles.

II.4.2.7. Fibres de polyéthylène de haut module

Elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicitées, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester [19].

II.4.2.8. Fibres de silice (ou de quartz)

Elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée [19].

II.4.3 Les charges et additifs :

Les charges et additifs sont des matières d'origine minérale, végétale, synthétique ou organique se présentant sous forme pulvérulente ou fibreuse chimiquement pures et inertes vis-à-vis des résines. Mélangées à une résine, elles apportent de nouvelles propriétés et modifient les caractéristiques du produit fini [23].

Les charges et additifs sont incorporés dans un matériau composite pour :

- Réduire le coût.
- Résister au feu.
- Modifier la couleur.

- Améliorer la résistance au vieillissement.
- Modifier la densité du matériau.
- Modifier sensiblement les propriétés mécaniques, électrique ou thermique.
- Diminuer le retrait.
- Faciliter le démoulage.

II.4.3.1. Les charges

Les charges sont des particules solides que l'on disperse au sein de la matrice. Elles peuvent être minérales, organiques (végétales ou synthétiques) ou métalliques, et s'utilisent grosso modo de la même façon que dans les plastiques "traditionnels".

- **Charges renforçantes:** L'objet de la charge renforçant est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine, ou diminuer le coût des résines en conservant les performances des résines.
- **Charges non renforçantes :** leur rôle soit de déterminer le cout des résines en conservant leur performance et d'améliorer certaines propriétés des résines.
- **Charges ignifugeantes :** Ajoutées aux résines ont pour rôle de réduite ou d'empêcher les phénomènes de combustion.

II.4.3.2. Les additifs

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- **Lubrifiants et agents de démoulage :** Ces additifs ont pour objet de faciliter le façonnage de la résine et de réduire la tendance de la résine à adhérer aux moules, aux mandrins, etc.
- **Pigments et colorants :** Les pigments sont des produits insolubles se présentant sous forme de poudres ou de paillettes. Ils sont obtenus à partir d'oxydes ou de sels métalliques. Pour but d'obtenir des pâtes colorantes.
- **Agents anti-retrait :** Ces agents anti-retrait sont généralement des produits à base de thermoplastiques ou d'élastomères, se présentant sous forme de poudre ou en solution dans du styrène. Ces produits améliorent l'écoulement de la matière dans certaines techniques de moulage [24].
- **Agents anti-ultraviolets :** Les agents anti-ultraviolets ont pour fonction de protéger les résines de l'action des rayons ultraviolets contenus dans le rayonnement solaire. Le

principe de ces agents est d'absorber le rayonnement ultraviolet et d'éviter ainsi une détérioration prématurée de la résine par rupture de liaisons atomiques ou par passage à un état excité qui favorise l'oxydation [15].

II.4.4. L'interface fibre-matrice

Les composites étant des matériaux hétérogènes, ils possèdent des interfaces, c'est-à-dire des surfaces de contact entre la matrice et le renfort. Tant que le composite est intact, les deux constituants adhèrent parfaitement l'un à l'autre, et l'interface ne joue donc aucun rôle particulier. Cependant, l'interface joue un rôle important lorsque le composite subit des dégradations mécaniques et commence à se fissurer suite à une surcharge, à la fatigue...etc

II.5. Classification des matériaux composites

Les matériaux composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composites.

II.5.1. Classification suivant la forme des constituants

On a deux classes :

- Composites à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres.
- Composites à particules si le renfort se trouve sous forme de particule (la particule n'a pas de dimension privilégiée).

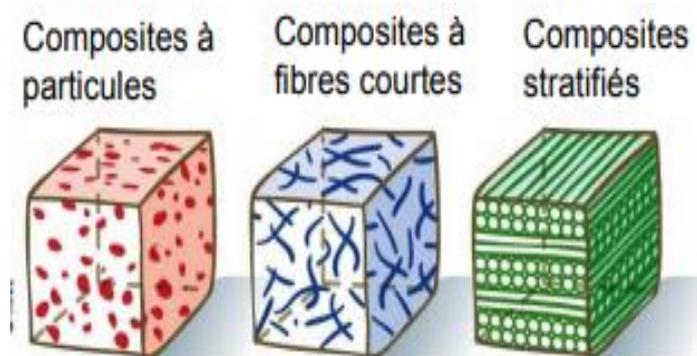


Figure II.12. Types des matériaux composites.

II.5.2. Classification suivant la nature des constituants

Sont classés comme suit :

- **Composites à matrice organique (résine, charges)** : utilisés dans le domaine ou les températures $\leq 300^{\circ}\text{C}$.
- **Composites à matrice métallique (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane)** : domaine des températures $\leq 600^{\circ}\text{C}$.
- **Composites à matrice minérale (céramique)** : domaine des températures jusqu'à 1000°C .

II.6. Procédés de fabrication des structures composites

Il existe nombreuses méthodes de fabrication des matériaux composites, parmi lesquelles on cite [15]:

II.6.1. Moulages sans pression

Les méthodes de moulage à froid et sans intervention d'une presse sont les méthodes les plus simples à mettre en œuvre. Elles nécessitent un minimum d'équipement et par conséquent d'amortissement. Cette facilité a été à l'origine du succès des matériaux composites à fibres de verre, dans l'industrie et l'artisanat.

Ces méthodes permettent la réalisation de pièces en petites et moyennes séries, sans restriction de formes et dimensions. Bien que la proportion de fibres puisse varier, elle reste toutefois limitée. Les pièces comportent une seule face lisse, reproduisant l'aspect du moule. Enfin, la qualité de la pièce moulée dépend dans une large mesure du savoir-faire du mouleur.

II.6.1.1. Moulage au contact

Avant moulage, le moule est revêtu d'un agent de démoulage, puis généralement d'une fine couche de résine de surface, souvent colorée, dénommée "gel coat".

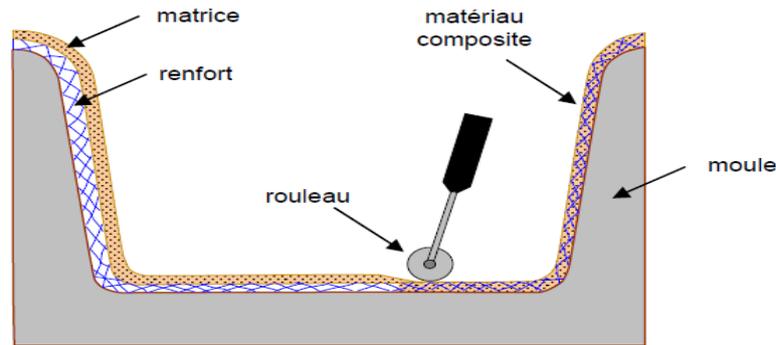


Figure II.13. Principe du moulage au contact.

Le moulage est ensuite effectué selon les opérations suivantes :

1. Le moule est enduit avec de la résine catalysée et accélérée, au pinceau ou au rouleau.
2. Le renfort : mat, tissu, etc., est disposé dans le moule. Divers types de renforts peuvent être utilisés suivant les différentes parties de la pièce. Les renforts doivent alors se superposer.
3. Le renfort est ensuite imprégné avec la matrice, puis un débullage est effectué avec un rouleau cannelé.
4. Après gélification de la première couche, les couches suivantes sont appliquées, en utilisant la même technique. Des inserts peuvent être mis entre ces couches : tubes, vis, écrous, armatures, etc.
5. Le démoulage est ensuite effectué après un temps qui dépend de la résine et de la température (de l'ordre de 10 heures).
6. La polymérisation est ensuite effectuée en milieu ambiant pendant plusieurs semaines. Cette polymérisation peut éventuellement être accélérée par étuvage (par exemple 5 à 10 heures, aux environs de 80 °C).
7. Après polymérisation, on procède à la finition de la pièce : ébarbage, ponçage, éventuellement peinture, etc.

II.6.1.2. Moulage par projection simultanée

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine catalysée sur un moule. L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifié et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé. La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et débarrassée des bulles au rouleau cannelé.

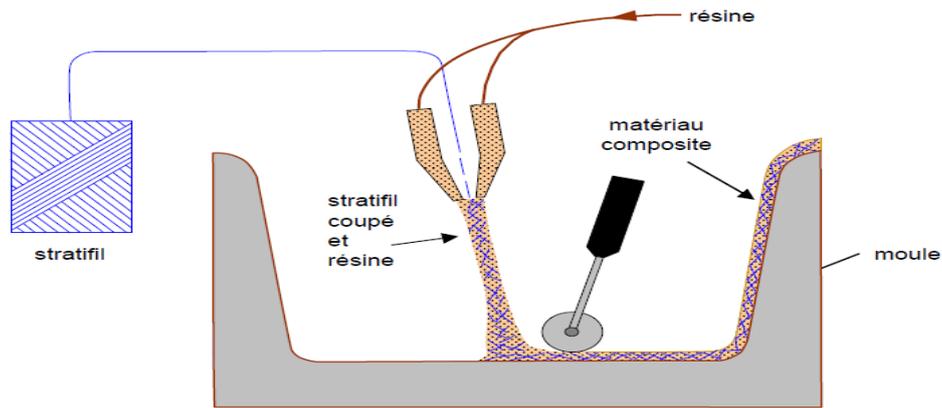


Figure II.14. Principe de moulage par projection simultanée.

Le moulage par projection permet d'obtenir de grandes séries de pièces, avec un bas prix de revient. Le renfort est toutefois limité à des fibres coupées, et les caractéristiques mécaniques du matériau restent moyennes. Il est possible d'obtenir deux faces lisses en utilisant un moule et contre-moule, chargés séparément, puis accolés. Ce procédé réserve également la possibilité d'interposer une couche de tissu entre les deux, et permet alors d'obtenir des pièces ayant de meilleures caractéristiques mécaniques.

II.6.2. Moulage sous vide

Le moulage sous vide consiste à utiliser simultanément le vide et la pression atmosphérique. Après enduction de gel-coat, on dispose le renfort sur un moule rigide, puis on coule la matrice. Le contre-moule, recouvert d'une membrane assurant l'étanchéité (feuille de caoutchouc, nylon, etc.), est ensuite emboîté.

Une pompe à vide crée une dépression à travers le moule et le contre-moule poreux, qui étale et débulle la résine. Le contre-moule peut éventuellement être limité à la seule membrane d'étanchéité.

Ce procédé de moulage convient pour la fabrication de pièces en petites et moyennes séries. Il permet d'obtenir de bonnes qualités mécaniques, grâce à une proportion de résine uniforme et à une diminution des inclusions d'air. Dans le cas de l'utilisation d'un contre-moule rigide, un bel aspect de surface est obtenu sur les deux faces. Les cadences de production sont toutefois assez lentes.

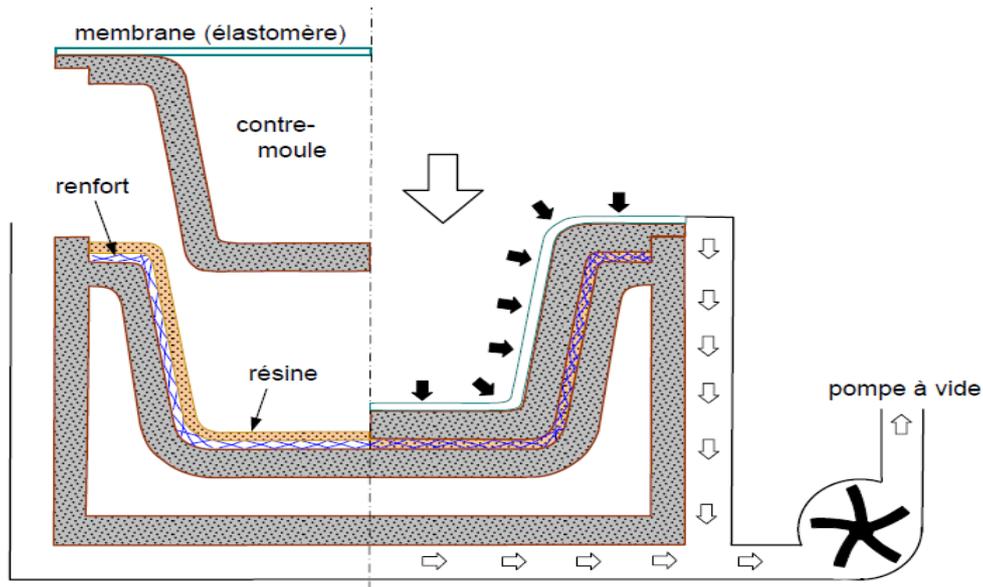


Figure II.15. Moulage sous vide.

II.6.3. Moulage par compression

II.6.3.1. Moulage par projection de résine

Le moulage consiste, par injection de résine sous pression, à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé. L'alimentation automatique des résines élimine leur manipulation. La proportion de renfort peut être élevée, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées.

Ce procédé de moulage convient à la réalisation de pièces profondes et de formes compliquées.

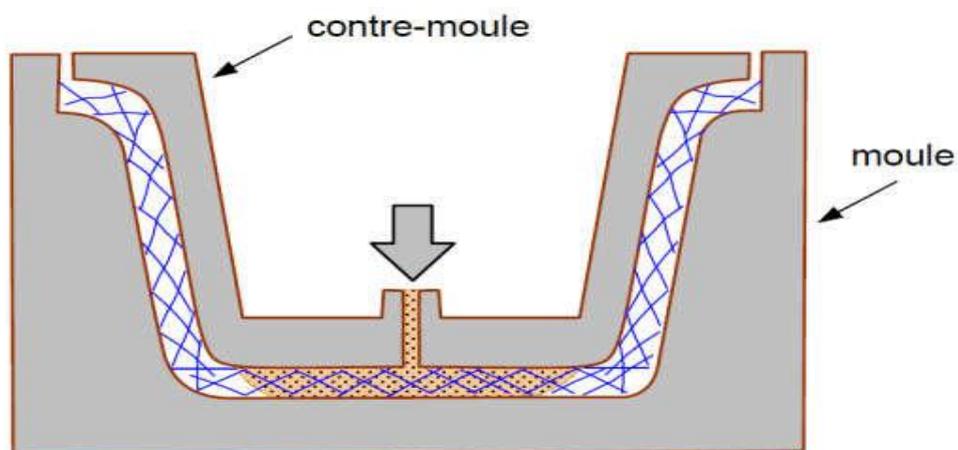


Figure II.16. Moulage par projection de résine.

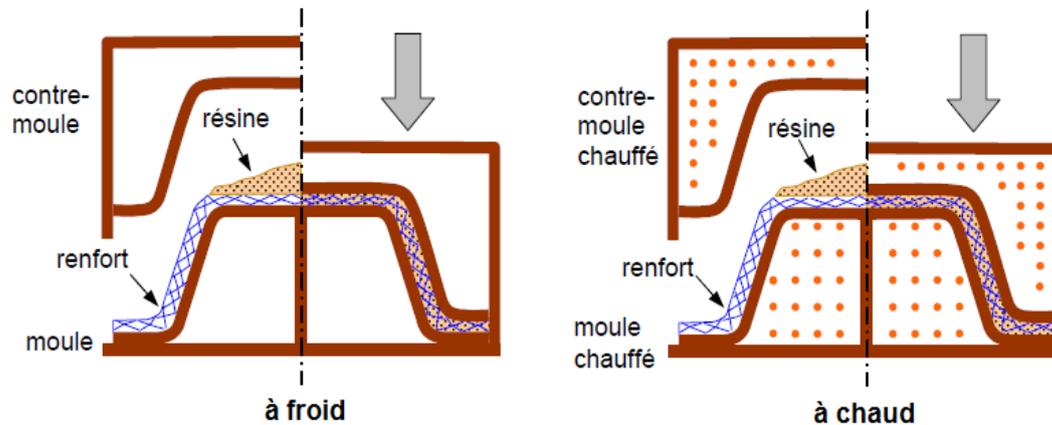


Figure II.17. Principe du moulage par compression.

II.6.3.2. Moulage par compression à froid

Le moulage est effectué à basse pression (< 5 bars) sans chauffage du moule, en utilisant l'exothermie de polymérisation de la résine. L'énergie calorifique accumulée par le moulage des pièces est alors suffisante pour maintenir le moule à des températures de 50 à 70 °C, en fonctionnement permanent.

Moule et contre-moule sont enduits d'agent de démoulage et de gel-coat. Puis le renfort et la matrice sont déposés sur le moule. L'ensemble moule/contre-moule est fermé, puis pressé. Le temps de polymérisation est lié au type de résine, au catalyseur et à la température atteinte par le moule en régime continu de production.

Ce procédé de moulage est adapté à la fabrication de pièces de moyennes séries (4 à 12 pièces par heure). L'investissement (matériel et moule) est moins important que le procédé de compression à chaud. La presse basse pression est simplifiée. Les moules peuvent être réalisés par le transformateur en matériaux composites. Les pièces possèdent un bel aspect de surface sur chaque face. La productivité est inférieure au moulage à la presse à chaud.

II.6.3.3. Moulage par compression à chaud

Cette technique permet d'obtenir des pièces en grandes séries au moyen de presses hydrauliques et de moules métalliques chauffants. Le renfort, constitué par du mat à fils coupés ou à fils continus, par des tissus ou par des préformes, est déposé sur le moule chauffant, enduit au préalable d'un agent de démoulage. Puis la résine catalysée est coulée en vrac sur le renfort. Le moule est fermé suivant un cycle déterminé par descente et pressage du contre moule. Le temps de pressage est lié au temps de polymérisation de la résine, fonction

de la réactivité de la résine et de l'épaisseur de la pièce. Le moule est ensuite ouvert, et la pièce éjectée.

Ce procédé de moulage permet d'obtenir des proportions importantes de renfort, et par conséquent des pièces de bonnes caractéristiques mécaniques. Les dimensions des pièces sont fonction de l'importance de la presse. La pression de moulage est de l'ordre de 10 à 50 bars, la température des moules de l'ordre de 80 à 150 °C. Les cadences de fabrication peuvent atteindre 15 à 30 pièces par heure. Elles nécessitent un investissement important en matériel, presse et moule.

II.6.3.4. Moulage par injection

La méthode de moulage par injection est la méthode la plus répandue des méthodes de mise en œuvre des thermoplastiques armés (les autres méthodes étant l'extrusion, l'extrusion soufflage, le thermoformage, etc.).

Le moulage par injection est réalisé sur les presses conventionnelles utilisées pour l'injection des résines thermoplastiques.

Des granulés comportant la résine et le renfort (fibres courtes, billes, etc.) ou des mats pré-impregnés sont extrudés par une vis d'Archimède. La matrice est fluidifiée par chauffage et injectée sous pression élevée dans un moule chauffé, où a lieu la polymérisation.

Le type de matériaux obtenus est plus généralement appelé "plastiques renforcés" que matériaux composites. En effet, compte tenu de la nature des renforts (fibres courtes, sphères, etc.), la contrainte à la rupture et le module d'Young des résines sont multipliés par un facteur de l'ordre de 2 à 4. Cette technique est adaptée à la production de pièces en très grandes séries.

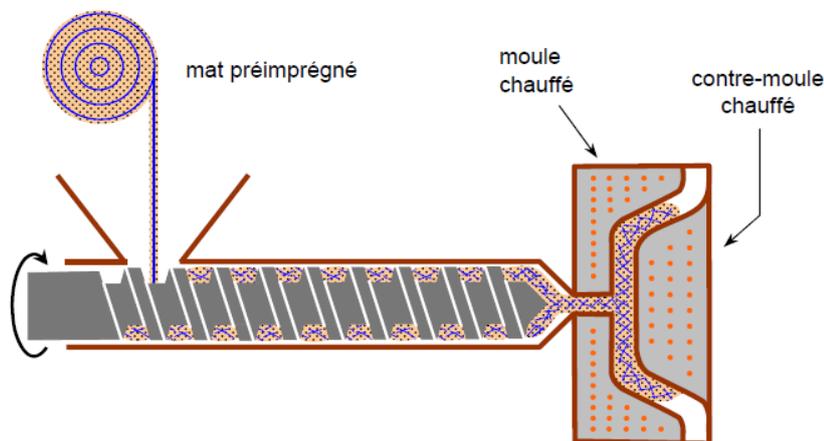


Figure II.18. Moulage par injection.

II.6.4. Moulage en continu

Le moulage en continu permet la fabrication de plaques planes, panneaux, sandwichs de panneaux ondulés pour toitures, plaques nervurées, etc. Schématiquement, ce procédé peut être séparé en plusieurs phases.

1. Une phase d'imprégnation des renforts : fibres, mats ou tissus. La résine catalysée et le renfort sont véhiculés sur un film de démoulage (cellophane, mylar, polyéthylène, etc.).
2. Une phase de mise en forme.
3. Une phase de polymérisation, effectuée dans une étuve (60 à 150 °C) en forme de tunnel, dont la longueur est fonction de la température et de la résine (15 à 50 m de long).
4. Une phase de refroidissement et découpage.

Dans le cas de la fabrication de plaques planes, la mise en forme est simplement réalisée par une mise à l'épaisseur de la plaque, par pressage entre des rouleaux de calandrage.

Dans le cas de panneaux ondulés, la mise en forme intervient au cours de la polymérisation, par l'intermédiaire de rouleaux mobiles.

Le procédé de moulage en continu peut être entièrement automatisé, et permet alors d'élaborer des plaques ou panneaux en continu. Il nécessite toutefois un investissement très important en matériel.

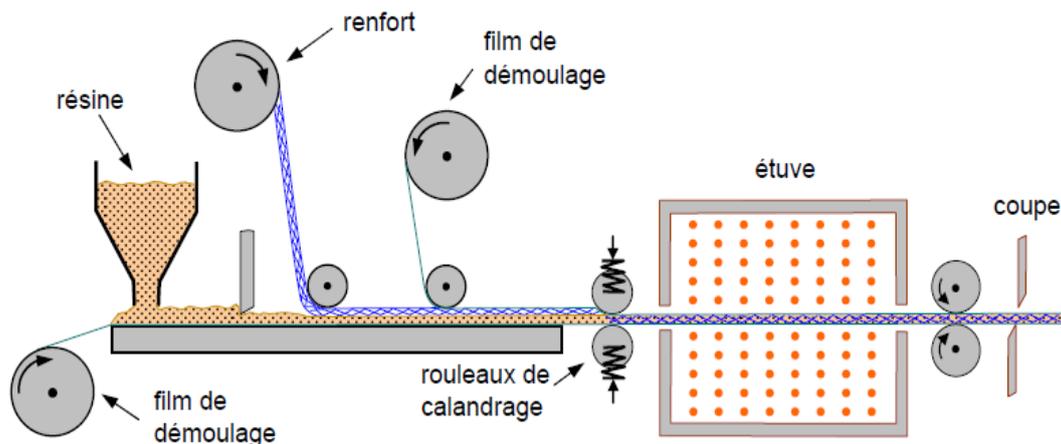


Figure II.19. Moulage en continu de plaques.

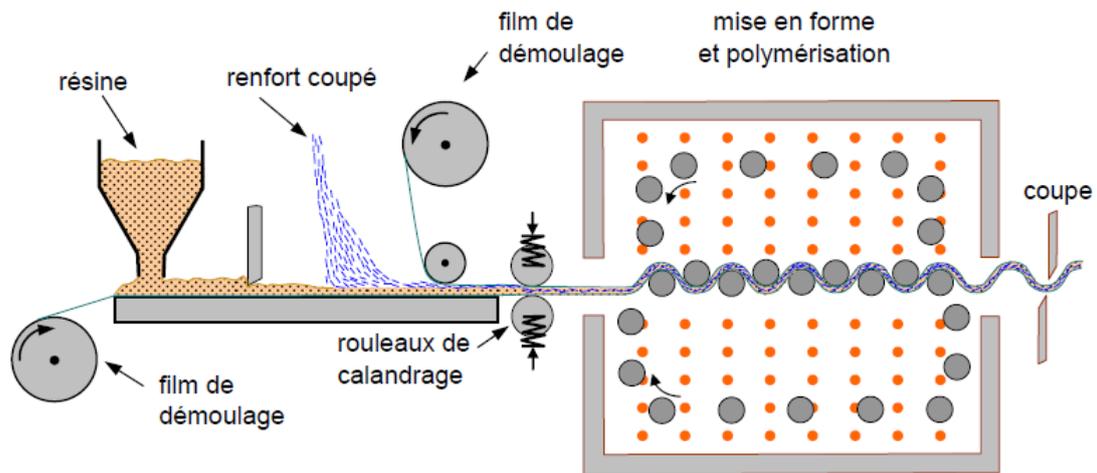


Figure II.20. Moulage en continu de panneaux ondulés.

II.6.5. Moulage par pultrusion

Le procédé de moulage par pultrusion sert pour la fabrication de profilés, rectilignes ou courbes, à section constante, hautement renforcés dans la direction principale.

Dans cette technique, les renforts : fils, stratifils, rubans, etc., passent dans un bain de résine catalysée où ils sont imprégnés. Ils traversent ensuite une filière chauffée dans laquelle ont lieu simultanément mise en forme du profilé et polymérisation de la résine. Ce procédé est applicable aux résines thermoplastiques et thermodurcissables.

Les profilés obtenus ont des caractéristiques mécaniques élevées, compte tenu de la possibilité d'obtenir des proportions de renfort élevées jusqu'à 80 % en volume. Le procédé est adapté aux productions d'assez grandes séries (vitesse de défilement jusqu'à 20 m/h). Il nécessite un investissement important de matériel.

Exemples de fabrication : cannes à pêche, profilés divers, raidisseurs, etc.

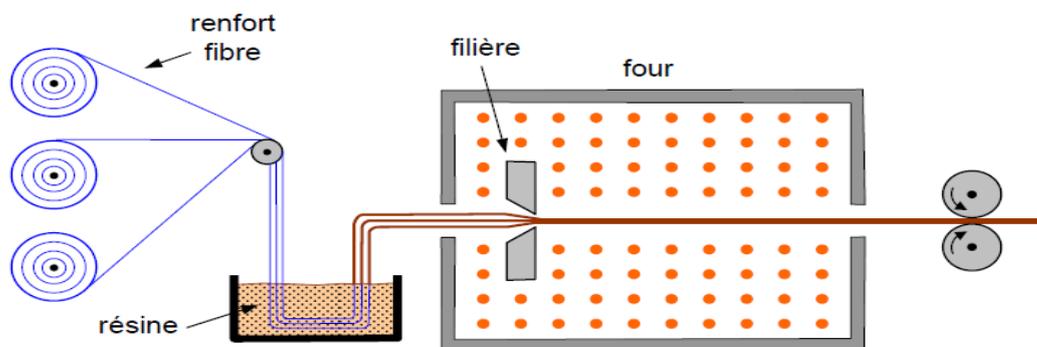


Figure II.21. Moulage par pultrusion.

II.6.6. Moulage par centrifugation

Cette technique est réservée au moulage de pièces de révolution, en particulier tubes, tuyaux, cuves, etc. Elle est une extrapolation de la technique de fabrication des tuyaux en fonte ou en béton centrifugé.

Le moule de révolution, enduit d'agent de démoulage, est mis en rotation (à environ 2 000 tours/min). Après dépôt éventuel de gel coat, on introduit simultanément en continu :

- Le renfort : fibres coupées ou stratifil coupé;
- La résine catalysée et accélérée (résines époxydes, polyesters, etc.) durcissant à froid.
- L'imprégnation du renfort par la résine est réalisée sous l'effet de la centrifugation.

La stratification s'effectue par passages successifs de la buse d'alimentation en résine et renfort. La polymérisation est effectuée à température ambiante, ou éventuellement accélérée dans une étuve. Un renfort sous forme de rouleau (mat, tissu, etc.) peut être introduit éventuellement en discontinu avant rotation du moule. La résine est introduite ensuite lors de la centrifugation.

Après polymérisation, la pièce cylindrique est extraite du moule, le retrait des résines permettant le démoulage. Cette technique permet d'obtenir un bel aspect de surface à l'extérieur, avec un diamètre et une épaisseur des pièces bien calibrés.

Ce processus d'élaboration nécessite un matériel de grande précision et un très bon équilibrage du moule.

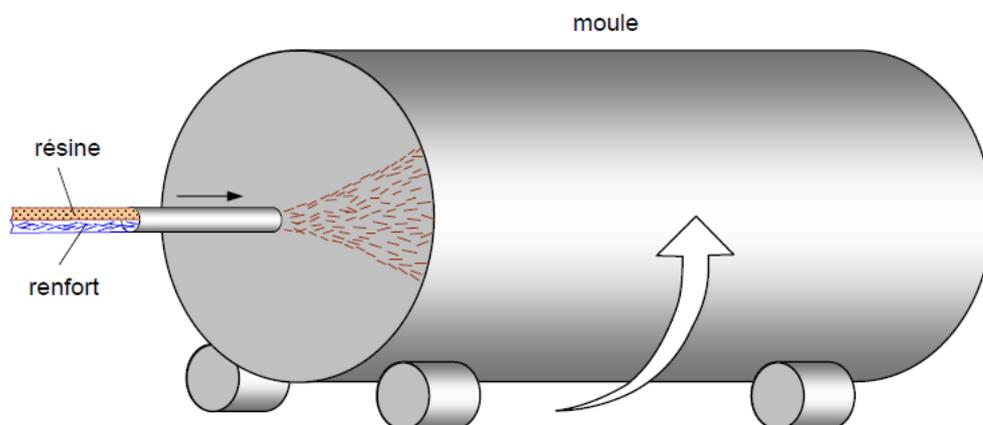


Figure II.22. Moulage par centrifugation.

II.6.7. Moulage par enroulement filamentaire

Le renfort (fil continu, ruban, etc.) imprégné de résine catalysée est enroulé avec une légère tension, sur un mandrin cylindrique ou de révolution en rotation.

Ce type de moulage est bien adapté aux surfaces cylindriques et sphériques, et permet une conception avancée des pièces. Les stratifiés obtenus peuvent comporter des proportions élevées de renfort (jusqu'à 80 % en volume), permettant donc d'obtenir de hautes caractéristiques mécaniques. L'investissement en matériel est très important.

Suivant les mouvements relatifs du mandrin et du système d'approvisionnement en renfort, divers types d'enroulements (et par conséquent de stratifications) sont obtenus. On distingue : l'enroulement circonférentiel, l'enroulement hélicoïdal, l'enroulement polaire.

II.6.7.1. Enroulement circonférentiel

Le bobinage est effectué à 90° par rapport à l'axe du mandrin et confère une résistance tangentielle élevée. Pour obtenir une résistance longitudinale satisfaisante, il est nécessaire d'intercaler des couches de tissus unidirectionnels dans le sens axial du mandrin.

Ce type d'enroulement est assez peu utilisé.

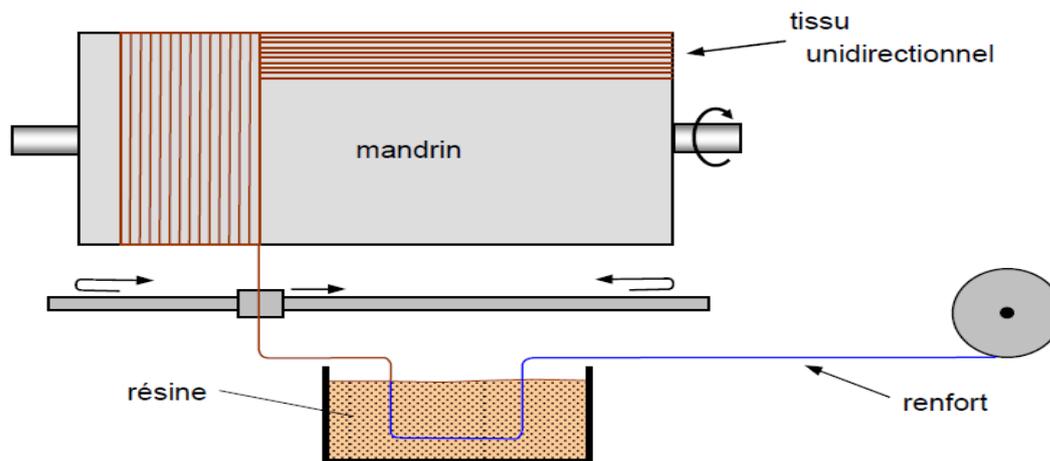


Figure II.23. Principe de l'enroulement circonférentiel.

II.6.7.2. Enroulement hélicoïdal

II.6.7.2.1. Enroulement discontinu

La direction d'enroulement des fils est inclinée par rapport à l'axe du mandrin d'un angle dont la valeur est déterminée par le mouvement relatif des guide-fils par rapport à la rotation du mandrin. La valeur de l'angle est choisie en fonction du rapport souhaité entre la résistance tangentielle et la résistance transversale. La nappe de fils est régulièrement répartie et stratifiée sur toute la surface du mandrin par des mouvements alternatifs des guide-fils parallèlement à l'axe du mandrin. Ce type d'enroulement donne une grande liberté pour la disposition angulaire des fils. Il permet en particulier de réaliser des couches successives avec des angles différents.

Ce procédé d'enroulement a de nombreuses applications pour la fabrication de pièces de grandes dimensions comme des conteneurs, la fabrication d'enveloppes de fusées, de torpilles, de tubes de forage pétrolier, de bouteilles de gaz, etc.

II.6.7.2.2. Enroulement continu

L'enroulement continu permet la fabrication industrielle de tubes et tuyaux hautes performances de divers diamètres et grandes longueurs.

II.6.7.3. Enroulement polaire

L'enroulement polaire permet de fabriquer des pièces à extrémités sphériques sans discontinuité de l'enroulement. Dans ce type d'enroulement, le mandrin doit posséder trois degrés de liberté en rotation, permettant de commander 3 rotations simultanées ou non. Cette technologie sert à fabriquer des réservoirs haute pression, des réservoirs de moteurs de fusée, des équipements spatiaux, etc.

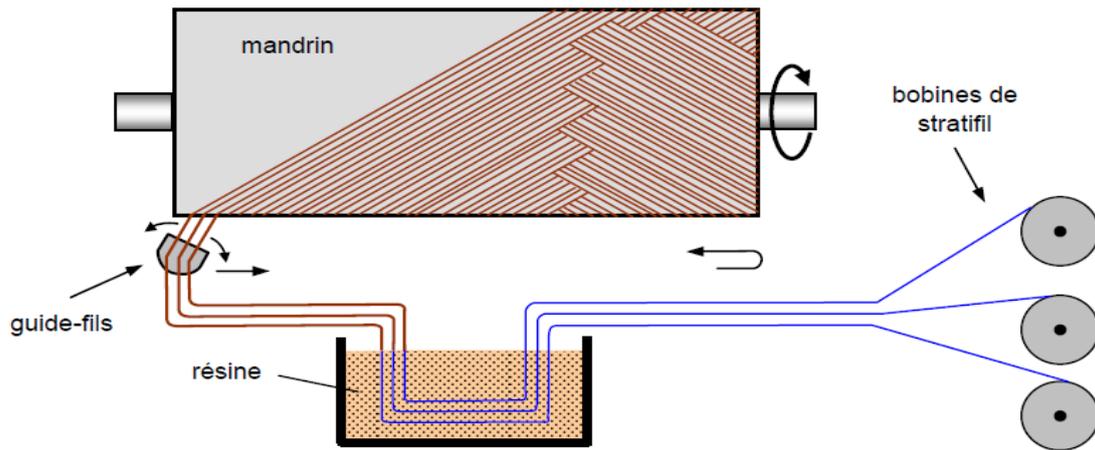


Figure II.24. Principe de l'enroulement hélicoïdal.

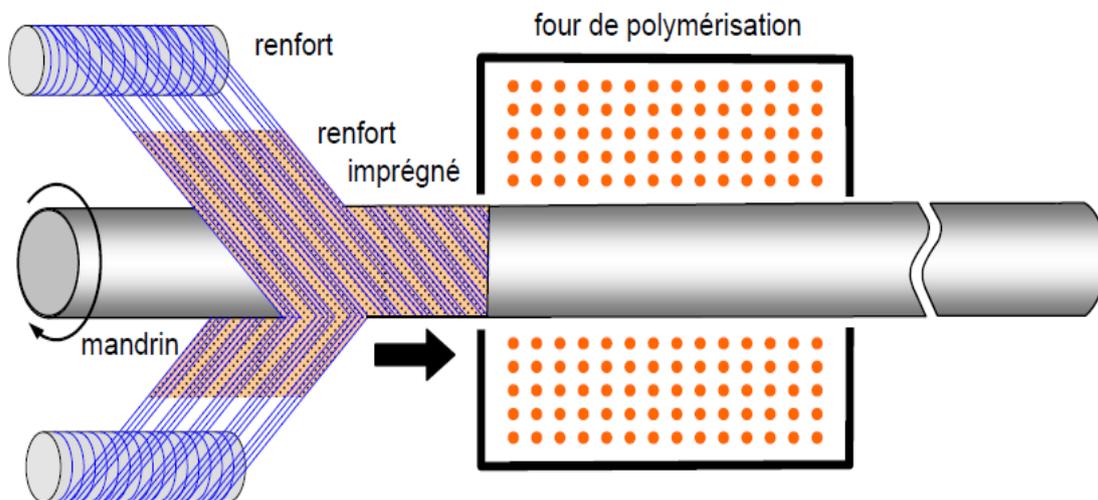


Figure II.25. Enroulement hélicoïdal continu.

II.6.7.4. Mandarins

Les mandrins pour l'enroulement filamentaire doivent permettre le démoulage. Ils peuvent être :

- En métal, en bois, etc., monobloc ou en plusieurs éléments démontables;
- En matériau à bas point de fusion;
- En matériau soluble : par exemple grains de sable agglomérés dans un liant soluble dans l'eau;
- En élastomère gonflable.

II.7. Structure de composite

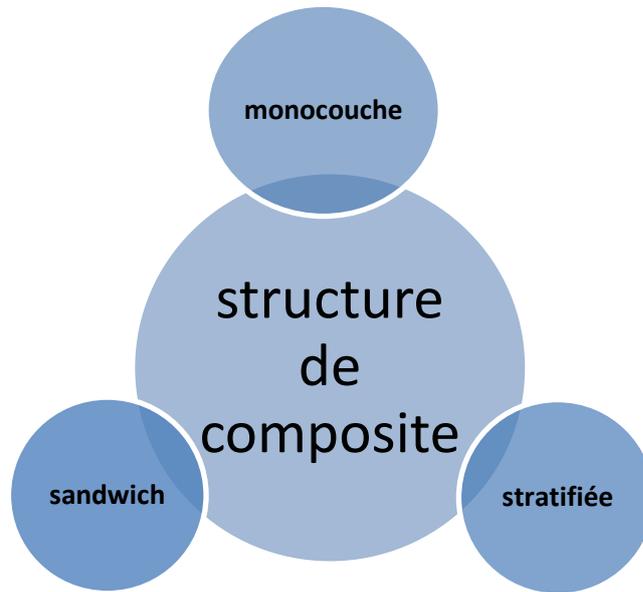


Figure II.26. Structure de composite.

II.7.1. Monocouche

Les monocouches sont les éléments de base des structures composites. Des fibres unidirectionnelles placées dans le plan médian sont emprisonnées dans une matrice polymère [24].

Ils sont caractérisés par le type de renfort utilisé.

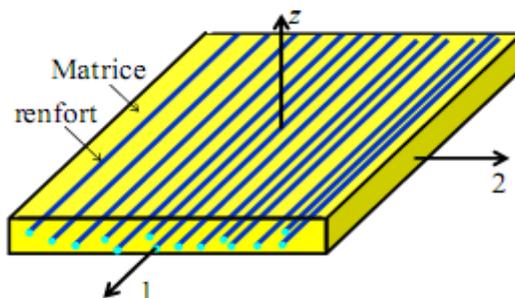


Figure II.27. Matériau composite monocouche.

II.7.2. Les stratifiés:

Un stratifié est constitué d'un empilement des plis ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

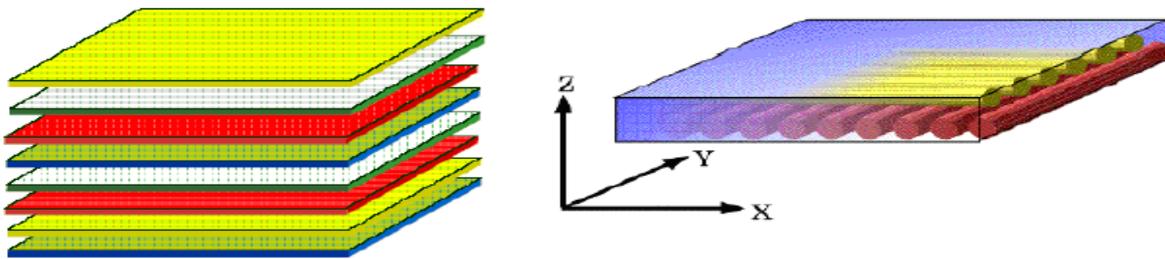


Figure II.28. Matériau composite stratifiée.

Parmi les divers types de stratifiés on distingue:

II.7.2.1. Matériau composite stratifié avec angles positifs et négatifs

Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues, mais de signes opposés, les signes + ou - sont utilisés. La convention pour les angles positifs ou négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître suivant le choix effectué.

Stratifié	Désignation
0°	
30°	
-30°	$[\pm 45 / \mp 30 / 0]$
-45°	
45°	
30°	
-60°	
-60°	$[45 / 0 / -60_2 / 30]$
0°	
45°	

Figure II.29. Exemples de désignation de stratifiés.

II.7.2.2. Matériau composite stratifié symétriques

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est plan de symétrie. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives.

Si le stratifié a un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie. Un indice S indique que le stratifié est symétrique.

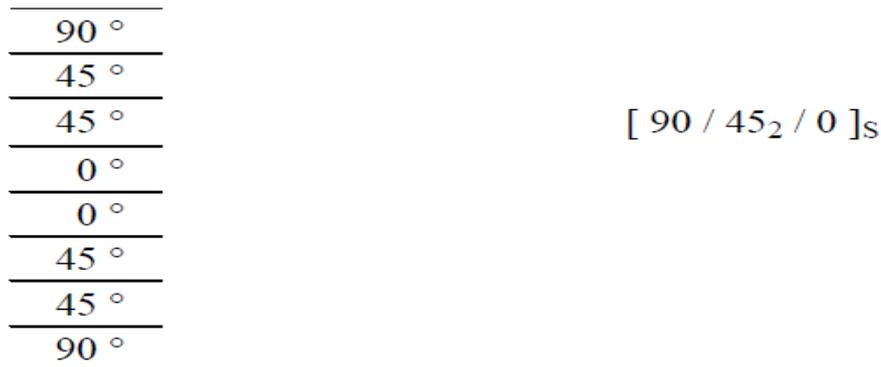


Figure II.30. Matériau composite stratifié symétrique.

II.7.2.3. Matériau composite stratifié antisymétrique

Une stratifié antisymétrique est constituée de couche en nombre impair, dont la répartition des épaisseurs est symétrique, et celle des orientations des axes antisymétriques par rapport au plan moyen.

II.7.2.4. Matériau composite stratifié Séquences

La répétition de séquences peut être indiquée par un indice indiquant le nombre de fois où une séquence est successivement répétée.

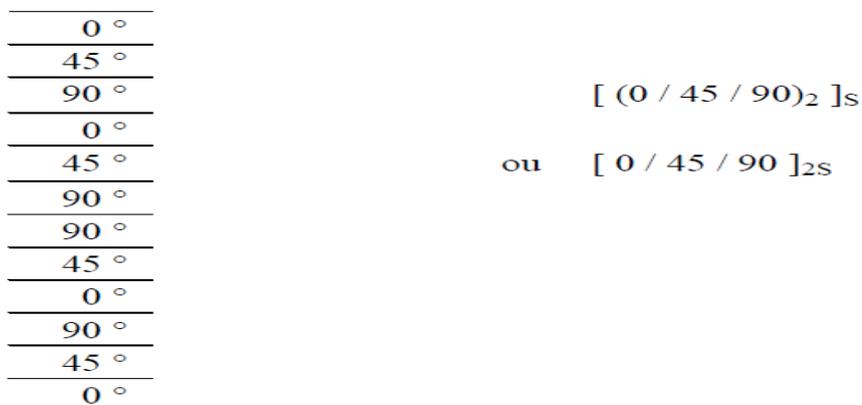


Figure II.31. Matériau composite stratifié Séquences.

II.7.2.5. Matériau composite stratifié équilibré

Stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction $+\theta$ que de couche orientée suivant la direction $-\theta$.

II.7.2.6. Matériau composite stratifié orthogonal

Stratifié comportant autant de couches à 0° que de couches à 90° .

II.7.2.7. Matériau composite stratifié hybrides

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différentes. Il sera alors nécessaire de les mentionner dans la désignation.

0 °	V	[0 _V / ±45 _C / 90 _C] _s
45 °	C	
-45 °	C	
90 °	C	
90 °	C	
-45 °	C	
45 °	C	
0 °	V	

Figure II.32. Stratifié hybrides.

Avec C : carbone et V : verre.

II.7.3. Sandwich

Le principe de la technique sandwich consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression) deux "feuilles", appelées peaux, possédant de bonnes caractéristiques en traction. L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité [15].

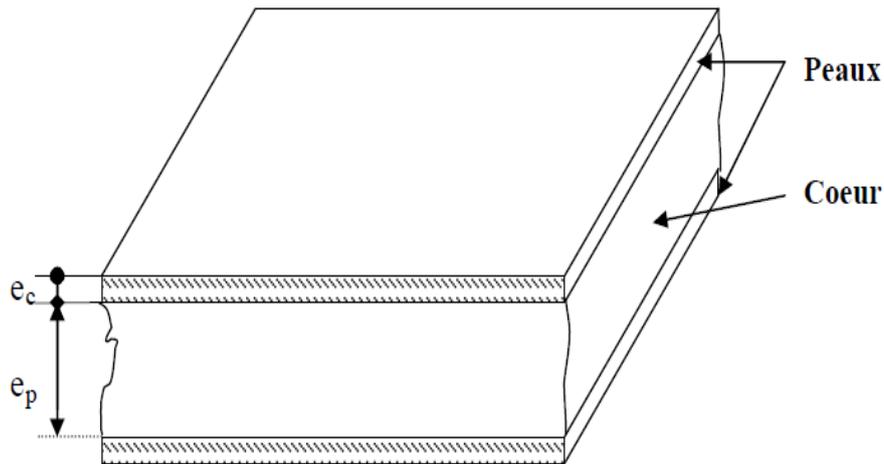


Figure II.33. Matériau sandwich.

II.8. Domaines d'application des matériaux composites

Aujourd'hui, les matériaux composites entrent pratiquement dans tous les domaines d'application possibles.

Les différents matériaux composites et leurs domaines d'utilisation sont indiqués dans le tableau suivant :

Tableau II.4. Domaines d'application des matériaux composites [25].

Type de composite	Domaines d'application
Composites à matrice Organique	Imprimerie, emballage Menuiserie Bâtiment Sports Toiture, terrasse Automobile Domaines multiples
Composites à matrice Minérale	Génie civil Aviation, espace, sports, Biomédecine Pièces thermomécaniques
Composites à matrice métallique	Espace
Sandwichs	Domaines multiples

Les figures (V.34) et (V.35) représentent la production mondiale des matériaux composites et l'utilisation mondiale de ses matériaux selon la composition et les demains d'application.

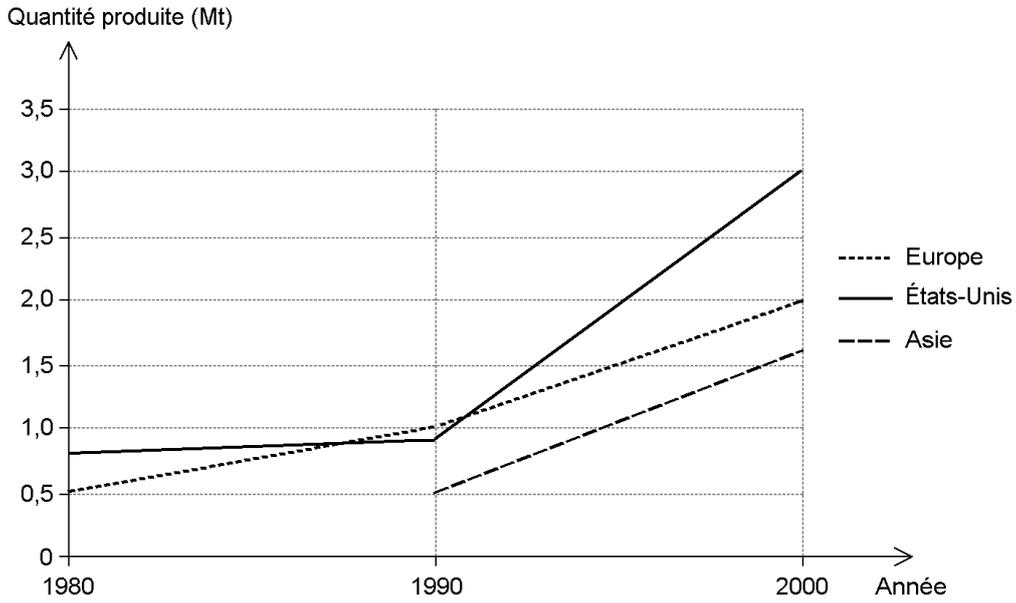


Figure II.34. Production mondiale des matériaux composites [26].

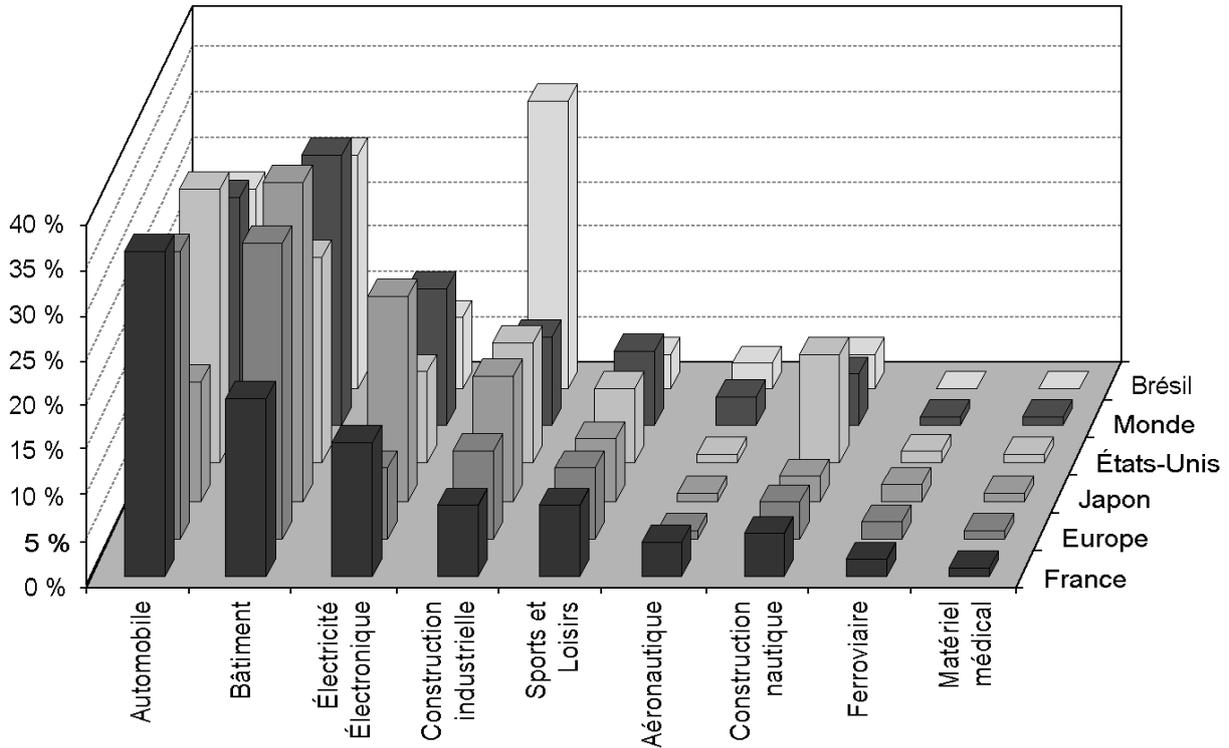


Figure II.35. Répartition géographique de la composition des composites par application [26].

II.9. Avantages et inconvénients des matériaux composites

Tableau II.5. Avantages et inconvénients des matériaux composites.

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> Bonne conductibilité thermique et électrique 	<ul style="list-style-type: none"> Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques
<ul style="list-style-type: none"> Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques) 	<ul style="list-style-type: none"> Meilleure tenue au feu que les alliages légers mais émission de fumées parfois toxiques pour certaines matrices.
<ul style="list-style-type: none"> Ils sont bien sur insensibles aux produits chimiques tels que les huiles, les liquides hydrauliques ; 	<ul style="list-style-type: none"> La mise en œuvre des réparations est beaucoup plus complexe ;
<ul style="list-style-type: none"> Grande résistance à la fatigue et plus légers avec une rigidité adaptable selon le type de renforts 	<ul style="list-style-type: none"> Coût élevée (temps, étude et mise en œuvre)
<ul style="list-style-type: none"> Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone) 	<ul style="list-style-type: none"> Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes

II.10. Conclusion

Les matériaux composites sont considérés parmi les matériaux qui ont connu un succès inégalé en matière de production et en matière d'utilisation dans divers secteurs.

Dans ce chapitre, nous avons essayé de donner un aperçu général des matériaux composites, de leurs propriétés, des différents constituants d'un matériau composite ainsi que de leurs domaines d'application.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons les différentes théories des plaques en expliquant ces principes pour déterminer la théorie la plus précise en termes des résultats.

Chapitre III :
Investigation sur les
théories des plaques

III.1. Introduction

Grâce aux propriétés mécaniques distinctes des composites, cela a conduit à leur utilisation généralisée dans divers domaines de la technologie (construction civile, aérospatiale, militaire et marine ... etc.). Néanmoins, le comportement de ces matériaux reste sous l'étude pour déterminer les facteurs et paramètres qui l'influent le plus. Surtout ce qui peuvent provoquer des déformations excessives conduisant à une perte de ses caractéristiques et par la suite causer la ruine de la structure.

Dans ce chapitre, nous présenterons les théories les plus utilisées pour décrire le comportement des plaques, en expliquant les principes et les applications de ces théories, ainsi qu'on va suivre l'évolution de ces théories.

III.2. Définition d'une plaque :

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (x,y) et une épaisseur, petite par rapport aux autres dimensions à savoir sa longueur et sa largeur.

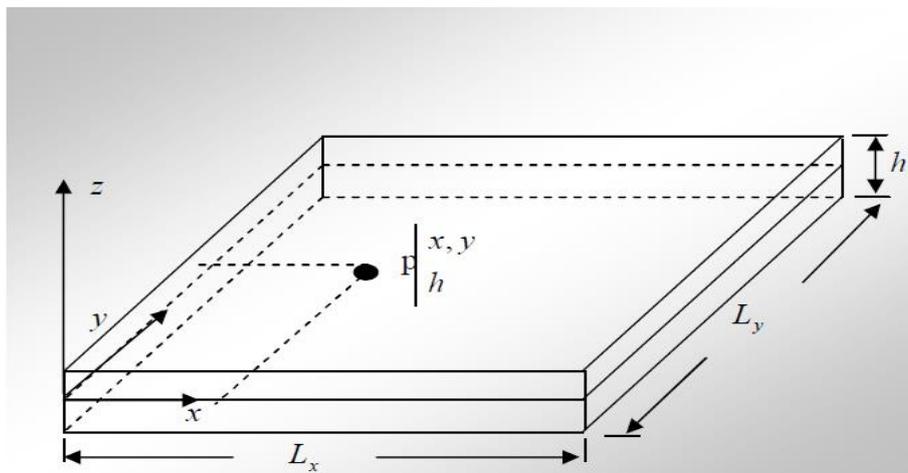


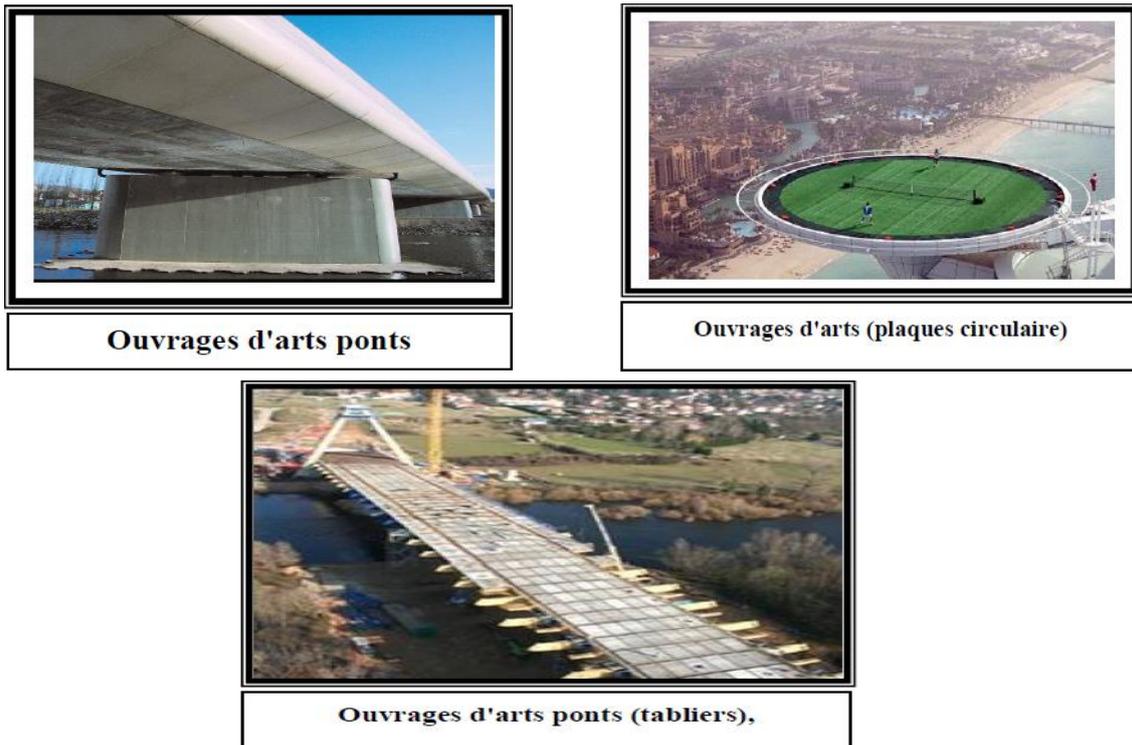
Figure III.1. Géométrie d'une plaque.

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épaisse suivant la grandeur de l'épaisseur h , nous admettons généralement :

- Pour les plaques épaisses : $\frac{1}{20} < \frac{h}{l} < \frac{1}{4}$
- Pour les plaques minces : $\frac{h}{l} < \frac{1}{20}$

III.3. Domaine d'utilisation des plaques

L'utilisation de plaque est très répandue dans tous les domaines, en particulier dans le domaine du génie civil où, on les utilise dans les constructions simples (habitation) où les ouvrages d'art et elle existe sous formes différentes, y compris les circulaires et rectangulaires et d'autre formes selon la qualité de l'ouvrage. Comme le montrent les figures ci-dessous :



Ouvrages d'arts ponts

Ouvrages d'arts (plaques circulaires)

Ouvrages d'arts ponts (tabliers),

Figure III.2. Domaine d'utilisation des plaques.

III.4. Les hypothèses fondamentales de la théorie des poutres et des plaques

III.4.1. Principe de Navier Bernoulli généralisé

L'hypothèse de Navier Bernoulli consiste à supposer que les sections normales à la fibre moyenne restent planes pendant la déformation de la poutre. Cette hypothèse qui permet de calculer les contraintes normales dues au moment fléchissant, est bien vérifiée dans le cas de flexion pure où l'effort tranchant est nul.

Par contre, dans le cas de la flexion simple avec effort tranchant, les sections ne restent pas planes, mais se gauchissent en forme de lettre S très aplaties

De même lorsque nous étudions la torsion, nous verrons qu'une section non circulaire, ayant deux axes de symétrie, prend sous l'effet d'un couple de torsion, un gauchissement radial.

Le principe de Navier Bernoulli est fondé sur les observations suivantes :

- Le gauchissement d'une section est toujours très petit vis-à-vis des dimensions de la section.
- La variation du gauchissement, lorsqu'on passe d'une section à une section infiniment voisine, est toujours très petite, vis-à-vis la distance des deux sections infiniment voisines.
- Le principe de Navier Bernoulli revient à négliger le cisaillement et le gauchissement des sections transversales dans l'étude de déplacement et de déformation d'un élément de poutre [27].

III.4.2. Principe de Saint Venant

Le principe de saint venant s'énonce : La contrainte en un point éloigné des points d'applications d'un système de forces ne dépend que de la résultante générale et du moment résultant de ce système de force, même si la répartition des contraintes n'est pas la même, la solution trouvée sera valable, si on place suffisamment loin le point d'application des charges [27].

III.4.3. La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (Classical Laminated Plate Theory CPT)

Cette théorie est basée sur les hypothèses de Kirchhoff 1950, dans lesquelles les déformations dues aux cisaillements transverses sont négligées et La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation ce qui revient à négliger les effets de déformation en cisaillement transverse. Donc dans ce cas-là une distribution des déplacements suivant l'épaisseur est linéaire [28].

Elle ne convient qu'aux plaques minces où la flèche générée par les déformations de cisaillement reste négligeable devant la flèche générée par la courbure de la plaque. Dans le cas d'une plaque homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'éclatement (L/h) [29] [30].

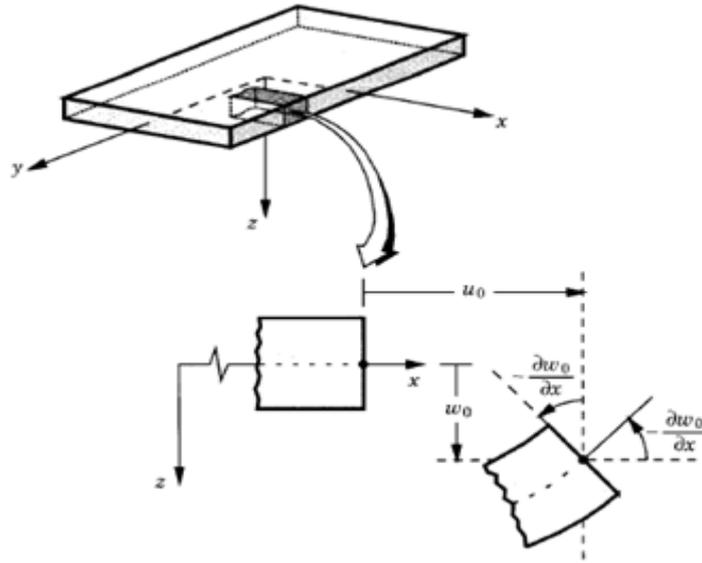


Figure III.3. Géométries déformées et non déformées d'une plaque sous l'hypothèse de Love-Kirchhoff [31].

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

Avec :

u_0 et v_0 : Les déplacements de membrane dans les directions x et y, respectivement.

w_0 : La flèche de la plaque.

$\frac{\partial w_0}{\partial x}$ et $\frac{\partial w_0}{\partial y}$: Les rotations dues à la flexion (sans cisaillement).

Le plan principal de la plaque est le plan (o, x, y) et l'épaisseur est orienté selon l'axe

$$z \in \left[\frac{-h}{2}; \frac{h}{2} \right]$$

Puisque ce modèle ne tient pas en compte l'effet de cisaillement transverse, il donne des résultats imprécis pour les plaques épaisses.

III.4.4. La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First Order Shear Deformation Theory FSDT)

Cette théorie (également appelée théorie de Mindlin) est une extension des travaux de Timoshenko [29] et est considérée comme une amélioration de la théorie classique des plaques minces (théorie de Kirchhoff).

En tenant compte de l'effet de cisaillement transverse par l'introduction d'un facteur de correction de cisaillement. La conséquence de cette hypothèse est qu'une section droite reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne à cause de l'effet du cisaillement transverse [32] [33].

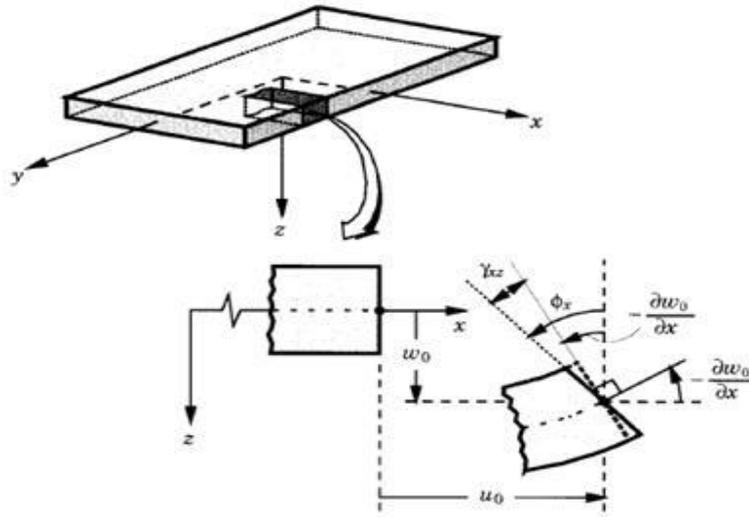


Figure III.4. Géométries déformées et non déformées d'une plaque sous l'hypothèse de la théorie (FSDT) [31].

Le champ de déplacement doit être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Avec : φ_x et φ_y représentent les angles de rotation totale de la normale au plan moyen autour des axes x et y, respectivement, Dans lequel :

$$\varphi_x = \gamma_{xz}^0 + \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \text{et} \quad \varphi_y = \gamma_{yz}^0 + \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

Où γ_{xz}^0 et γ_{yz}^0 les déformations de cisaillement transverse mesurées sur le plan moyen.

III.4.5. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Order Shear Deformation Theory HSDT)

Contrairement à la théorie CPT et la théorie FSDT avec les acceptations de la distribution linéaire du déplacement par l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur. Par conséquent, on tient en compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction de cisaillement [27].

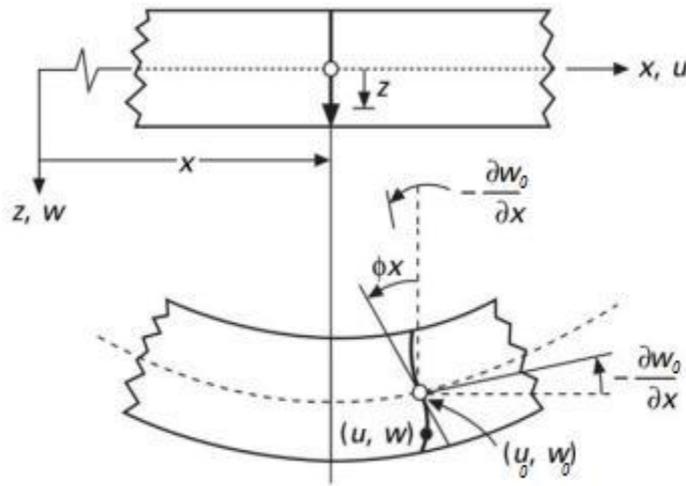


Figure III.5. Schématisation des déformations des plaques par la théorie « HSDT ».

Généralement ces théories utilisent un développement en série de Taylor à travers l'épaisseur du champ de déplacement avec la forme suivante :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_\alpha(x, y) + z^2\varphi_\alpha^2(x, y) + \dots + z^n\varphi_\alpha^n(x, y) \quad (\text{III.3})$$

Où n détermine l'ordre utilisé dans le modèle. Dans la théorie de Kirchhoff-Love $n=0$. La théorie de Reissner-Mindlin est une théorie du premier ordre avec $n=1$ pour les déplacements dans le plan et $n=0$ pour le déplacement normal.

La plupart des théories d'ordre élevé (HSDT) sont basées sur les approches de [32] et [33]. Et leur champ de déplacements s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + f(z) \varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + f(z) \varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$(u_0, v_0 \text{ et } w_0)$ Sont les déplacements en membrane.

$\varphi_x \text{ et } \varphi_y$ Les rotations autour des axes x et y.

$f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes.

Cependant, plusieurs fonctions de cisaillement ont été utilisées dans les modèles d'ordre supérieur :

➤ L'approche de Reissner exprimée par :

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.5})$$

➤ L'approche d'Ambartsumyan donnée sous forme :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{III.6})$$

➤ L'approche de Reddy, La fonction de cisaillement transverse est de la forme suivante:

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.7})$$

Avec : h : l'épaisseur de la plaque.

O. Polit et M. Touratier proposent la forme "sinus" pour la fonction de cisaillement $f(z)$. Cette fonction est exprimée sous forme trigonométrique sinusoidale. La fonction de cisaillement transverse s'écrit donc L'approche de Touratier avec :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (\text{III.8})$$

III.4.6. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre zéro (Zeroth Order Shear Deformation Theory ZSDT)

Une nouvelle théorie de déformation de cisaillement est adoptée, cette théorie basée en supposant que la contrainte de cisaillement transversal varie de façon parabolique dans la profondeur de la poutre de telle façon qu'elle disparaît sur les surfaces de bas et de haut.

La théorie d'ordre zéro tient en compte l'effet de cisaillement sans l'introduction de facteurs de correction de cisaillement en gardant un niveau minimum de complexité pour obtenir la solution [14].

Le champ de déplacement de la théorie ZSDT est donné par :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{1}{\lambda_x} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{z}{h} \right) - 2 \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right] Q_x \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{1}{\lambda_y} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{z}{h} \right) - 2 \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right] Q_y \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Où :

Q_x et Q_y sont des résultantes des contraintes transversales de cisaillement.

λ_x et λ_y Sont des constantes qui peuvent être déterminés en considérant la définition des résultantes Q_x et Q_y .

III.4.7. Théories Zig-zag

La théorie de zig-zag du premier ordre a été développé la première fois par [34], dans ce modèle, la superposition du champ de déplacement global d'une théorie du premier ordre (FSDT) et d'une fonction zig-zag, cette fonction de zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires continue à travers l'épaisseur mais sa dérivée première est

discontinue à l'interface (Les déformations transversales sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée.

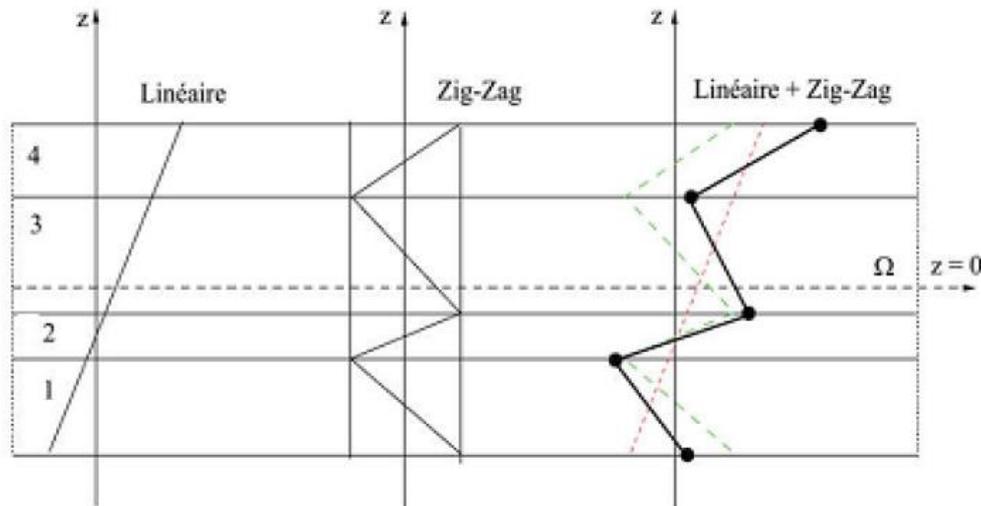


Figure III.6. Champ de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre [35].

L'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag réside dans la bonne modélisation de la distorsion de la normale de la surface déformée, ainsi que dans la vérification des conditions de continuité, et ce sans augmenter pour autant le nombre et l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre. Le recours à des coefficients de correction en se basant sur le concept de plusieurs auteurs a réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag [35].

Pour éviter l'introduction des coefficients de correction pour le cisaillement transverse.

Plusieurs chercheurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zigzag . L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zig-zag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre élevé (souvent cubique) Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieures et inférieures des plaques pour réduire le nombre de paramètres [36].

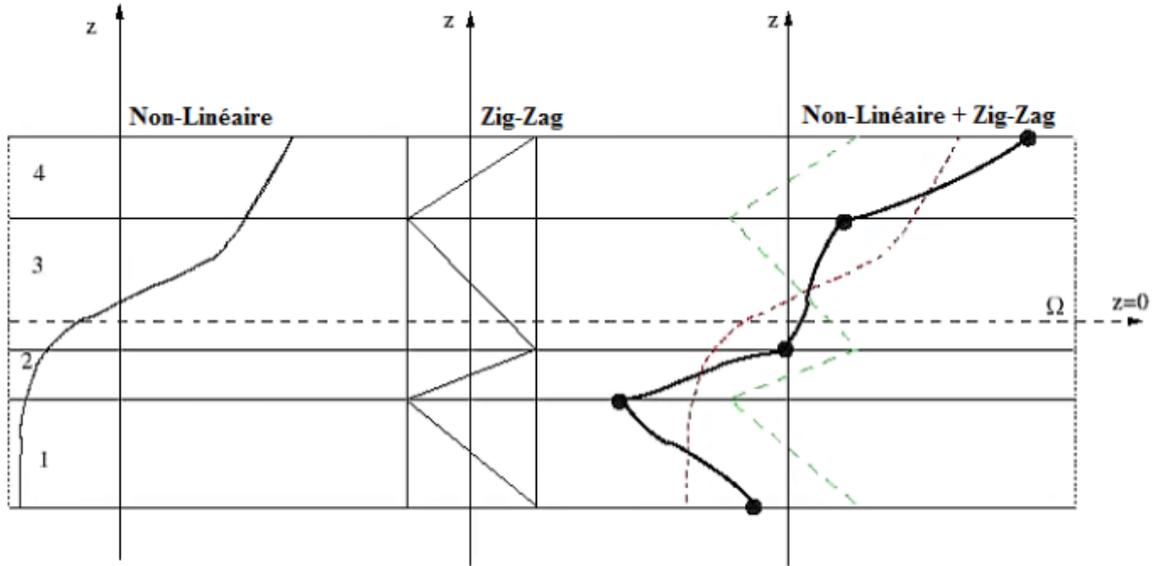


Figure III.7. Champ de déplacements des modèles zig-zag d'ordre élevé [35].

III.4.8. La théorie raffinée de déformation des plaques (refined Plate Theory « RPT »)

Dans le souci de réduire le nombre de variables utilisées dans les formulations existantes, [37] a développé un modèle raffiné pour les plaques isotropes (RPT). Les caractéristiques les plus intéressantes de cette méthode sont qu'elle ne nécessite pas de coefficient de correction en cisaillement et qu'elle présente beaucoup de similitudes avec la théorie classique des plaques quant aux équations du mouvement, les conditions aux limites et les expressions des moments.

La présente théorie est variationnelle, elle n'exige pas de facteur de correction de cisaillement, et donne une description parabolique de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant la condition des contraintes de cisaillement nulles sur les bords libres.

Cette théorie propose le champ de déplacement suivant :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b(x, y)}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s(x, y)}{\partial x} \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_b(x, y)}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s(x, y)}{\partial y} \\
 w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y)
 \end{aligned} \tag{III.10}$$

Avec :

u_0 et v_0 Sont les déplacements dans les directions x et y d'un point situé sur le plan médian de la plaque.

w_b et w_s Sont respectivement les composantes de flexion et de cisaillement du déplacement transversal et $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre on a décrit les différentes théories des plaques, la théorie classique (CPT), la théorie de cisaillement de premier ordre (FSDT), la théorie d'ordre élevé (HSDT), la Théorie de zig-zag, ainsi que la théorie raffinée de déformation des plaques (RPT).

À travers cette étude bibliographique des théories des plaques, il est clair que la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé est la plus intéressante en termes de précision des résultats, mais elle reste caractérisée par la complexité des formules théoriques.

Nous avons discuté des théories les plus largement utilisées, et cela ne veut pas dire qu'il n'y a pas d'autres théories qui puissent donner des résultats très acceptables dans certains cas.

*Chapitre IV : Etude de
flambement mécanique
des plaques sandwich
composites*

IV.1. Introduction

Toutes les théories visent un calcul approximatif des grandeurs généralisées sur la base du système d'équations d'équilibre, de compatibilité, de conditions aux limites sur les bords, complétés par une loi qui établit un lien entre les contraintes et les déformations généralisées.

Dans ce chapitre on va présenter une formulation analytique pour étudier le comportement du flambement mécanique des plaques sandwich composites simplement appuyées. La théorie d'ordre élevé raffinée est utilisée pour établir les équations d'équilibre. Des solutions analytiques pour la détermination des charges critiques du flambement mécanique des plaques sandwich composites sont présentées.

IV.2. Définition de flambement

Le flambage ou flambement est un phénomène d'instabilité d'une structure qui, soumise à un effort normal de compression, a tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

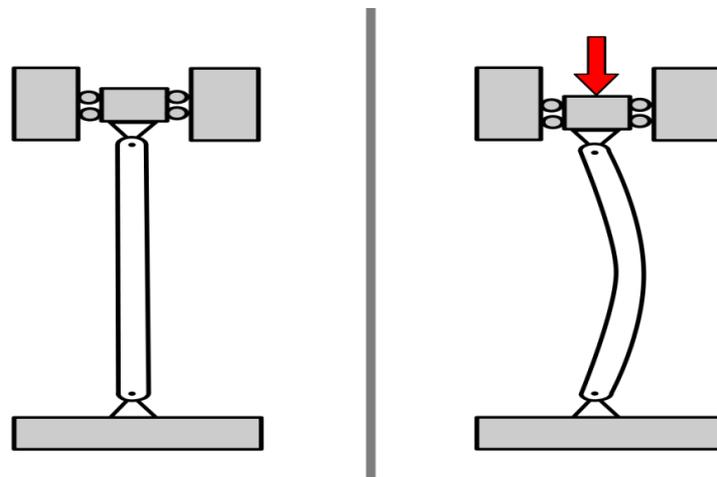


Figure IV.1. Flexion sous un effort de compression.

IV.3. Manifestation du flambement

Une poutre rectiligne de grande longueur, soumise à un effort de compression important, peut fléchir.

Pour un effort axial de compression appliqué sur un poteau de grande longueur, on constate deux types de comportement en fonction du niveau de la charge.

- Pour des faibles valeurs de l'effort de compression, le poteau reste rectiligne et se comporte en compression.
- Puis pour une certaine charge dite charge critique d'Euler, très brutalement, le poteau fléchit et une augmentation même très faible de la charge peut rompre le poteau.

La déformation qui apparaît ainsi, est une flexion, elle correspond à un état d'équilibre instable [24].

IV.4. Les types de flambement

Le flambement peut se manifester sous diverses formes selon les spécificités de la section transversale. Ainsi, on distingue :

- Flambement par flexion, où la pièce comprimée quitte sa position initialement rectiligne pour fléchir dans un des plans principaux d'inertie de la section droite ;
- Flambement par torsion, pour lequel l'axe longitudinal de la pièce comprimée conserve sa position initialement rectiligne, tandis que chaque section transversale tourne autour de cet axe;
- Flambement par flexion-torsion, qui consiste en un flambement interactif associant les deux types de flambement précités et se manifeste donc sous la forme de formations conjointes de flexion et de torsion.
- Flambement par bifurcation : il se produit dans les barres supposées parfaites avec des charges appliquées au centre de gravité. La barre dans ce cas reste rectiligne si la charge appliquée demeure inférieure à la charge critique. Si la charge critique est dépassée alors la barre prend soudainement une autre position d'équilibre par déformation latérale.
- Flambement avec point limite : un changement de position d'équilibre, se produisant avec un claquement sec peut avoir lieu quand le trajet initialement stable perd sa stabilité dès que l'on atteint localement une valeur maximum de la charge, appelée « point limite » du système.
- Flambement par divergence : Il est caractérisé par le fait essentiel que la poutre se dérobo à l'effort normal de compression en fléchissant transversalement. Il se déclenche à cause de la flexion initiale, charge transversale l'effort normal de compression accentue, comme on s'en rend compte en se plaçant en configuration déformée [24].

IV.5. Amélioration de la résistance au flambement

On peut améliorer la résistance au flambement d'un élément par plusieurs façons. La réduction du rapport d'élanement par l'augmentation des dimensions se traduira par une charge ultime plus élevée. Cela peut aussi être fait en répartissant le matériau de manière différente le long de l'élément.

Une autre manière d'améliorer la résistance au flambement d'un élément est de lui fournir des maintiens supplémentaires afin de modifier le mode de flambement. La charge critique élastique d'un poteau en compression axiale bi-articulé par exemple, est augmentée d'un facteur 4 si on ajoute un appui simple à mi-hauteur. En plus, limiter la capacité au déplacement et à la rotation des nœuds modifie le mode de flambement [38].

IV.6. Les hypothèses de la théorie d'ordre élevé raffinée à quatre variables

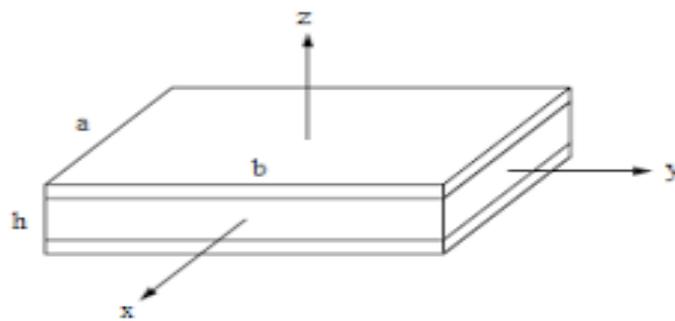


Figure IV.2. une plaque sandwich en matériau composite avec un système de coordonnées (x, y, z).

Considérons une plaque sandwich en matériau composite rectangulaire de longueur « a », de largeur « b » et d'épaisseur total « h », de deux peaux en composée de n_p couches orthotropes et une âme (cœur) avec le système de coordonnées comme le montre la figure (IV.2).

- On négligée La déformation transversale ε_z et la contrainte transversale normale σ_z
- On a deux composantes de déplacement transversal w : à la flexion w_b et au cisaillement w_s . Ces composantes sont en fonction des coordonnées x, y :

$$w(x, y, z) = w_b(x, y) + w_s(x, y) \quad (\text{IV.1})$$

- Les déplacements u et v dans les directions x et y respectivement sont les composantes d'extension, de flexion et de cisaillement.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_b + u_s \\ v &= v_0 + v_b + v_s \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

- Les composants de flexion sont supposés semblables aux déplacements donnée par la théorie CLPT. Donc, l'expression peut être donnée comme suit :

$$\begin{aligned} u_b &= -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \\ v_b &= -z \frac{\partial w_b}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

- Les composantes de cisaillement u_s et v_s donnent lieu, en combinaison avec w_s , à la variation parabolique de déformations en cisaillement γ_{xz} et γ_{yz} et donc à des contraintes de cisaillement σ_{xz} et σ_{yz} à travers l'épaisseur de la plaque d'une manière telle que les contraintes de cisaillement sont nulles au niveau des faces supérieure et inférieure de la plaque. Par conséquent, les expressions peuvent être données comme suit :

$$\begin{aligned} u_b &= -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v_b &= -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

IV.7. Le champ de déplacement

Par l'utilisation de la théorie raffinée d'ordre élevée, on obtient le champ du déplacement suivant :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

La fonction du cisaillement proposée est:

$$f = z - h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) + z \cosh\left(\frac{1}{2}\right) \quad (\text{IV.6})$$

f : est la fonction de cisaillement.

Et

$$g = 1 - \frac{d(f)}{d(z)} \quad (\text{IV.7})$$

g : est la fonction de cisaillement.

IV.8 Le champ de déformation

Les déformations sont calculées en dérivant les déplacements

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] = \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f k_x^s \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = \varepsilon_y^0 + z k_y^b + f k_y^s \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}^b + f k_{xy}^s \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left[v_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} [w_b + w_s] = g \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left[u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f \frac{\partial w_s}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} [w_b + w_s] = g \gamma_{xz}^s \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} [w_b + w_s] = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}, k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, k_{xy}^b = -2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}, k_{xy}^s = -2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \\ \gamma_{yz}^s &= \frac{\partial w_s}{\partial y}, \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

IV.9 Equations constitutives

Sous l'hypothèse que chaque couche possède un plan de symétrie élastique parallèle au plan (x, y), nous peuvent écrire les équations constitutives pour une couche comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

Où Q_{ij} sont les rigidités de la couche considérée :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12}, Q_{44} = G_{23}, Q_{55} = G_{13} \quad (\text{IV.11})$$

Puisque le sandwich est composé d'une âme et deux peaux de plusieurs couches orthotropes orientés arbitrairement par rapport aux coordonnées principales, nous doivent convertir les équations constitutives de chaque couche de la peau en coordonnées du sandwich (x, y). Les relations contrainte-déformation dans les coordonnées de la $k^{\text{ème}}$ couche de la plaque sont donnés par la formule suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (\text{IV.12})$$

Où les rigidités \bar{Q}_{ij} sont données par :

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\
\bar{Q}_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
\bar{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\
\bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \sin \theta \cos \theta \\
\bar{Q}_{55} &= Q_{55} \cos^2 \theta + Q_{44} \sin^2 \theta
\end{aligned} \tag{IV.13}$$

IV.10 Equations gouvernantes

En utilisant le principe des travaux virtuels on obtient les équations d'équilibre qui est donné par :

$$U + V = 0 \tag{IV.14}$$

L'énergie de déformation de la plaque est donnée comme suit :

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz} + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dV \tag{IV.15}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_A (N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + Q_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^s + Q_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^s) dx dy = 0 \tag{IV.16}$$

D'où les efforts normaux N et les moments résultants M^b, M^s et Q^s sont définies par :

$$\begin{aligned}
(N_x, N_y, N_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) dz \\
(M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z dz \\
(M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) f dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) f dz \\
(Q_{xz}^s, Q_{yz}^s) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g dz = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g dz
\end{aligned} \tag{IV.17}$$

Substituant l'équation (IV.12) à l'équation (IV.17) et en intégrant selon l'épaisseur de la plaque, les forces et moments résultants sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ B & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k^b \\ k^s \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} Q_{yz}^s \\ Q_{xz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & A_{45}^s \\ A_{45}^s & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

Où

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\}^t, M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\}^t \quad (\text{IV.19})$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0\}^t, k^b = \{k_x^b, k_y^b, k_{xy}^b\}^t, k^s = \{k_x^s, k_y^s, k_{xy}^s\}^t \quad (\text{IV.20})$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.21})$$

$$B^s = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & B_{16}^s \\ B_{12}^s & B_{22}^s & B_{26}^s \\ B_{16}^s & B_{26}^s & B_{66}^s \end{bmatrix}, D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & D_{16}^s \\ D_{12}^s & D_{22}^s & D_{26}^s \\ D_{16}^s & D_{26}^s & D_{66}^s \end{bmatrix}, H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & H_{16}^s \\ H_{12}^s & H_{22}^s & H_{26}^s \\ H_{16}^s & H_{26}^s & H_{66}^s \end{bmatrix}$$

Où les composantes de rigidité A_{ij}, B_{ij}, \dots etc, sont définis comme :

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s) = \sum_{k=1}^{n_{p1}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2, f, zf, f^2) dz \quad (\text{IV.22})$$

$$+ \sum_{k=n_{p1}}^{n_{p2}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2, f, zf, f^2) dz + \sum_{k=n_{p2}}^{n_{p3}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2, f, zf, f^2) dz$$

Avec $(i, j) = (1, 2, 6)$

$$A_{ij}^s = \sum_{k=1}^{n_{p1}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}[g]^2 dz + \sum_{k=n_{p1}}^{n_{p2}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}[g]^2 dz + \sum_{k=n_{p2}}^{n_{p3}} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}[g]^2 dz \quad (\text{IV.23})$$

avec $(i, j) = (4, 5)$

Où l'énergie due aux charges extérieures donnée par:

$$V = \frac{1}{2} \int_A \left[N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x \partial y} \right] dx dy \quad (\text{IV.24})$$

Avec N_x^0, N_y^0 et N_{xy}^0 sont les charges de flambement.

Substituant les équations (IV.16), (IV.24) dans l'équation (IV.14) et intégrant par partie, En mettant séparément les coefficients (δu_0 , δv_0 , δw_b et δw_s) nuls on obtient les équations d'équilibres suivants :

$$\begin{aligned}\delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \delta w_b : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + N &= 0 \\ \delta w_s : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + \frac{\partial Q_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}^s}{\partial y} + N &= 0\end{aligned}\tag{IV.25}$$

Avec

$$N = \left[N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} \right], N_x^0 = \gamma_1 N_{cr}, N_y^0 = \gamma_2 N_{cr}, N_{xy}^0 = 0\tag{IV.26}$$

Les équations (IV.25) on peut être exprimé en termes de déplacements (δu_0 , δv_0 , δw_b et δw_s) en substituant l'équation (IV.18) dans (IV.25) :

$$\begin{aligned}A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \\ - B_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} \\ - B_{11}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} - 3B_{16}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - B_{26}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} = 0\end{aligned}\tag{IV.27}$$

$$\begin{aligned}A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \\ - B_{16} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} \\ - B_{16}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - B_{22}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} = 0\end{aligned}\tag{IV.28}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + 3B_{16} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{26} \frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} \\
& + B_{16} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + 3B_{26} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\
& - D_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 4D_{16} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x \partial y^3} - D_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} \\
& - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 4D_{16}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x \partial y^3} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + \mathcal{N} = 0
\end{aligned} \tag{IV.29}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + 3B_{16}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{26}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} \\
& + B_{16}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + 3B_{26}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\
& - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 4D_{16}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^3 \partial y} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x \partial y^3} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} \\
& - H_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 4H_{16}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^3 \partial y} - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4H_{26}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x \partial y^3} - H_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} \\
& + A_{55}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{44}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} + 2A_{45}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} + \mathcal{N} = 0
\end{aligned} \tag{IV.30}$$

IV.11. Solution de Navier des plaques sandwich simplement appuyées

IV.11.1. Cas des sandwichs à plis croisés (0/90) (cross-ply)

Avec deux ensembles de conditions aux limites simplement appuyés nous peuvent développer les solutions de Navier pour les sandwichs rectangulaires.

Pour les peaux en composite antisymétriques à plis croisés (cross-ply). Les rigidités de la plaque suivantes sont nulles.

$$\begin{aligned}
A_{16} &= A_{26} = D_{16} = D_{26} = D_{16}^s = D_{26}^s = H_{16}^s = H_{26}^s = 0 \\
B_{12} &= B_{26} = B_{16} = B_{66} = B_{12}^s = B_{26}^s = B_{16}^s = B_{66}^s = A_{45}^s = 0 \\
B_{22} &= -B_{11}, B_{22}^s = -B_{11}^s
\end{aligned} \tag{IV.31}$$

Où les conditions aux limites peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned}
v(0, y) = w_b(0, y) = w_s(0, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(0, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(0, y) = 0 \\
v(a, y) = w_b(a, y) = w_s(a, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(a, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(a, y) = 0 \\
N_x(0, y) = M_x^b(0, y) = M_x^s(0, y) = N_x(a, y) = M_x^b(a, y) = M_x^s(a, y) = 0 \\
u(x, 0) = w_b(x, 0) = w_s(x, 0) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, 0) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, 0) = 0 \\
u(x, b) = w_b(x, b) = w_s(x, b) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, b) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, b) = 0 \\
N_y(x, 0) = M_y^b(x, 0) = M_y^s(x, 0) = N_y(x, b) = M_y^b(x, b) = M_y^s(x, b) = 0
\end{aligned} \tag{IV.32}$$

Les conditions aux limites en équation (IV.32) sont satisfaites par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
u_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\
v_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\
w_b(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\
w_s(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y)
\end{aligned} \tag{IV.33}$$

Où : U_{mn}, V_{mn}, W_{bmn} et W_{smn} sont des paramètres arbitraires à déterminer.

$$\alpha = m\pi/a \text{ et } \beta = n\pi/b.$$

Remplaçant les équations (IV.22 et IV.24) dans l'équation (IV.21), nous déterminant la solution de Navier à partir de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} + k & S_{34} + k \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} + k & S_{44} + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{IV.34}$$

$$S_{11} = A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2, S_{12} = \alpha\beta(A_{12} + A_{66}), S_{13} = -B_{11}\alpha^3, S_{14} = -B_{11}^s\alpha^3 \tag{IV.35}$$

$$S_{22} = A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2, S_{23} = B_{11}\beta^3, S_{24} = B_{11}^s\beta^3 \tag{IV.36}$$

$$S_{33} = D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4 \quad (\text{IV.37})$$

$$S_{34} = D_{11}^s\alpha^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + D_{22}^s\beta^4$$

$$S_{44} = H_{11}^s\alpha^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + H_{22}^s\beta^4 + A_{55}^s\alpha^2 + A_{44}^s\beta^2 \quad (\text{IV.38})$$

$$K = N_{cr}(\gamma_1\alpha^2 + \gamma_2\beta^2) \quad (\text{IV.39})$$

IV.11.2 Cas des sandwichs à plis alternées et équilibrés ($\theta^\circ / -\theta^\circ$) (angle-ply)

Pour les sandwichs avec des peaux en composite antisymétriques alternées et équilibrés (angle-ply), les rigidités suivantes de la plaque sont nulles :

$$A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = D_{16}^s = D_{26}^s = H_{16}^s = H_{26}^s = 0 \quad (\text{IV.40})$$

$$B_{11} = B_{12} = B_{22} = B_{66} = B_{11}^s = B_{12}^s = B_{22}^s = B_{66}^s = A_{45}^s = 0$$

Les conditions aux limites suivantes pour les sandwichs à des peaux antisymétriques alternées et équilibrés peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned} u(0, y) = w_b(0, y) = w_s(0, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(0, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(0, y) = 0 \\ u(a, y) = w_b(a, y) = w_s(a, y) = \frac{\partial w_b}{\partial y}(a, y) = \frac{\partial w_s}{\partial y}(a, y) = 0 \\ N_{xy}(0, y) = M_x^b(0, y) = M_x^s(0, y) = N_{xy}(a, y) = M_x^b(a, y) = M_x^s(a, y) = 0 \\ v(x, 0) = w_b(x, 0) = w_s(x, 0) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, 0) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, 0) = 0 \\ v(x, b) = w_b(x, b) = w_s(x, b) = \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, b) = \frac{\partial w_s}{\partial x}(x, b) = 0 \\ N_{xy}(x, 0) = M_y^b(x, 0) = M_y^s(x, 0) = N_{xy}(x, b) = M_y^b(x, b) = M_y^s(x, b) = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.41})$$

Les conditions aux limites en équation (IV.41) sont satisfaites par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ v_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ w_b(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ w_s(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{aligned} \quad (\text{IV.42})$$

Remplaçant les équations (IV.40 et IV.42) dans les équations (IV.27 IV.30), l'équation (IV.34) peut être résolue en utilisant les coefficients suivants

$$S_{11} = A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2, S_{12} = \alpha\beta(A_{12} + A_{66}), S_{13} = -(3B_{16}\alpha^2\beta + B_{26}\beta^3) \quad (IV.43)$$

$$S_{14} = -(3B_{16}^s\alpha^2\beta + B_{26}^s\beta^3)$$

$$S_{22} = A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2, S_{23} = -(B_{16}\alpha^3 + 3B_{26}\alpha\beta^2), S_{24} = -(B_{16}^s\alpha^3 + 3B_{26}^s\alpha\beta^2) \quad (IV.44)$$

$$S_{33} = D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4 \quad (IV.45)$$

$$S_{34} = D_{11}^s\alpha^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + D_{22}^s\beta^4$$

$$S_{44} = H_{11}^s\alpha^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\alpha^2\beta^2 + H_{22}^s\beta^4 + A_{55}^s\alpha^2 + A_{44}^s\beta^2 \quad (IV.46)$$

$$K = N_{cr}(\gamma_1\alpha^2 + \gamma_2\beta^2) \quad (IV.47)$$

IV.12 Conclusion

Dans ce chapitre, une étude de flambement des plaques sandwichs en matériaux composites a été présentée en utilisant une théorie de déformation et de cisaillement raffinée d'ordre élevé à quatre variables avec une fonction de cisaillement hyperbolique $f(z)$. On à utiliser le principe des travaux virtuels pour tirer les équations d'équilibre et La solution de Navier a abouti à des solutions analytiques au problème de flambement.

Dans le chapitre suivant, nous validerons cette théorie d'ordre élevée à l'aide d'exemples numériques pour déterminer les différents paramètres qui influe sur la charge critique de flambement des plaques sandwichs composites.

*Chapitre V : Validation
et discussion des
résultats*

V.1. Introduction

Dans ce chapitre, une analyse du flambement mécanique est présentée en se basant sur la théorie raffinée d'ordre élevé, notre étude est fondée au premier lieu sur une validation des résultats obtenus suivie par l'exécution d'un programme de calcul développé.

Ensuite, on va réaliser une étude paramétrique pour déterminer les différents paramètres qui influent sur la stabilité vis-à-vis au flambement mécanique des plaques sandwich simplement appuyées en matériaux composites.

V.2. Matériaux étudiés

Les caractéristiques mécaniques de la plaque sandwich composite utilisée dans cette étude sont : [39]

- Matériau de peau 1 : $E_1 = 40E_2$, $G_{12} = G_{13} = 0.6E_2$, $G_{23} = 0.5E_2$, $\nu_{12} = 0.25$
- Matériau de peau 2 (verre époxy) :
 $E_1 = 5,6$; $E_2 = 1,2$; $G_{12} = G_{13} = 0,6$; $G_{23} = 0,5$; $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,26$; $\nu_{23} = 0,34$
- Matériau de peau 3 (époxy graphite T300/934) :
 $E_1 = 19$; $E_2 = 1,5$; $G_{12} = G_{23} = 1$; $G_{13} = 0,9$; $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,22$; $\nu_{23} = 0,49$
- Matériau de cœur : $E_1 = E_2 = E_3 = 0.001$, $G_{12} = G_{23} = G_{13} = 0.0005$, $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0$

La charge critique de flambement non-dimensionnelle est obtenue par la formule :

$$\bar{N} = N_{cr} \left(\frac{a^2}{E_2 h^3} \right) \quad (V.1)$$

Dans tous les résultats qui concerne les plaques sandwich, l'épaisseur du cœur est égale à dix fois l'épaisseur de la peau.

Sauf cité contrairement, on prend le matériau de peau 1 et les rapports d'aspect et d'épaisseur sont pris comme suit : $a/b=1$, $a/h=10$.

V.3. Validation des résultats

Cette partie vise à vérifier la précision et la convergence des résultats de la théorie raffinée d'ordre élevé prédisant la charge critique de flambement d'une plaque composite stratifiée simplement appuyées. Les tableaux (V.1) et (V.2) donnent une comparaison avec d'autres théories de la littérature.

Tableau V.1. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} des plaques carrées stratifiées $(0/90)_n$ simplement appuyées en matériaux composites sous charge de compression.

Nombre de plis	Théorie	\bar{N}	Erreur %
$(0/90)_2$	Présente	22.5821	6.12
	Exacte [40]	21.2796	-
	HSTD [41]	22.5790	6.11
	FSDT [42]	22.8060	7.17
	CLPT [14]	30.3591	42.67
$(0/90)_3$	Présente	24.4605	3.34
	Exacte [40]	23.6689	-
	HSTD [41]	24.4596	3.34
	FSDT [42]	24.5777	3.84
	CLPT [14]	33.5817	41.88
$(0/90)_5$	Présente	25.4223	1.84
	Exacte [40]	24.9636	-
	HSTD [41]	25.4225	1.84
	FSDT [42]	25.4500	1.95
	CLPT [14]	35.2316	41.13

Tableau V.2. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} des plaques carrées stratifiées alternées $(\theta/-\theta)$ simplement appuyées en matériaux composites sous charge de compression

a/h	Théorie	\bar{N}			
		$\theta = 30$	Erreur %	$\theta = 45$	Erreur %
4	Présente	9.5373	0.005	9.9145	0.96
	Ren [40]	9.5368	-	9.8200	-
	HSTD [41]	9.3391	2,07	8.2377	16,11
	FSDT [42]	7.5450	20,88	6.7858	30,89
10	Présente	17.2037	9,22	18.1473	10,28
	Ren [40]	15.7517	-	16.4558	-
	HSTD [41]	17.1269	8,73	18.1544	10,32
	FSDT [42]	16.6132	5,47	17.5522	6,66
100	Présente	20.4019	0,38	21.6661	0.13
	Ren [40]	20.4793	-	21.6384	-
	HSTD [41]	20.5017	0. 11	21.6663	0.13
	FSDT [42]	20.4944	0. 07	21.6576	0.09

Afin de confirmer l'exactitude de la présente théorie, les tableaux précédents (V.1) et (V.2) représentent la variation de la charge critique de flambement \bar{N} des plaques carrées en

composites reposées sur appui simple soumises à une charge de compression suivant l'axe x en fonction de séquence d'empilement (tableau V.1), et le rapport côté sur épaisseur a/h et l'orientation des plis (tableau V.2), où les résultats obtenues par la présente théorie sont comparées avec les autres théories issue de la littérature.

D'après les résultats obtenus dans cette étude, il est évident que les résultats numériques de la théorie actuelle concordent avec les autres théories existant dans la littérature, ce qui prouve la validité de la méthode actuelle.

V.4. Etude des différents paramètres qui influent sur la charge critique de flambement

Tableau V.3. Influence de séquence d'empilement sur la variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque carrée sandwich en matériaux composites.

Nombre de plis	a/h				
	5	10	20	50	100
$(0/90)_1 / coeur / (0/90)_1$	0.3260	1.2042	3.9189	10.7629	14.3496
$(0/90)_2 / coeur / (0/90)_2$	1.2855	4.2766	11.1337	20.4582	23.2505
$(0/90)_3 / coeur / (0/90)_3$	2.4539	7.5775	16.9050	25.9963	28.1684
$(0/90)_4 / coeur / (0/90)_4$	3.5876	10.4306	20.9437	29.3345	31.1217
$(0/90)_5 / coeur / (0/90)_5$	4.6064	12.7504	23.7656	31.4739	33.0081
$(15/-15)_1 / coeur / (15/-15)_1$	0.3338	1.2271	4.1037	12.2315	17.0785
$(15/-15)_2 / coeur / (15/-15)_2$	1.3181	4.4329	12.1403	24.0957	28.0626
$(15/-15)_3 / coeur / (15/-15)_3$	2.5244	7.9750	18.8943	30.9913	34.1269
$(15/-15)_4 / coeur / (15/-15)_4$	3.7032	11.1111	23.7656	35.1664	37.7653
$(15/-15)_5 / coeur / (15/-15)_5$	4.7700	13.7120	27.2363	37.8486	40.0885
$(30/-30)_1 / coeur / (30/-30)_1$	0.3343	1.2459	4.3394	14.6245	22.1439
$(30/-30)_2 / coeur / (30/-30)_2$	1.3616	4.6367	13.6168	30.6556	37.3789
$(30/-30)_3 / coeur / (30/-30)_3$	2.6293	8.5212	22.0134	40.3249	45.8004
$(30/-30)_4 / coeur / (30/-30)_4$	3.8771	12.0734	28.3737	46.2480	50.8499
$(30/-30)_5 / coeur / (30/-30)_5$	5.0146	15.1010	33.0586	50.0772	54.0745
$(45/-45)_1 / coeur / (45/-45)_1$	0.3355	1.2535	4.4235	15.6202	24.5104
$(45/-45)_2 / coeur / (45/-45)_2$	1.3827	4.7126	14.1820	33.6364	41.9062
$(45/-45)_3 / coeur / (45/-45)_3$	2.6760	8.7242	23.2677	44.7061	51.5361
$(45/-45)_4 / coeur / (45/-45)_4$	3.9513	12.4341	30.2886	51.5311	57.3093
$(45/-45)_5 / coeur / (45/-45)_5$	5.1162	15.6271	35.5335	55.9585	60.9965

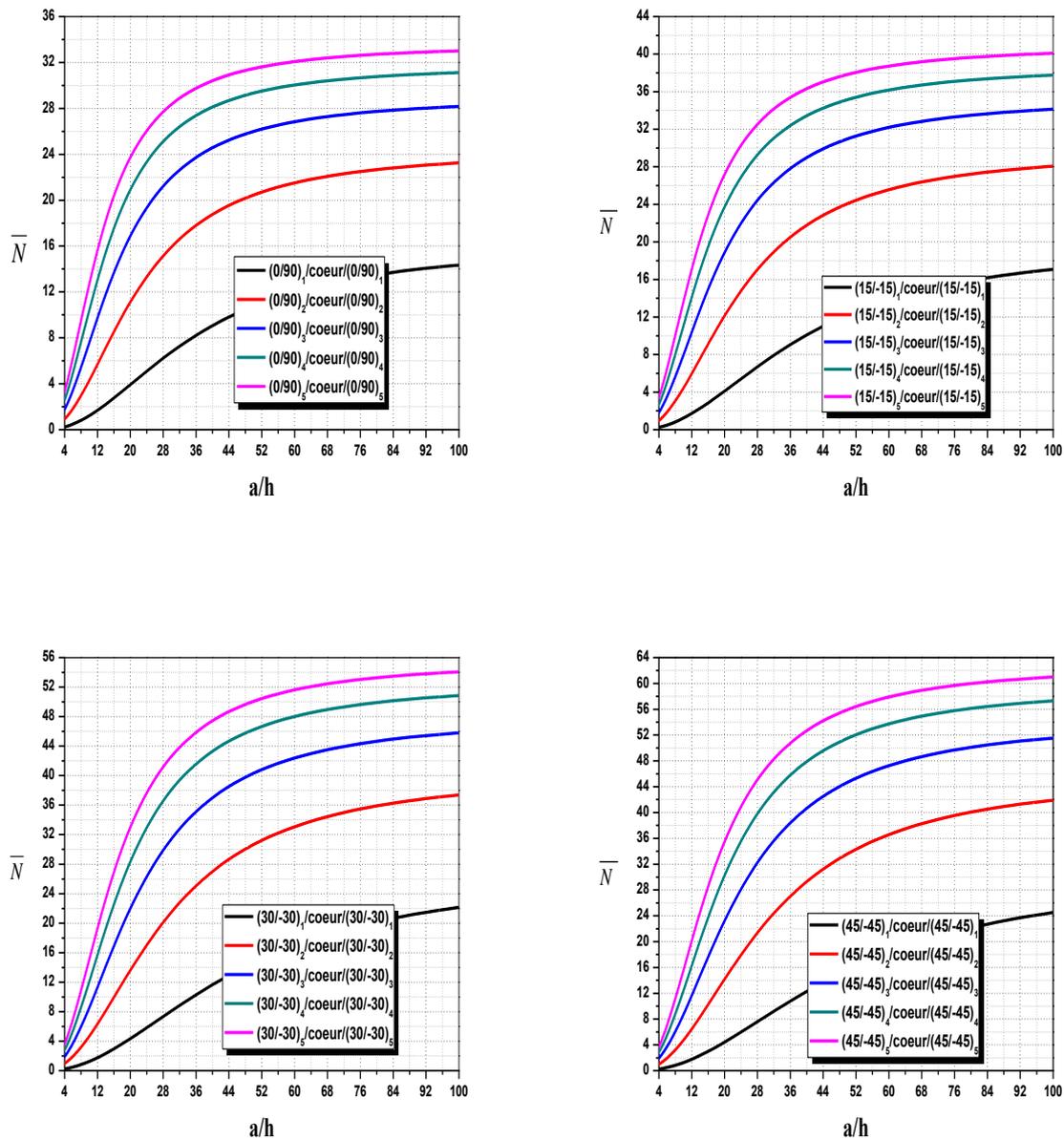


Figure V.1. Influence de séquence d’empilement sur la variation de la charge critique de flambement \bar{N} d’une plaque carrée sandwich en matériaux composites.

En utilisant la théorie de raffinée d’ordre élevé, le tableau (V.3 et V.4) ainsi que les figures (V.1 et V.2) représentent la variation de la charge critique de flambement d’une plaque sandwich en matériau composite en fonction des rapports côté sur épaisseur a/h et le rapport d’aspect a/b ainsi que des différentes orientations et séquences d’empilement dans chaque un des deux peaux.

Notons qu’il existe une relation de corrélation directe entre les rapports (côté sur épaisseur a/h et rapport longueur sur largeur a/b) et l’augmentation de la charge critique de flambement,

ce qui est logique puisqu'avec l'augmentation de rapport a/h la plaque devient plus mince ce qui fait que les fibres se condensent de plus en plus dans la peau, cela rend la plaque plus rigide, aussi, l'augmentation du rapport d'aspect a/b rend la plaque élancée dans la direction principale, et par conséquent devient plus stable

Par le même principe, l'augmentation de la séquence d'empilement des peaux fait accroître également la rigidité de la plaque ce qui influe directement sur la charge critique du flambement.

Tableau V.4. Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement \bar{N} d'une plaque sandwich antisymétrique en matériau composite.

Nombre de plis	a/b				
	0.2	0.5	1	2	3
$(0/90)_1 / coeur / (0/90)_1$	0.6206	0.7395	1.2042	3.2260	6.7454
$(0/90)_2 / coeur / (0/90)_2$	2.1816	2.5688	4.2766	12.5802	27.805
$(0/90)_3 / coeur / (0/90)_3$	3.8336	4.4730	7.5775	23.8727	53.8445
$(0/90)_4 / coeur / (0/90)_4$	5.2432	6.0759	10.4306	34.7280	79.5261
$(0/90)_5 / coeur / (0/90)_5$	6.3778	7.3522	12.7504	44.3995	102.9945
$(15/-15)_1 / coeur / (15/-15)_1$	0.6880	0.8061	1.2271	2.9276	5.8490
$(15/-15)_2 / coeur / (15/-15)_2$	2.5400	2.9545	4.4329	10.5105	21.2756
$(15/-15)_3 / coeur / (15/-15)_3$	4.6324	5.3641	7.9750	18.8532	38.6269
$(15/-15)_4 / coeur / (15/-15)_4$	6.5225	7.5264	11.1111	26.2123	54.2351
$(15/-15)_5 / coeur / (15/-15)_5$	8.1164	9.3398	13.7120	32.2966	67.3515
$(30/-30)_1 / coeur / (30/-30)_1$	0.6527	0.7835	1.2459	3.1042	6.2724
$(30/-30)_2 / coeur / (30/-30)_2$	2.3368	2.8485	4.6367	11.8652	24.4028
$(30/-30)_3 / coeur / (30/-30)_3$	4.1595	5.1347	8.5212	22.2584	46.3363
$(30/-30)_4 / coeur / (30/-30)_4$	5.7447	7.1624	12.0734	32.0813	67.4708
$(30/-30)_5 / coeur / (30/-30)_5$	7.0405	8.8463	15.1010	40.6982	86.3417
$(45/-45)_1 / coeur / (45/-45)_1$	0.5932	0.7505	1.2535	3.2475	6.6750
$(45/-45)_2 / coeur / (45/-45)_2$	1.9701	2.6593	4.7126	12.8117	27.2047
$(45/-45)_3 / coeur / (45/-45)_3$	3.3155	4.7023	8.7242	24.4478	52.5268
$(45/-45)_4 / coeur / (45/-45)_4$	4.3929	6.4621	12.4341	35.7237	77.4493
$(45/-45)_5 / coeur / (45/-45)_5$	5.2190	7.8893	15.6271	45.8473	100.1675

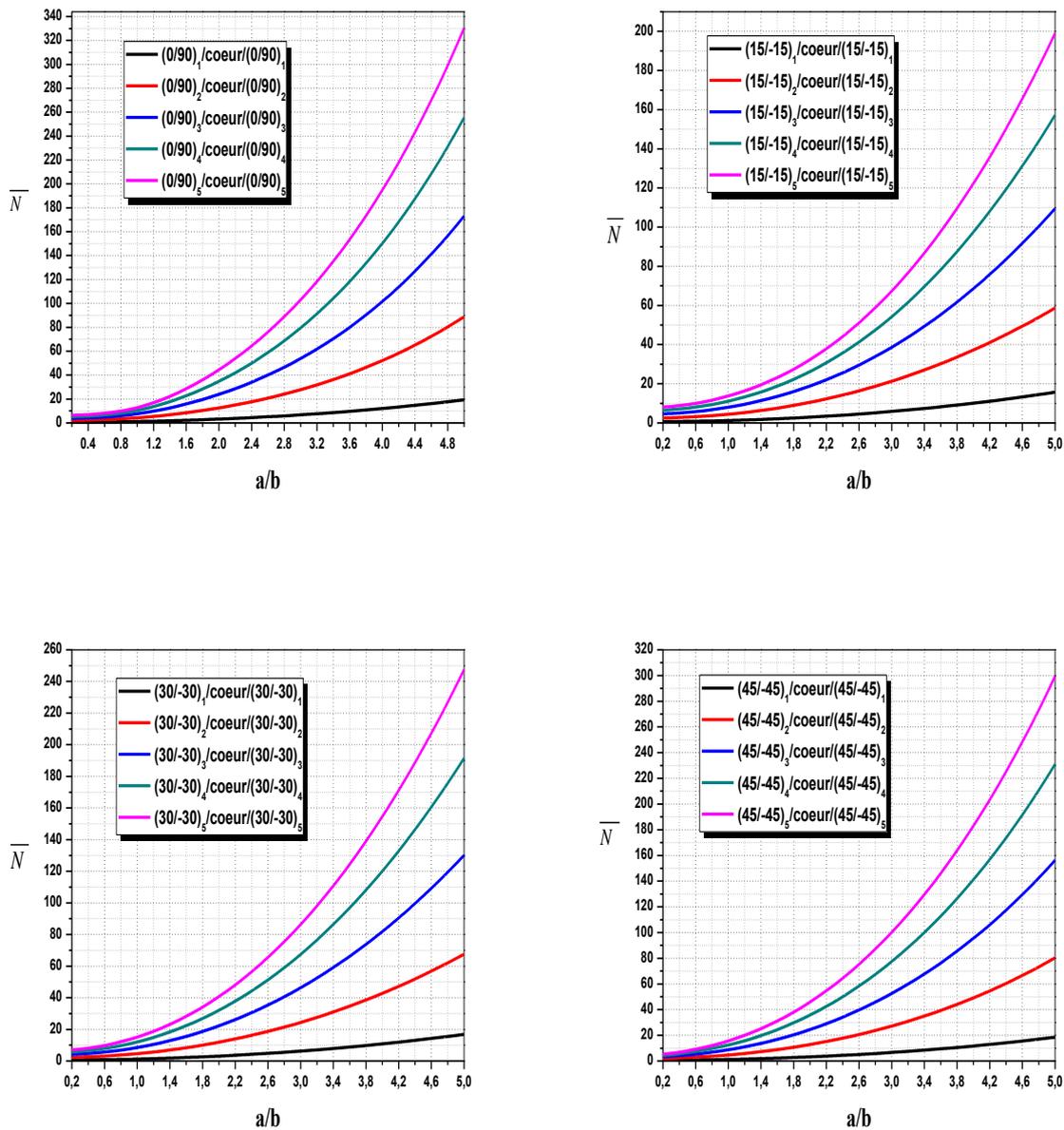


Figure V.2. Influence du rapport d'aspect a/b et orientation des plis sur la charge critique du flambement \bar{N} d'une plaque sandwich de n couches en matériau composites.

La charge critique de flambement dépend de l'orientation des fibres des peaux des plaques sandwich composites (figures V.1 et V.2), où l'orientation des fibres influe sur la rigidité dans les directions (principale et transversale) de la plaque, et par conséquent, influe sur sa résistance à la charge de flambement appliquée.

Il faut prendre en considération que le choix de l'angle d'orientation des fibres dépend de plusieurs paramètres tel que : la charge critique de flambement, la réponse aux vibrations, la flexion, les contraintes d'interfaces, ... etc.

Tableau V.5. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} en fonction des rapports a/b et a/h d'une plaque sandwich simplement appuyée en matériau composite appuyée sous différents types de charges.

Orientation	Sens de la charge	a/h=10			a/h=50		
		a/b=0,5	a/b=1	a/b=2	a/b=0,5	a/b=1	a/b=2
$(0/90)_1 / \text{coeur} / (0/90)_1$	(-1,0)	0.7394	1.2042	3.2251	5.8762	10.7629	50.2042
	(0,-1)	2.9576	1.2042	0.8065	23.5046	10.7629	12.5510
	(-1,-1)	0.5915	0.6021	0.6452	4.7009	5.3814	10.0408
	(1,1)	-0.5915	-0.6021	-0.6452	-4.7009	-5.3814	-10.0408
	(1,0)	-0.7394	-1.2042	-3.2251	-5.8762	-10.7629	-50.2042
	(0,1)	-2.9576	-1.2042	-0.8065	-23.5046	-10.7629	-12.5510
$(15/-15)_1 / \text{coeur} / (15/-15)_1$	(-1,0)	0.8061	1.2271	2.9275	8.5972	12.2315	28.5931
	(0,-1)	3.2244	1.2271	0.7319	34.3888	12.2315	7.1483
	(-1,-1)	0.6449	0.6135	0.5855	6.8778	6.1158	5.7186
	(1,1)	-0.6449	-0.6135	-0.5855	-6.8778	-6.1158	-5.7186
	(1,0)	-0.8061	-1.2271	-2.9275	-8.5972	-12.2315	-28.5931
	(0,1)	-3.2244	-1.2271	-0.7319	-34.3888	-12.2315	-7.1483
$(30/-30)_1 / \text{coeur} / (30/-30)_1$	(-1,0)	0.7835	1.2459	3.1046	7.9154	14.6245	43.5034
	(0,-1)	3.1343	1.2459	0.7759	31.6614	14.6245	10.8759
	(-1,-1)	0.6267	0.6229	0.6209	6.3323	7.3122	8.7007
	(1,1)	-0.6267	-0.6229	-0.6209	-6.3323	-7.3122	-8.7007
	(1,0)	-0.7835	-1.2459	-3.1046	-7.9154	-14.6245	-43.5034
	(0,1)	-3.1343	-1.2459	-0.7759	-31.6614	-14.6245	-10.8759
$(45/-45)_1 / \text{coeur} / (45/-45)_1$	(-1,0)	0.7505	1.2535	3.2475	6.6116	15.6202	53.3781
	(0,-1)	3.0019	1.2535	0.8119	26.4465	15.6202	13.3445
	(-1,-1)	0.6004	0.6267	0.6495	5.2893	7.8101	10.6756
	(1,1)	-0.6004	-0.6267	-0.6495	-5.2893	-7.8101	-10.6756
	(1,0)	-0.7505	-1.2535	-3.2475	-6.6116	-15.6202	-53.3781
	(0,1)	-3.0019	-1.2535	-0.8119	-26.4465	-15.6202	-13.3445

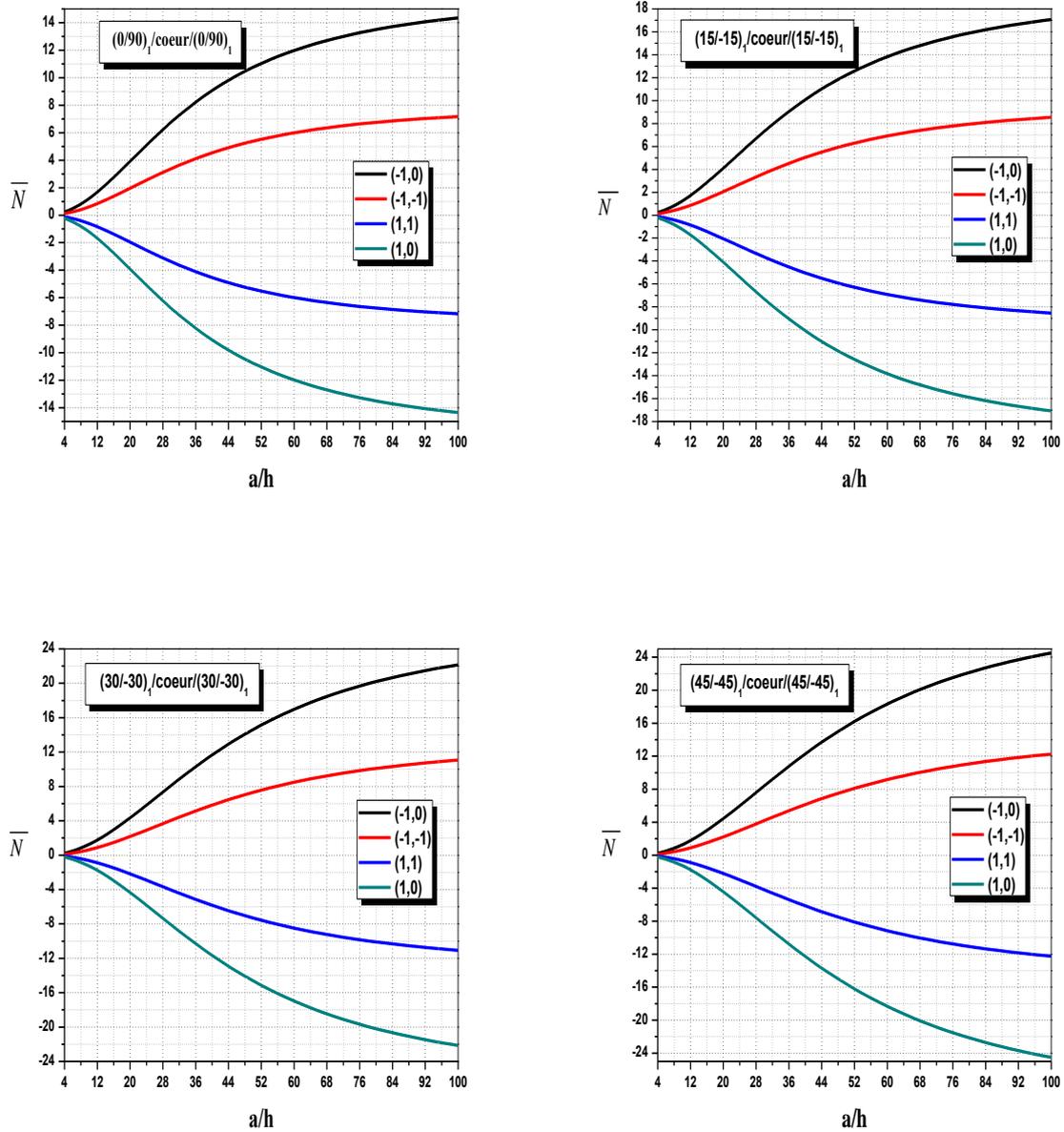


Figure V.3. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque sandwich en fonction du rapport a/h

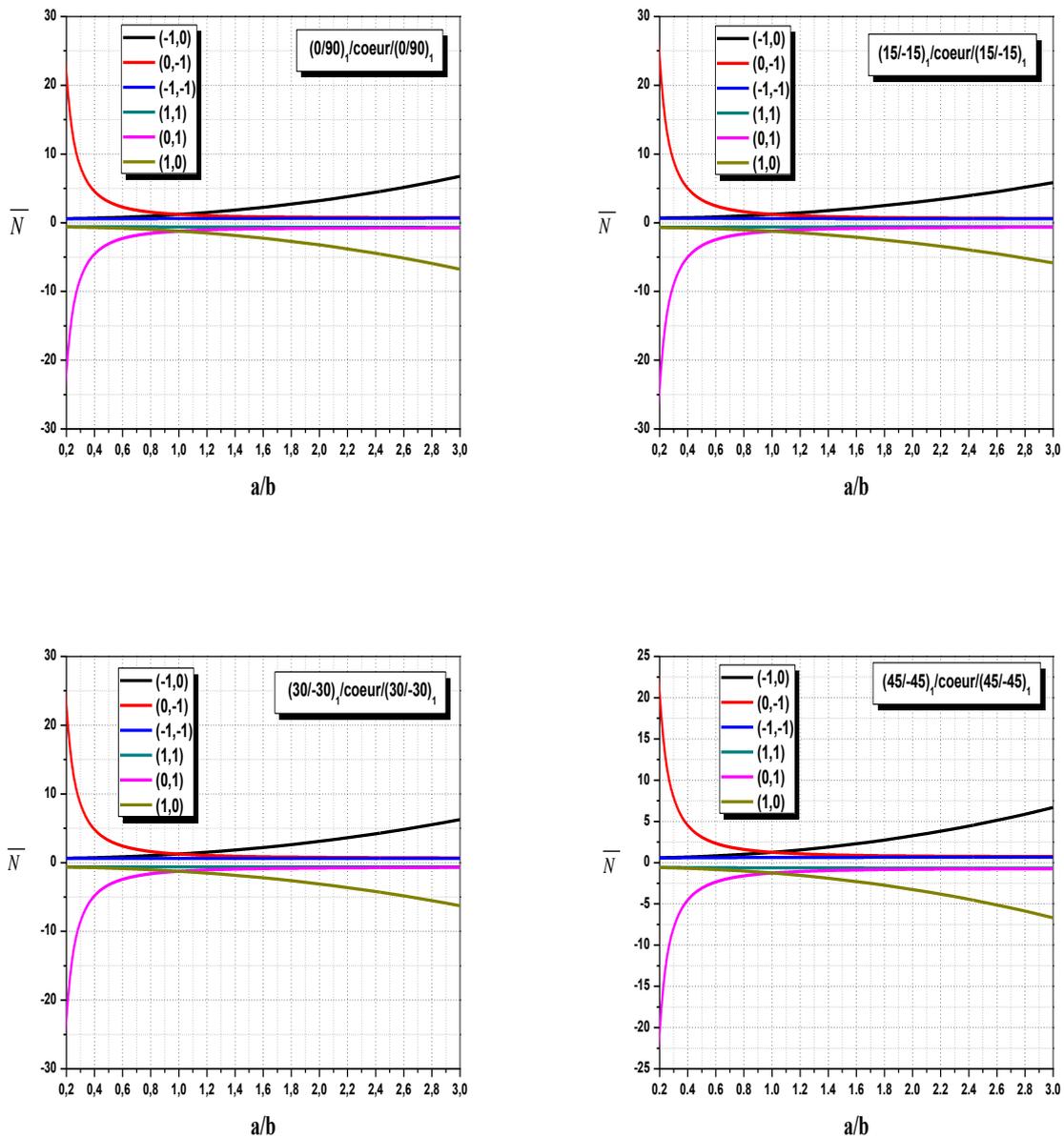


Figure V.4. Variation de la charge critique de flambement \bar{N} d'une plaque sandwich en fonction du rapport a/b

Le tableau (V.5) ainsi que les figures (V.3) et (V.4) illustrent l'influence de la charge appliquée (direction et sens de la charge) sur la variation de la charge critique du flambement d'une plaque sandwich en matériau composites simplement appuyée pour différentes géométries de la plaque, à savoir : plaques minces ou épaisses (rapport a/h) ainsi que plaques courtes ou élancées (rapport a/b).

D'après ces résultats on constate que, pour le cas des charges biaxiales appliquées en traction (1,1) et en compression (-1,-1), les charges critiques de flambements ont la même

valeur absolue, mais de différents signes parce qu'ils ont la même direction et de sens opposés, la même chose est observée pour le cas des charges uni-axiales (1,0) et (-1,0) ou (0,1) et (0,-1).

D'autre part, Pour une plaque sandwich carrée on observe que la charge critique de flambement dans le cas des charges uni-axiale (compression ou traction) égale le double de celle de la charge bi-axiale, parce que la charge se divise sur les deux directions (x et y).

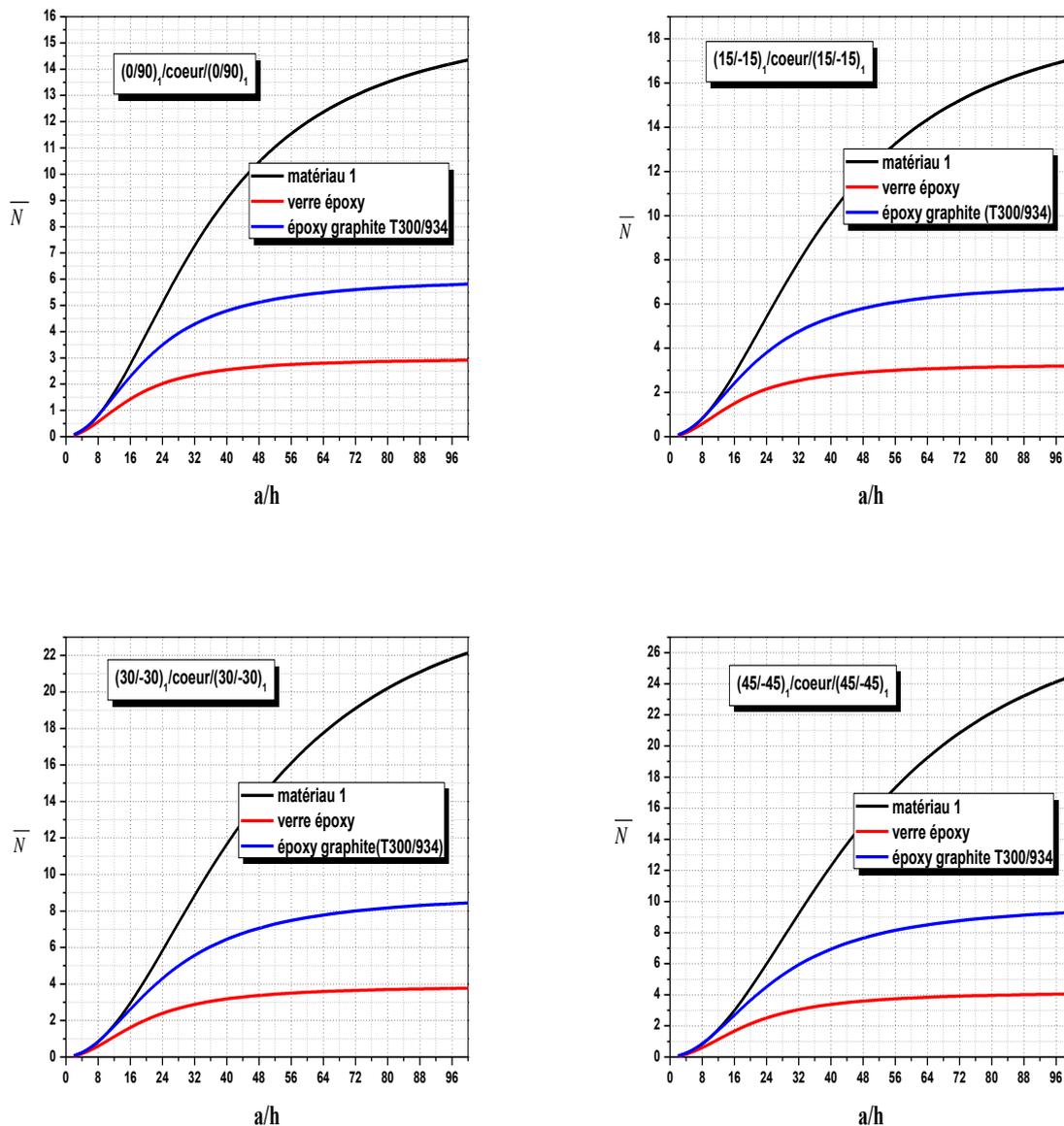


Figure V.5. Influence du type de matériau sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque sandwich carrée

Tableau V.6. Influence du type de matériau des peaux sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque sandwich carrée en composites.

Orientation	a/h	Matériau 1	Matériau 2	Matériau 3
$(0/90)_1/coeur/(0/90)_1$	10	1.2042	0.7944	1.1658
	20	3.9189	1.7667	2.9514
	50	10.7629	2.6928	5.1819
	100	14.3496	2.9109	5.8096
$(45/-45)_1/coeur/(45/-45)_1$	10	1.2535	0.8610	1.2620
	20	4.4235	2.1308	3.6463
	50	15.6202	3.6408	7.7866
	100	24.5104	4.0514	9.2965
$(30/-30)_1/coeur/(30/-30)_1$	10	1.2459	0.8475	1.2450
	20	4.3394	2.0501	3.5074
	50	14.6245	3.4111	7.1783
	100	22.1439	3.7689	8.4421
$(15/-15)_1/coeur/(15/-15)_1$	10	1.2271	0.8153	1.2005
	20	4.1037	1.8697	3.1677
	50	12.2315	2.9381	5.8808
	100	17.0785	3.1996	6.7021

Le tableau (V.6) ainsi que la figure (V.5) représente l'influence du type de matériau des peaux sur la variation de la charge critique de flambement d'une plaque sandwich carrée en composite pour différentes épaisseurs de la plaque (minces et épaisses).

On observe que le type du matériau des peaux a une influence directe sur la charge critique de flambement, où les caractéristiques mécaniques des peaux et de l'âme jouent un rôle principal dans la stabilité des plaques sandwich vis-à-vis au phénomène de flambement mécanique.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques de l'analyse de flambement mécanique des plaques sandwichs en matériaux composites sous différents types de chargement en utilisant une théorie raffinée d'ordre élevé.

Une étude paramétrique a été réalisée pour déterminer les différents paramètres qui influent sur la stabilité vis-à-vis au flambement mécanique des plaques sandwichs en matériaux composites à savoir : effet de séquence d'empilement, l'orientation des fibres, la géométrie de la plaque (rapport a/b et rapport a/h), la direction de la charge ainsi que le type de matériau.

*Conclusion générale et
perspectives*

Conclusion générale et perspectives

Les structures sandwichs en matériaux composites représentent un domaine en évolution rapide en science et en ingénierie avec de nombreuses applications pratiques. Les besoins de recherche dans ce domaine sont particulièrement nombreux et variés, il est possible de modifier à volonté leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées.

Des résultats concernant plusieurs cas de plaques sandwich composites soumises à des chargements dans les deux directions x et y (uni-axial et bi-axial) qui ont ensuite été analysés par la présente théorie d'ordre élevé à quatre variables avec une fonction de cisaillement raffinée hyperbolique $f(z)$. Les résultats obtenus ont une fois de plus démontré l'exactitude de la théorie actuelle, ainsi que l'exactitude de la méthode de calcul développée.

L'étude paramétrique que nous avons effectuée a permis d'obtenir de nombreux résultats numériques intéressants représentés dans des tableaux et des graphes pour une meilleure interprétation. Grâce à ces résultats, nous pouvons extraire les conclusions suivantes:

- La charge critique de flambement des plaques sandwichs en matériaux composites dépend de la géométrie de la plaque, où cette charge est maximale pour les plaques minces et élancées et minimale pour les plaques courtes et épaisses.
- L'augmentation de séquence d'empilement (nombre de plis) des peaux conduit à l'augmentation de la charge critique de flambement des plaques sandwichs en matériaux composites.
- Le sens et la direction de la charge appliquée influent d'une façon significative sur le comportement des plaques sandwich composites au flambement mécanique.
- Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés dans la conception des plaques sandwich composites ont un impact direct sur la stabilité vis-à-vis le flambement mécanique de ces plaques sandwich.
- L'utilisation des plaques sandwich composites permet d'alléger significativement la structure tout en maintenant ces propriétés mécaniques et par la suite assurer sa stabilité.

Enfin, nous concluons que toutes ces variations des charges critiques sont une conséquence directe de la variation de la rigidité de la plaque et des conditions générales de l'élément structural étudié en fonction des paramètres considérés dans notre analyse. Et que la

théorie raffinée proposée est exacte et simple pour résoudre des problèmes liés au flambement des plaques sandwichs.

Le travail présenté dans le cadre de ce mémoire de master peut être développé et enrichi par des éventuelles études par exemple:

- De réaliser l'étude du flambement des poutres et des plaques sandwichs soumises à des contraintes thermiques sous des conditions aux limites générales ;
- Il sera aussi très intéressant d'étudier d'autres paramètres tels que les effets hygrothermiques et thermomécaniques ;
- On peut également réaliser l'étude avec des nouveaux matériaux dans l'âme ou les peaux.

**Références
bibliographiques**

Références bibliographiques

- [1] D. Zenkert, the handbook of sandwich construction, engineering materials advisory service ltd, 1997.
- [2] H. G. Allen, analysis and design of structural sandwich panels,, LONDON, u.k: oxford: pergamon press, 1961.
- [3] M. Sudharsan, structural design and analysis of a lightweight composite sandwich space radiator panel, coimbatore, india:: phd thesis, bharathiar university,, 2003.
- [4] J. E. Arbaoui, etude comparative et caractérisation mécanique des structures sandwichs., mémoire de doctorat de l'université de paul verlaine.METZ, 2009.
- [5] B. Djaber, comportement mécanique en flexion trois points d'un sandwich à ame en nid d'abeille., mémoire de master à l'université badji mokhtar ANNABA, 2015.
- [6] J. M. Berthelot, matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures, 1996.
- [7] Gognard, «collage des métaux généralités et caractéristiques,» chez *Techniques de l'ingénieur*, 2000.
- [8] B. Elmoossouess, étude de la stabilité des plaques en matériaux fonctionnellement gradués en utilisant des théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé, mémoire de doctorat à l'université mohamed boudiaf, ORAN, 2019.
- [9] C. Hexcel, «c. Hexcel,» 2004. [en ligne]. Available: [http/ /:www. Hexcel composite.com.](http://www.Hexcel.com)
- [10] H. Lazreg, *contribution à l'étude de la vibration des plaques sandwiches en fgm*, thèse de doctorat en sciences, universite djillali liabes SIDI BEL ABBES, 2013.
- [11] S. E. R. K. Zitouni, *caractérisation et modélisation des matériaux cellulaires solides*, mémoire de master à l'université de kasdi merbah OUARGLA, 2015.
- [12] B. Keskes, *comportement en fatigue des composites type sandwich en nids d'abeilles*, mémoire de doctorat à l'université ferhat abbas, SETIF, 2007.
- [13] M. S. Teguaia, *dynamique des structures composites sandwiches*, mémoire de magister à l'université mohamed khider –BISKRA, 2015.
- [14] B. Adim, etude de la stabilité des plaques en matériaux coposites: analyse et modélisation, TIARET, 2016.

- [15] J.-m. Berthelot, «matériaux composites,» chez *comportement mécanique et analyse des structures, 5e édition*, PARIS, lavoisier, 2012.
- [16] J. C. Lemaitre, «mécanique des matériaux solides,» PARIS, bords, 1985.
- [17] N. Arabi, contribution à l'étude du composite ciment-verre et durabilité des fibres de verre, thèse de doctorat, université bm-ANNABA, 2006.
- [18] L. Gorent, «généralités sur les m.c,» chez *ecole d'ingenieur*, 2008.
- [19] A. Gharbi, analyse des fissurations des matériaux composites et détermination de leur délaminage utilisant des capteurs piézo-électriques, mémoire pour l'obtention du diplôme de magister, universite mentouri- CONSTANTINE, 2005.
- [20] J.-m. Berthelot, «matériaux composites comportement mécanique et analyse des structures,» 2005.
- [21] G. S. M. E. Doan ttl, «jute/polypropylene composites: i. Effect of matrix modification,» chez *composites science and technology*, 2006.
- [22] B. D. M. S. N. L. Berreur, «etude prospective stratégique sur les matériaux composites,» chez l'industrie française des *matériaux* composites, 2002.
- [23] M. M. Pascal celle, «les matériaux composites,» 2014.
- [24] S. R. Djakboub, etude de flambement mécanique des plaques stratifiées en matériaux composites, TISSEMSILT, 2019.
- [25] A.-e. Lachouri, optimisation des facteurs de coupe (n, f) pour le perçage d'un matériau composite à fibre de verre/époxyde, ANNABA, 2019.
- [26] C. B. E. Coll, matériaux composites 2e édition, PARIS: dunod, 2020.
- [27] B. Mamia, etude de la réponse mécanique des structures en matériaux composites avancés en utilisant un modèle de déplacement d'ordre élevé, SIDI BEL ABBES, 2018.
- [28] E. S. Y. Reissner, «bending and stretching of certain types of hetero-geneous aelotropic elastic plate,» 1961.
- [29] S. P. T. E. S. Woinowsky-krieger, theory of plates and shells, 1959.
- [30] J. E. A. E. J. M. Whitney, theory of laminated plates, 1970.
- [31] Reddy.J.N., Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis., CRC press., 2004.

- [32] E. Reissner, «the effect of transverse shear deformations on the bending of elastic plates,» n° % 112: a69-a77., 1945.
- [33] R. D. Mindlin, «influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates,» n° % 118: 31-38., 1951.
- [34] M. Di sciuva, «an improved shear-deformation theory for moderately thick multi-layered anisotropic shells and plates,» *journal of applied mechanics.*, n° % 154, 589-596., 1987.
- [35] V. T. Nguyen, modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaques, école nationale des ponts et chaussées:, 2004.
- [36] M. Mahia, stabilité des plaques fonctionnellement graduées fgm, TISSEMSILT, 2020.
- [37] R. Shimpi, refined plate theory and its variants, aiaa journal, 2002.
- [38] A. Benkaba, étude du problème du flambement des profils à inertie variable, tlemcen, 2013.
- [39] S. P. K. Swaminathan, «higher order refined computational model with 12 degrees of freedom for the stress analysis of antisymmetric angle-ply plates – analytical solutions,» department of civil engineering, national institute of technology karnataka, srinivasnagar, karnataka 575 025, INDIA, 2006.
- [40] J. Ren, bending, vibration and buckling of laminated plates, in: n.p. cheremisinoff (ed.), handbook of ceramics and composites, NEW YORK, 1990..
- [41] J. N. Reddy, a simple higher-order theory for laminated composite plates, 1984..
- [42] J. P. N. Whitney, shear deformation in heterogeneous anisotropic plates, 1970..
- [43] A. Belkacem, étude de la stabilité des plaques en matériaux composites: analyse et modélisation, TIARET, 2016.
- [44] L. K. Z. A. B. E. Hadji, «new higher order shear deformation model for functionally graded beams,» ksce journal of civil engineering, 2015.
- [45] E. Carrera, on the use of the murakami's zig-zag function in the modeling of layered plates and shells, 2004.

Résumé

La présente recherche vise à analyser le flambement des plaques sandwichs en matériaux composites sous chargement mécanique en utilisant la théorie raffinée d'ordre élevé à quatre variables contrairement aux autres théories, où le nombre des inconnus est cinq.

L'instabilité au flambement des plaques sandwichs est un phénomène très complexe où la formulation a été basée sur la théorie d'ordre élevé. La plaque utilisée pour cette étude est simplement appuyée soumise à différentes conditions de chargement (des charges uni-axiales et bi-axiales). Nous avons utilisé la solution de Navier pour obtenir les solutions analytiques. L'influence des différents paramètres est prise en considération pour calculer les charges critiques de flambement.

À la lumière de ces résultats, nous pouvons dire que la présente théorie raffinée est précise, simple et efficace pour la résolution du comportement de flambement mécanique des plaques sandwich en matériaux composites.

Mots clés : flambement mécanique, théorie d'ordre élevé, plaque sandwich, matériaux composites.

Abstract

The present research aims to analyze the buckling of sandwich composite plates under mechanical loading using the refined high order theory with four variables in contrast to other theories, where the number of unknowns is five.

The buckling instability of sandwich plates is a very complex phenomenon where the formulation was based on the high order theory. The plate used for this study is simply supported under different loading conditions (uniaxial and bi-axial loads). We used the Navier's solution to obtain the analytical solutions. The influence of the different parameters is taken into consideration to calculate the critical buckling loads.

In the light of these results, we can say that the present refined theory is accurate, simple and efficient for solving the mechanical buckling behavior of sandwich composite plates.

Key words: mechanical buckling, high order theory, sandwich plate, composite materials.

ملخص

يهدف البحث الحالي إلى تحليل انبعاج ألواح السندويتش ذات المواد المركبة تحت التحميل الميكانيكي باستخدام نظرية مكررة ذات الترتيب العالي بأربعة متغيرات على عكس النظريات الأخرى، حيث يكون عدد المجاهيل خمسة.

يعد عدم استقرار انبعاج ألواح السندويتش ظاهرة معقدة للغاية حيث استندت الصياغة إلى نظرية الترتيب العالي. اللوحة المستخدمة في هذه الدراسة تركز على مسند تحت تأثير ظروف تحميل مختلفة (أحمال أحادية المحور وثنائية المحور). استخدمنا حل نافي للحصول على الحلول التحليلية. يؤخذ تأثير مختلف المتغيرات في عين الاعتبار عند حساب أحمال الانبعاج الحرج.

في ضوء هذه النتائج، يمكننا القول إن النظرية المكررة الحالية دقيقة، بسيطة وفعالة لحل سلوك الانبعاج الميكانيكي لألواح السندويتش المركبة.

الكلمات المفتاحية: الانبعاج الميكانيكي، نظرية ذات الترتيب العالي، صفائح السندويتش، المواد المركبة.