



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université de Tissemsilt



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département des Sciences et de la Technologie

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme
de Master académique en

Filière : **Génie civil**

Spécialité : **Structures**

Présentée par : **KHEMIS Abdelhamid**

Thème

**Analyse de la ductilité de déplacement des poutres
encastées-libres « porte-à-faux »**

Soutenu le,

Devant le Jury :

BENCEUR Raouf	Président	M.A.A.	Univ-Tissemsilt
BOUZID Haythem	Encadreur	M.C.B.	Univ-Tissemsilt
BOURADA Fouad	Examineur	M.C.B.	Univ-Tissemsilt

Année universitaire : 2020-2021

Remerciement

Je remercie avant tout ALLAH de m'avoir donné la santé, le courage et la volonté qui m'ont été utile tout au long de mon parcours.

*Mes sincères gratitude vont aussi à mon professeur à la Faculté des Sciences et de la Technologie, université de Tissemsilt **Mr BOUZID HAYTHAM**,*

*Je remercie aussi les membres de jury **Mr BENCEUR RAOUF**, **Mr BOURADA FOUAD** pour leurs attentions données qui peuvent enrichir et améliorer ce travail, sans oublier tous les autres professeurs et camarades pour leurs entières disponibilités, leurs aides, leurs précieux conseils et pour les moyens qu'ils ont mis à ma disposition. Mes remerciements vont également à tous ceux qui ont collaboré de loin ou de près à l'élaboration de ce Projet.*

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A Ma très chère mère,

A Mon très cher père,

A Mes sœurs,

A Toute ma famille,

A Tous ceux que j'aime.

Abdelhamid

Résumé

Lors d'un séisme, les porte-à-faux en béton armé subissent des déformations sous forme de déplacements verticaux très importants en raison de leur extrémité libre. Afin de survivent pendant les séismes les porte-à-faux sont conçus d'avoir un certain niveau de ductilité de déplacement, d'ici apparait l'importance de la ductilité de déplacement pour ces éléments. Cette recherche est pour objectif d'étudier la ductilité de déplacement des porte-à-faux en béton armé. Premièrement, les déplacements élastique et ultime sont déterminés à l'aide du théorème moment-section. Ensuite, le facteur de la ductilité de déplacement est étudié en fonction des différents paramètres. Les résultats obtenus ont montré que la résistance du béton à la compression et diamètre des armatures tendues ont une influence positive. Par contre, le taux d'armatures tendues, leur limite élastique et la longueur du porte-à-faux ont une influence négative. D'autre part, la limite élastique des aciers comprimés a n'aucun effet et le rapport des armatures comprimées au tendues a un effet réversible. La quantification des ces effets est illustrée par la présentation des courbes de tendances du facteur de la ductilité de déplacement en fonction des paramètres étudiés. Enfin, la comparaison entre le facteur de la ductilité de déplacement et en courbure a montré que ce dernier est toujours supérieur au premier.

Les mots clés : Ductilité, Déplacements, porte-à-faux, Béton armé, Théorème moment-section.

ملخص

خلال الزلزال، تخضع العتبة الناتئة (الكابول او العمارة) الخرسانية المسلحة للتشوه في شكل عمليات اهتزازات عمودية كبيرة جداً بسبب نهايتها الحرة. من أجل النجاة من الزلازل، يجب ان يتم تصميم الكابول بحيث يكون له مستوى معين من الليونة، من هنا تظهر أهمية الليونة بالنسبة لهذه العناصر. الهدف من هذا البحث هو دراسة ليونة هذه العناصر الخرسانية المسلحة. أولاً، يتم تحديد التحركات في نهاية مرحلة المرونة والمرحلة النهائية باستخدام نظرية عزوم المساحات. بعد ذلك، يُدرس عامل الليونة بدلالة مختلف العوامل. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن مقاومة للخرسانة وقطر التعزيزات المشدودة لهما تأثير إيجابي. من ناحية أخرى، فإن معدل التعزيزات، مرونتها وطول الكابول لها تأثير سلبي. من ناحية أخرى، فإن مرونة التعزيزات المضغوطة ليس لها أي تأثير ونسبة التعزيز المضغوط إلى المشدود لها تأثير متقلب. يتم توضيح التقدير الكمي لهذه التأثيرات من خلال عرض منحنياتها. أخيراً، أظهرت المقارنة بين عامل ليونة المدروس وعامل ليونة الانحناء أن هذا الأخير دائماً أكبر.

الكلمات المفتاحية: الليونة، الازاحة، العتبة الناتئة (الكابول او العمارة)، الخرسانة المسلحة، نظرية عزوم المساحات.

Abstract

During an earthquake, reinforced concrete cantilever undergo deformation in the form of very large vertical displacements due to their free end. In order to survive earthquakes cantilever are designed to have a certain level of displacement ductility, from here appears the importance of displacement ductility for these elements. The objective of this research is to study the displacement ductility of reinforced concrete cantilever. First, the elastic and ultimate displacements are determined using the moment-area theorem. Then, the displacement ductility factor is studied based on the different parameters. The results obtained showed that the compressive strength of concrete and the diameter of the tensile reinforcements have a positive influence. On the other hand, the ratio of tension reinforcements, their yield strength and the length of the cantilever have a negative influence. On the other hand, the yield strength of compression steel has no effect and the ratio of compression to tension reinforcement has a reversible effect. The quantification of these effects is illustrated by the presentation of the trend curves of the displacement ductility factor based on the studied parameters. Finally, the comparison between the factor of displacement and curvature ductility showed that the latter is always greater than the first.

Keywords: Ductility, Displacements, Cantilever beam, Reinforced concrete, Curvature-area theorem.

SOMMAIRE

Résumé	I
Sommaire	IV
Liste des figures	VII
Liste des tableaux	IX
INTRODUCTION GENERALE.....	1

Chapitre 01 : Généralités sur la ductilité

1.1. Introduction	5
1.2. Définition	5
1.3. Types de ductilité.....	6
1.3.1. Ductilités de déformation	6
1.3.2. Ductilité en courbure	6
1.3.3. Ductilité en rotation	7
1.3.4. Ductilité de déplacement	8
1.3.5. Ductilité énergétique	8
1.4. Importance.....	9
1.5. Ductilité de déplacement	10
1.5.1. Déplacement élastique.....	10
1.5.2. Déplacement ultime	12
1.6. Conclusion.....	12

Chapitre 02 : Déplacements des porte-à-faux

2.1. Introduction	14
2.2. Porte-à-faux en béton armé.....	14
2.3. Théorème moment section.....	15

2.4. Relation entre la courbure et le déplacement.....	16
2.5. Formulation des rotules plastiques.....	16
2.7. Application du théorème moment-section sur les porte-à-faux	17
a- Déplacement à la fin de la phase élastique	17
b- Déplacement Maximal.....	18
2.8. Conclusion	19

Chapitre 3 : Calcul du facteur de ductilité de déplacement

3.1. Introduction.....	21
3.2. Lois de comportement des matériaux.....	21
3.2.1. Béton.....	21
3.2.2. Acier.....	23
3.3. Calcul des déplacements.....	24
3.3.1. Flèche élastique.....	24
3.3.2. Flèche ultime.....	24
3.3.2.1. Rotule plastique.....	24
3.4. Hypothèses de calcul.....	25
3.4. Calcul des courbures.....	25
3.4. Courbure à la fin de la phase élastique.....	25
3.5. Courbure à l'état limite ultime.....	27
3.5.1. Rupture par écrasement du béton.....	27
3.8. Conclusion.....	29

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

4.1. Introduction	31
4.2. Effet de la résistance du béton « f_{ck} »	31
4.3. Effet du taux d'armatures tendues « ρ »	32

4.4. Effet du rapport d'armatures comprimées aux armatures tendues « ρ'/ρ »	33
4.5. Effet de la limite élastique des armatures tendues et comprimées « $f_y ; f'_y$ »	38
4.5.1. $f_y = f'_y$	38
4.5.2. $f'_y = \text{cst.}$	39
4.5.3. $f_y = \text{cst.}$	40
4.6. Effet de diamètre des armatures tendues	46
4.7. Effet de la longueur des poutres (L)	47
4.8. Allure de variation	49
4.9. Effet du taux d'armatures tendues	49
4.10. Effet de la résistance du béton	51
4.11. Effet de la limite élastique des aciers	52
4.12. Effet du rapport ρ'/ρ	53
4.13. Effet du diamètre maximal des armatures tendues	53
4.14. Effet de la longueur de la poutre	54
4.15. Comparaison entre le facteur de la ductilité en courbure et de déplacement	55
4.16. Conclusion	69
CONCLUSION GENERALE	70
Bibliographie	73

Liste des figures

Figure 1.1 : Déformation d'une poutre encastrée.....	5
Figure 1.2 : Courbe contrainte-déformation.....	6
Figure 1.3 : Courbe moment-courbure.....	7
Figure 1.4 : Ductilité en rotation.....	7
Figure 1.5 : Courbe force-déplacement.....	8
Figure 1.6 : Courbe temps-énergie.....	9
Figure 1.7 : Boucles d'hystérèses.....	10
Figure 1.8 : Définitions alternatives de déplacement élastique.....	11
Figure 1.9 : Définitions alternatives d'un déplacement ultime.....	12
Figure 2.1 : format d'un porte-à-faux.....	14
Figure 2.2 : Courbe moment section.....	15
Figure 2.3 : Définition de la longueur de la rotule plastique (Park et Paulay, 1975).....	17
Figure 2.4 : Courbe moment-courbure idéalisée.....	17
Figure 2.5 : Déplacement élastique et ultime.....	18
Figure 3.1 : Diagramme parabole rectangle pour le béton non confiné sous compression (EN 1992, 2004).....	22
Figure 3.2 : Diagramme "contrainte – déformation" des aciers du béton armé d'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).....	23
Figure 3.3 : Comportement d'une section fléchie d'une poutre en béton armé à l'état limite de service (la fin de phase élastique)	25
Figure 3.4 : Comportement de la section d'une poutre fléchie en béton armé à l'état limite ultime	27
Figure 4.1 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton.....	32
Figure 4.2 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction taux d'armatures tendues.....	33
Figure 4.3 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ	37
Figure 4.4 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures.....	38
Figure 4.5 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures tendue.....	40
Figure 4.6 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures comprimées.....	43

Figure 4.7 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du diamètre des armatures tendues.....	46
Figure 4.8 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur de la poutre.....	48
Figure 4.9 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction taux d'armatures tendues.....	50
Figure 4.10 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton.....	52
Figure 4.11 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures.....	52
Figure 4.12 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ	53
Figure 4.13 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du diamètre des armatures tendues.....	53
Figure 4.14 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur de la poutre.....	54

Liste des tableaux

Tableau 4.1 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton.....	31
Tableau 4.2 : Facteur μ_{Δ} en fonction du taux d'armatures tendues.....	32
Tableau 4.3 : Facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ	34
Tableau 4.4 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures.....	38
Tableau 4.5 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures tendues.....	39
Tableau 4.6 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures comprimées.....	40
Tableau 4.7 : Facteur μ_{Δ} en fonction de diamètre des armatures tendues.....	43
Tableau 4.8 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur des poutres.....	47
Tableau 4.9 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 20$ MPa	55
Tableau 4.10 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 30$ MPa	57
Tableau 4.11 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 40$ MPa	58
Tableau 4.12 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 50$ MPa	60
Tableau 4.13 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 60$ MPa	62
Tableau 4.14 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 70$ MPa	63
Tableau 4.15 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 80$ MPa	65
Tableau 4.16 : Rapport μ_{ϕ}/μ_{Δ} pour $f_{ck} = 90$ MPa	67

INTRODUCTION GENERALE

La ductilité est la capacité de la structure ou l'élément de subir une déformation après la fin de la phase élastique avec une dégradation significative de sa résistance et de sa rigidité (Bertero, 1988). La ductilité est l'un des paramètres précieux pour l'indication de la performance des structures ou des éléments dans le domaine post élastique (Park, 1989).

La ductilité de déplacement résulte de la ductilité en courbure. Ces deux types de ductilité sont proportionnels (EC8). Pendant un séisme, les porte-à-faux subissent des grandes déformations (déplacements) en raison de leur longueur importante et leur extrémité libre. Sous l'effet de ces grandes déplacements les porte-à-faux sont conçus d'avoir un niveau de ductilité de déplacement suffisant. D'ici, découle l'idée d'étudier la ductilité de déplacement des porte-à-faux. Dans la théorie, il existe un théorème qui permet de prédire les déplacements en fonction des courbures, où il utilise les diagrammes des courbures. Ces déplacements peuvent être utilisés pour prédire le facteur de la ductilité de déplacement. Cette recherche fait l'objet d'étudier les déplacements d'un porte-à-faux dans le domaine élastique et plastique. Dans ce cadre, ce mémoire est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre présente une généralité sur la ductilité, en particulier celle de déplacement. A l'occasion, il donne la définition de la ductilité et il montre son importance. Ensuite, ce chapitre expose les différents types de ductilité, en particulier le type étudié dans cette recherche, où son facteur est le rapport entre le déplacement élastique et ultime. Le chapitre est achevé par les différentes définitions de déplacements élastique et ultime.

Le deuxième chapitre aborde les porte-à-faux en béton armé, où il expose leur définition et importance. Par la suite, il montre le théorème moment-section qui peut être utilisé pour quantifier les déplacements en fonction des courbures. Ce théorème peut appliquer pour estimer les déplacements des éléments en béton armé, à savoir les porte-à-faux. D'autre part, ce chapitre présente une définition d'une rotule plastique et son mécanisme de formulation puisque le calcul des déplacements ultimes est basé principalement sur les longueurs des rotules plastiques.

Le troisième chapitre présente la méthode de calcul du facteur de ductilité de déplacement d'un porte-à-faux en béton armé en se basant sur le théorème présenté dans le chapitre précédent. Ce troisième chapitre présente tout d'abord les lois de comportement des matériaux, ensuite, les déplacements en fonctions des courbures, et enfin le calcul détaillé des courbures.

Introduction générale

Le dernier chapitre contient l'étude paramétrique de cette étude, où il présente l'étude de la variation de la ductilité de déplacement d'un porte-à-faux en béton armé en fonction des différents paramètres à savoir :

- La résistance du béton à la compression qui sera variée de 20MPa à 90MPa ;
- La limite élastique des aciers qui sera variée de 400MPa à 600MPa ;
- Le taux d'armatures tendues qui sera varié de 0.5% à 4% ;
- Le rapport ρ'/ρ qui sera varié de 0.5 à 1.
- Le diamètre des armatures tendues qui sera varié de 10mm à 40mm ;
- La longueur du porte-à-faux qui sera variée de 1m à 5m.

Ensuite, ce chapitre présente l'allure de variation du facteur de la ductilité de déplacement en fonction de chaque paramètre étudié. Enfin, il présente une comparaison entre le facteur de la ductilité locale ou en courbure et ce de déplacement.

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS SUR LA DUCTILITE

1.1. Introduction

Ce chapitre présente une revue sur la ductilité, en particulier la ductilité de déplacement. Il commence par la définition, l'importance et une typologie pour distinguer la ductilité de déplacement parmi les autres types. Ensuite, ce premier chapitre présente quelques détails sur la ductilité de déplacement, où les différentes méthodes de calcul des déplacements élastiques et ultimes sont présentées.

1.2. Définition

De façon générale, la ductilité est définie comme l'aptitude d'un matériau, d'un élément ou d'une structure toute entière à pouvoir se déformer de façon inélastique en conservant une raideur et une résistance qui n'altèrent pas la capacité portante. Dans le cas d'une poutre encastrée (Fig. 1.1), la ductilité peut se traduire par la capacité de cet élément à fléchir sous sollicitations sismiques sans que la fissuration en partie tendue et/ou l'écrasement en partie comprimée du béton en pied ne conduisent à une perte de résistance et/ou de l'équilibre statique. (Sébastien, 2012). La ductilité est quantifiée par un facteur déterminé par le rapport entre la valeur ultime et élastique (Park et Ruitong, 1988).

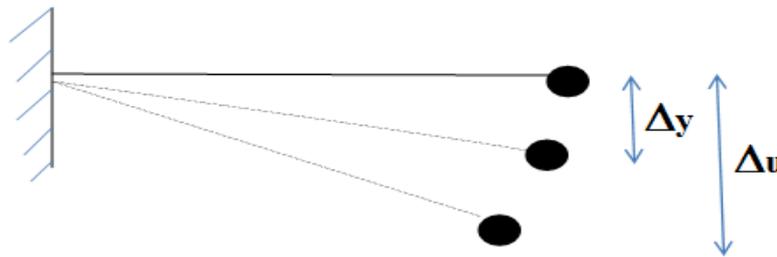


Figure 1.1 : Déformation d'une poutre encastrée.

Avec : Δ_y et Δ_u sont est la déformation élastique et ultime respectivement.

1. 3. Types de ductilité

Il existe cinq types de ductilité, chaque type est défini par son facteur de ductilité.

1.3.1. Ductilités de déformation

Le facteur de cette ductilité est quantifié par le rapport de la déformation de rupture ε_u et la déformation à la fin de la phase élastique du matériau ε_y (Gioncu, 2000) ; où :

$$\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y} \quad (1.1)$$

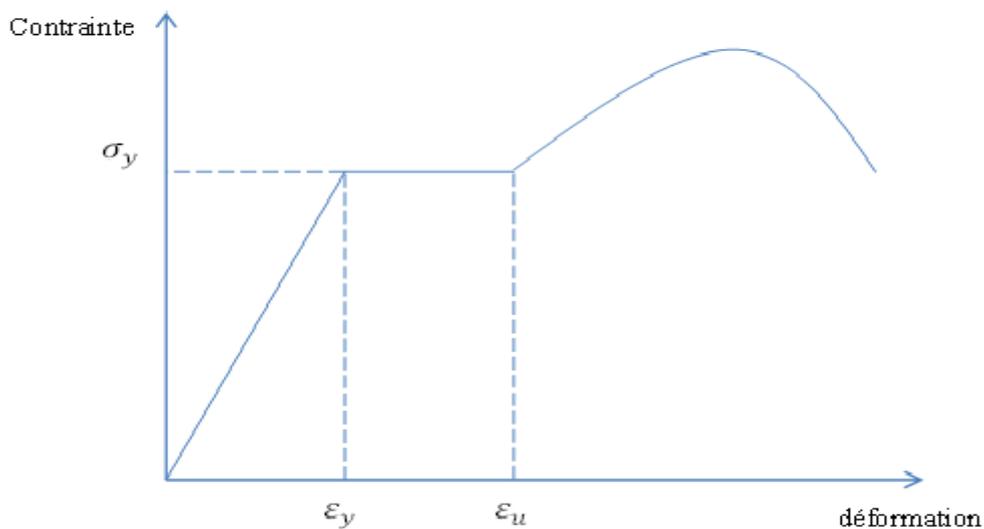


Figure 1.2 : Courbe contrainte-déformation.

1.3.2. Ductilité en courbure

La ductilité en courbure, ductilité de sections ou la ductilité locale, son facteur est exprimé par le rapport entre la courbure ultime φ_u et la courbure à la fin de la phase élastique φ_y (Park et Ruitong, 1988) où :

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \quad (1.2)$$

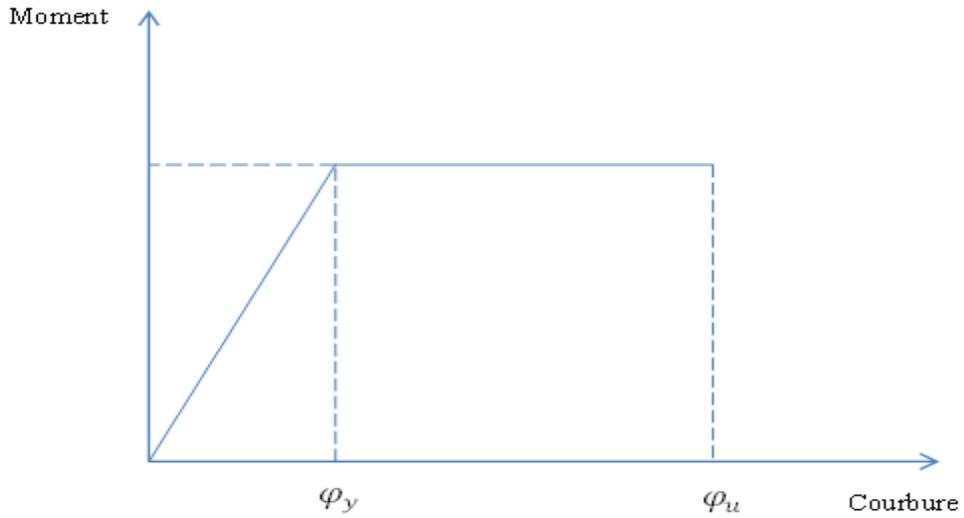


Figure 1.3 : Courbe moment-courbure.

1.3.3. Ductilité en rotation

Son facteur est déterminé par le rapport de la rotation ultime θ_u et la rotation à la fin de la phase élastique θ_y (Park, 1989) :

$$\mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y} \quad (1.3)$$

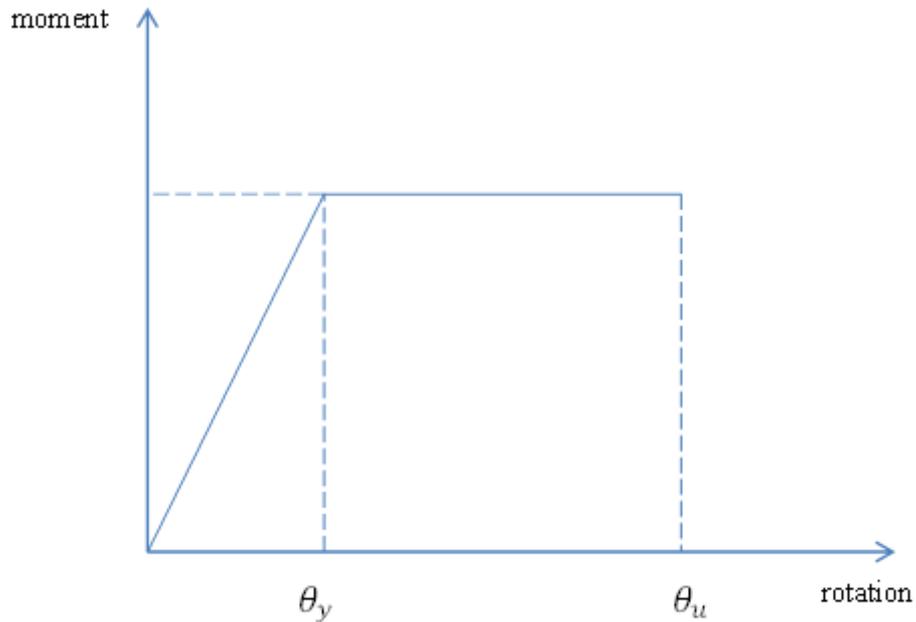


Figure 1.4 : Ductilité en rotation.

1.3.4. Ductilité de déplacement

Son facteur est exprimé par le rapport du déplacement ultime δ_u et du déplacement à la fin de la phase élastique δ_y (Gioncu et Mazzolani, 2002), où :

$$\mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_y} \quad (1.4)$$

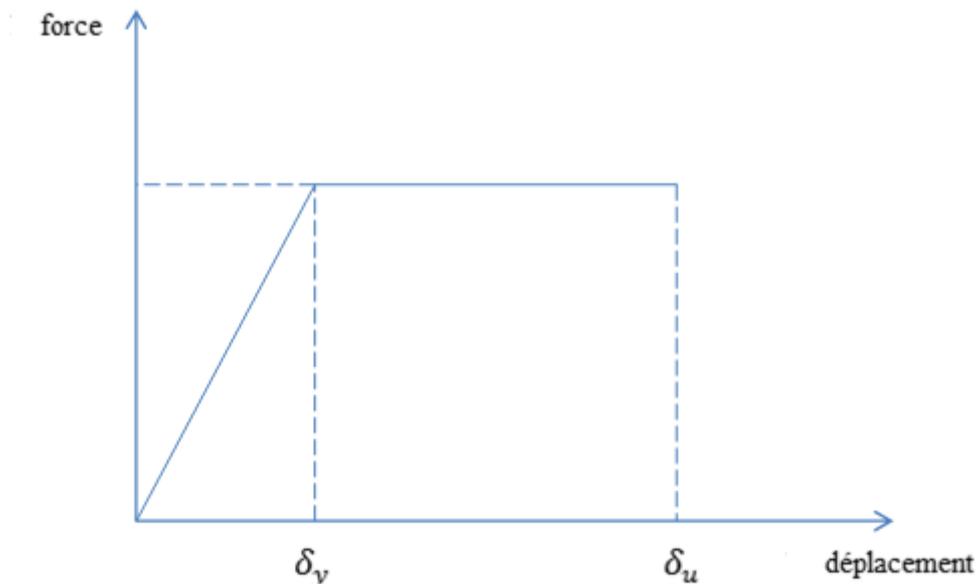


Figure 1.5 : Courbe force-déplacement.

1.3.5. Ductilité énergétique

Il est exprimé par le rapport entre les énergies maximales absorbées respectivement en élasticité (E_e) et en élasto-plasticité (E_p) (Gioncu, 2000) :

$$\mu_E = \frac{E_p}{E_e} \quad (1.5)$$

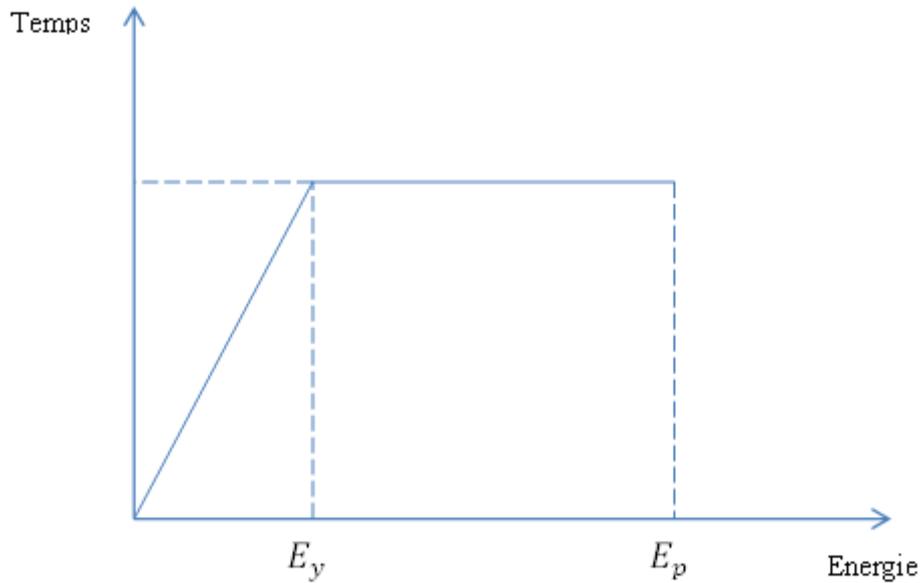


Figure 1.6 : Courbe temps-énergie.

1.4. Importance

Le comportement d'une structure conçue pour être ductile, il se traduit par une relation force-déplacement qui peut ne plus être biunivoque durant la sollicitation sismique. Les courbes représentatives de la relation force-déplacement décrivent des boucles d'hystérèse (**Fig. 1.7**). Ces courbes délimitent une surface dont l'aire est proportionnelle à une certaine quantité d'énergie dissipée par cycle. La dissipation d'énergie résultant des déformations dans le domaine post-élastique, distincte de celle provoquée par amortissement visqueux, est usuellement dénommée amortissement d'hystérèse (Sébastien, 2012).

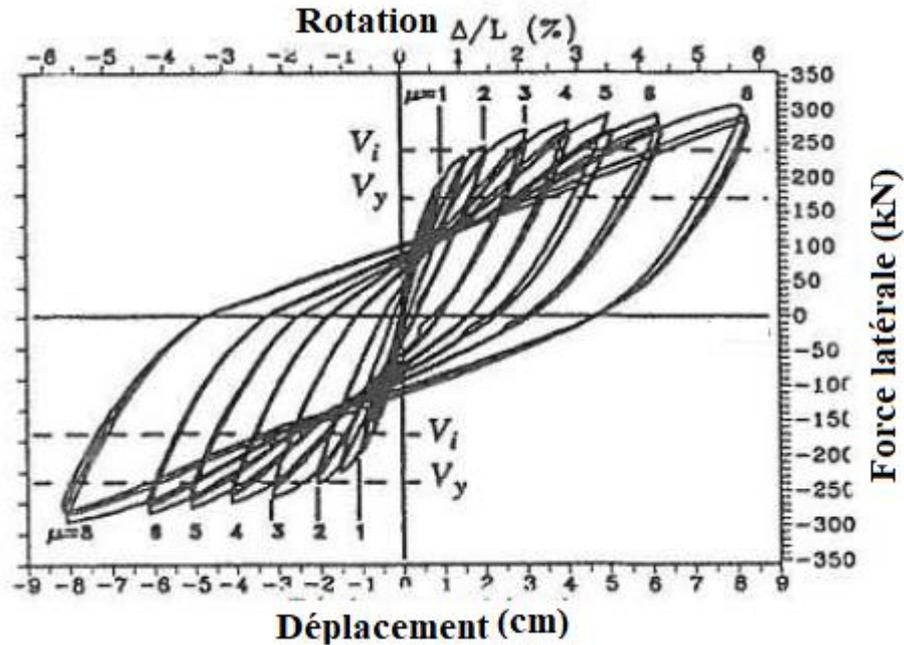


Figure 1.7 : Boucles d'hystérèses (Afps, 2005).

1.5. Ductilité de déplacement

La ductilité de déplacement est la division du déplacement ultime au déplacement élastique. Diverses méthodes sont utilisées afin de quantifier ces déplacements (Park, 1988).

1.5.1. Déplacement élastique

Le calcul du déplacement élastique cause un vrai problème lorsque le point qui montre la fin de la phase élastique n'est pas clair, ceci en raison de :

- Comportement non linéaire des matériaux
- Barres longitudinales atteignent leur limite élastique en différents moments
- Formation des rotules plastiques aux différents points d'élément

Les chercheurs ont proposé des différentes définitions pour le déplacement élastique comme montre la figure (1.8).

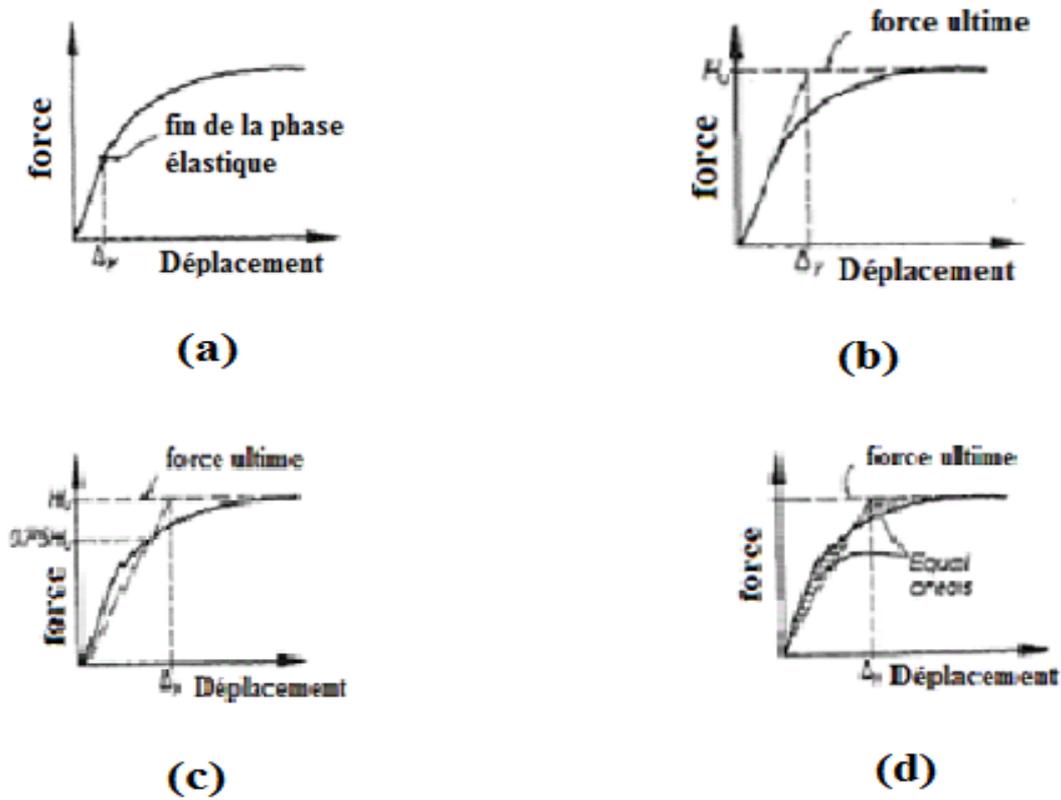


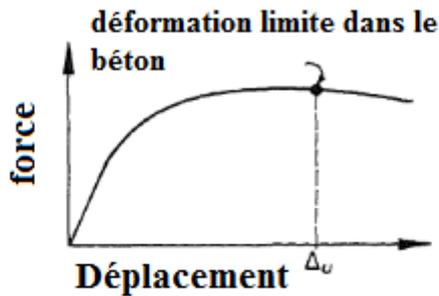
Figure 1.8 : Définitions alternatives de déplacement élastique (Park, 1988).

Le déplacement élastique peut être calculé :

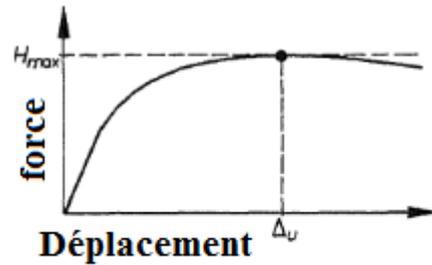
- Quand les armatures tendues atteignent leur limite élastique (Figure 1.a)
- A partir de la phase élasto-plastique qui résulte d'une courbe équivalente idéalisée (Figure 1.b)
- A partir de la phase élasto-plastique qui résulte d'une courbe équivalente idéalisée en respectant l'égalité de l'énergie dissipée (Figure 1.c)
- A partir de la phase élasto-plastique qui résulte d'une courbe équivalente idéalisée, où la partie élastique de la courbe idéalisée coupe la courbe originale à une valeur de 0.75 de la valeur ultime (Figure 1.d)

1.5.2. Déplacement ultime

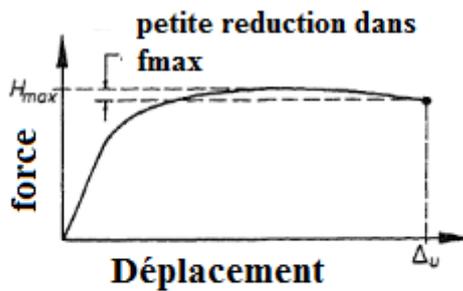
La figure présente les définitions alternatives d'un déplacement ultime.



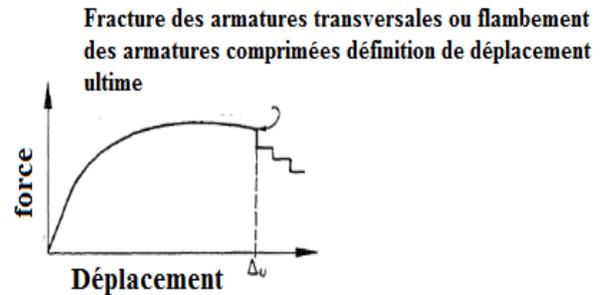
(a) Quand le béton comprimé atteint sa déformation ultime



(b) Le déplacement correspond au chargement maximal



(c) après une petite réduction du chargement maximal



basé sur la fracture ou flambement des armatures

Figure 1.9 : Définitions alternatives d'un déplacement ultime (Park, 1988).

1.6. Conclusion

A lumière de ce chapitre, il est clair que la ductilité a une énorme importance, où il est un paramètre indispensable. Il est clair aussi qu'il existe cinq types de ductilité, où la ductilité de déplacement est le rapport entre le déplacement ultime et élastique. D'autre part, il existe différentes hypothèses pour le calcul des déplacements.

Chapitre 2

Déplacements des porte-à-faux

2.1. Introduction

Le présent chapitre présente une revue sur les porte-à-faux, où il expose leur définition et importance. Par la suite, ce chapitre présente le théorème moment-section qui est utilisé pour quantifier les déplacements des éléments constituant une structure, en particulier les porte-à-faux. D'autre part, ce chapitre présente une définition d'une rotule plastique et son mécanisme de la formulation.

2.2. Porte-à-faux en béton armé

Signe d'une ambition architectural, le porte-à-faux rompt l'aspect monolithique d'un bâtiment en lui apportant élan et légèreté. Tous en augmentant la surface habitable, il réduit l'emprise au sol du bâtiment et couvre de son ombre protectrice des halles d'entrée, des terrasses ou des bassins (François, 2017).

Le porte-à-faux sollicite la structure du bâtiment au niveau de son accroche. Le déséquilibre doit être compensé avec une masse suffisante en amont et avec des tirants si nécessaire. Les éléments porteurs du socle de l'ouvrage doivent pouvoir reprendre les efforts de compression ou de traction, en particulier le moment formé à l'appui doit être pris en verticaux au droit du point d'accroche (François, 2017).



Figure 2.1 : Format d'un porte-à-faux (François, 2017).

2.3. Théorème moment section

Le théorème moment-section est que la distance verticale entre (a) une ligne tangente de référence qui est tangente à la pente en un point de la poutre et (b) la forme fléchie de la poutre en un autre point, est égale au moment de l'aire sous le diagramme de courbure entre les deux points avec les moments des aires calculés par rapport au point sur la forme fléchie (b). Le théorème moment-section est illustré à la **figure 2.2** (Erochko, 2020).

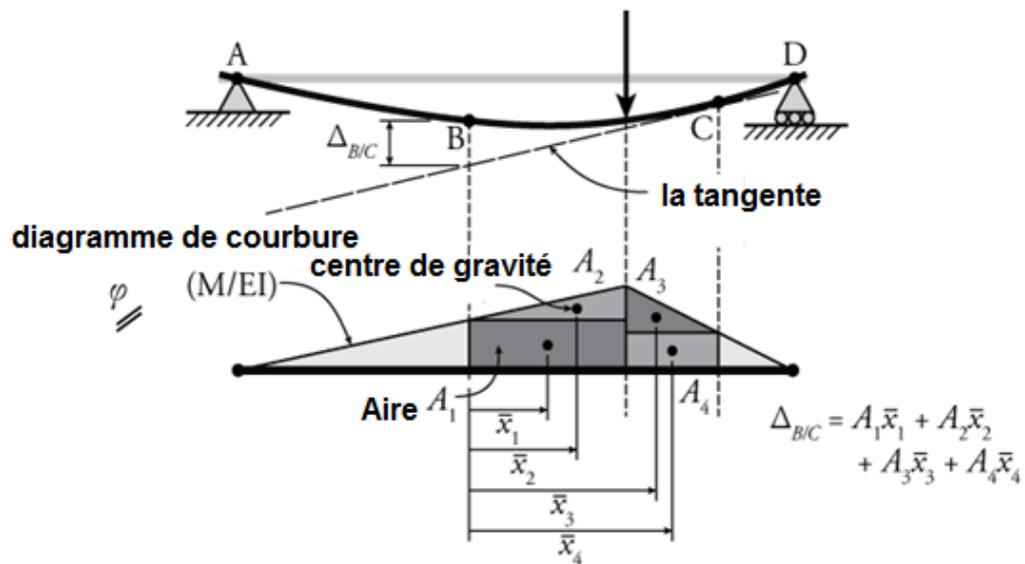


Figure 2.2 : Théorème moment section.

La distance entre une tangente de référence en un point et la forme fléchie en un autre point est trouvée en prenant le moment de l'aire sous le diagramme de courbure entre les deux points. Il s'agit en fait d'un processus similaire au processus requis pour trouver le centre de gravité d'une section transversale. Si la zone sous le diagramme de courbure est une forme complexe, nous pouvons la diviser en zones plus petites avec des formes simples (A_1 à A_4 comme illustré à la figure 2.2 et trouver la somme des moments des zones pour chacune. Un moment d'une aire est simplement l'aire de la forme (A) multipliée par la distance au centre de gravité (\bar{x}) comme indiqué sur la figure. Sur la figure, la distance entre la tangente de référence et la forme fléchie est égale à :

$$\Delta_{B/C} = A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 + A_3 \bar{X}_3 + A_4 \bar{X}_4 \quad (2.1)$$

2.4. Relation entre la courbure et le déplacement

Selon Paulay et Priestley (1992), un élément structural simple, tel qu'un porte-à-faux, la relation entre la courbure et le déplacement peut être simplement exprimée en intégrant les courbures le long de la longueur :

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_m}{\Delta_y} = \frac{\int \phi(x) x dx}{\int \phi_e(x) x dx} = \frac{k_1 \phi_m}{k_2 \phi_m} = K_{\mu} \phi \quad (2.2)$$

Où $\phi_u(x)$ et $\phi_y(x)$ sont les distributions de courbure ultime et à la fin de la phase élastique respectivement, K , K_1 et K_2 , sont des constantes, et x est mesuré à partir du point d'encastrement de la poutre.

2.5. Formulation des rotules plastiques

A la suite des divers séismes survenus et des essais réalisés, plusieurs chercheurs ont constaté que pendant les déplacements, les structures présentent des grandes déformations inélastiques et des courbures élevées dans la région où le moment est plus élevé. Cette région est normalement appelée rotule plastique. Pour un élément encasté-libre, comme un porte-à-faux, **Park et Paulay (1975)** ont proposé le modèle présenté dans la figure 2.3, où dans le domaine plastique, une rotule plastique est formée au niveau de l'encastrement.

Plusieurs chercheurs ont proposé différentes formules pour le calcul de la longueur d'une rotule plastique à savoir **Sawyer (1965)**, **Corley (1966)**, **Mattock (1967)**, **Paulay et Priestley (1992)** et **Panagiotakos and Fardis (2001)**, cette longueur est liée à la position d'application de la charge, la hauteur de la section de béton, diamètre des armatures tendues, la limite élastique des aciers tendus.

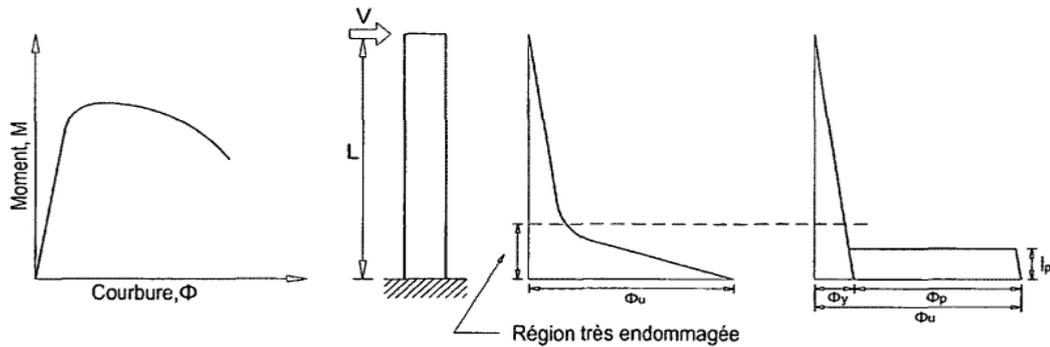


Figure 2.3 : Définition de la longueur de la rotule plastique (Park et Paulay, 1975).

2.6. Application du théorème moment-section sur les porte-à-faux

a- Déplacement à la fin de la phase élastique :

La distribution réelle de courbure jusqu'à la fin de la phase élastique $\phi_y(x)$ est non linéaire en raison de la relation non linéaire entre le moment et la courbure (Figure 2.4) et en raison rigidité locale à la flexion entre les fissures. Cependant, en adoptant l'approximation linéaire suggérée sur la figure 2.4 et illustrée sur la figure 2.5(c) (Paulay et Priestley,1992).

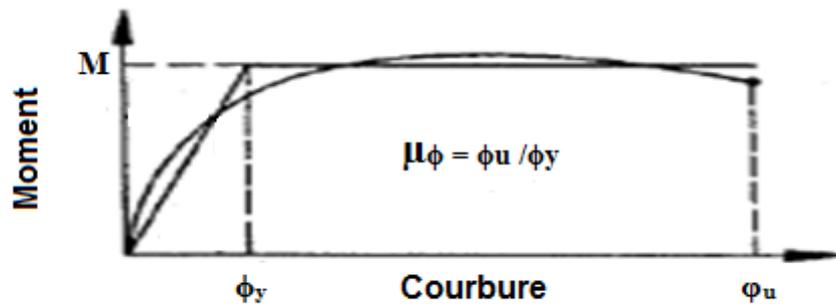


Figure 2.4 : Diagramme moment-courbure idéalisée (Paulay et Priestley,1992).

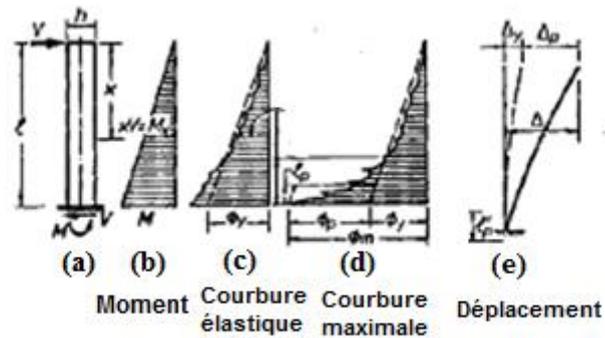


Figure 2.5 : Déplacement élastique et ultime (Paulay et Priestley,1992).

b- Déplacement Maximal

La distribution de la courbure au déplacement maximal Δ_u est représentée par la figure 2.5(d), correspondant à une courbure maximale ϕ_u au point d'encastrement du porte-à-faux. Pour faciliter le calcul, la courbure ultime est considérée distribuée sur une longueur égale à la longueur de rotule plastique formée au niveau de l'encastrement (Paulay et Priestley,1992).

2.7. Conclusion

A la lecture de ce chapitre, on peut noter que :

- Le théorème moment-section est basé sur les diagrammes des courbures
- Le théorème moment-section peut être utilisé pour estimer les déplacements d'un porte-à-faux
- A la phase ultime, la rotule plastique est formée au niveau de l'encastrement du porte-à-faux
- La rotule plastique dépend de, la longueur du porte-à-faux, diamètre des armatures tendues, la limite élastique des aciers tendus.

Chapitre 3

Calcul du facteur de ductilité de déplacement

3.1. Introduction

Ce troisième chapitre présente la méthode de calcul du facteur de déplacement. Le calcul des déplacements se base principalement sur le calcul des courbures, ces dernières nécessitent le plus souvent une étude aux états limites. Avant commencer la présentation des courbures et des déplacements, le comportement des matériaux à savoir le béton et l'acier est présenté, ensuite, les hypothèses utilisées sont aussi présentées.

3.2. Lois de comportement des matériaux

3.2.1. Béton

L'Eurocode 2 (EN 1992, 2004) a fourni le modèle du béton sous une compression simple appelé modèle parabole rectangle (Figure), ceci est fourni originalement par le BAEL 91-99. Le modèle de l'Eurocode 2 limite la résistance du béton à 90MPa. La valeur de calcul de la résistance en compression du béton sur cylindre f_{cd} est définie par :

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.1)$$

Où, γ_c est le facteur partiel de sécurité pour le béton, égal à 1.5 pour les situations durables et 1.2 pour les situations accidentelles, α_{cc} est un coefficient tenant compte des effets à long terme sur la résistance à la compression du béton, sa valeur varie entre 0.8 et 1. Dans la suite, la situation accidentelle est totalement considérée.

Selon l'Eurocode 2, la relation entre les contraintes et les déformations est donnée comme suit :

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & \text{pour } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ f_{cd} & \text{pour } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (3.2)$$

Où déformation résultant de la compression du béton et ε_{c2} est la déformation de compression du béton sous la contrainte maximale f_{cd} et ε_{cu} est la déformation de compression ultime du béton, définie par, ε_c est la

$$\varepsilon_{cu} (\%) = \begin{cases} 3.5 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{pour } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.3)$$

n : est un exposant qui prend les valeurs suivantes :

$$n = \begin{cases} 2 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 23.4 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{pour } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.4)$$

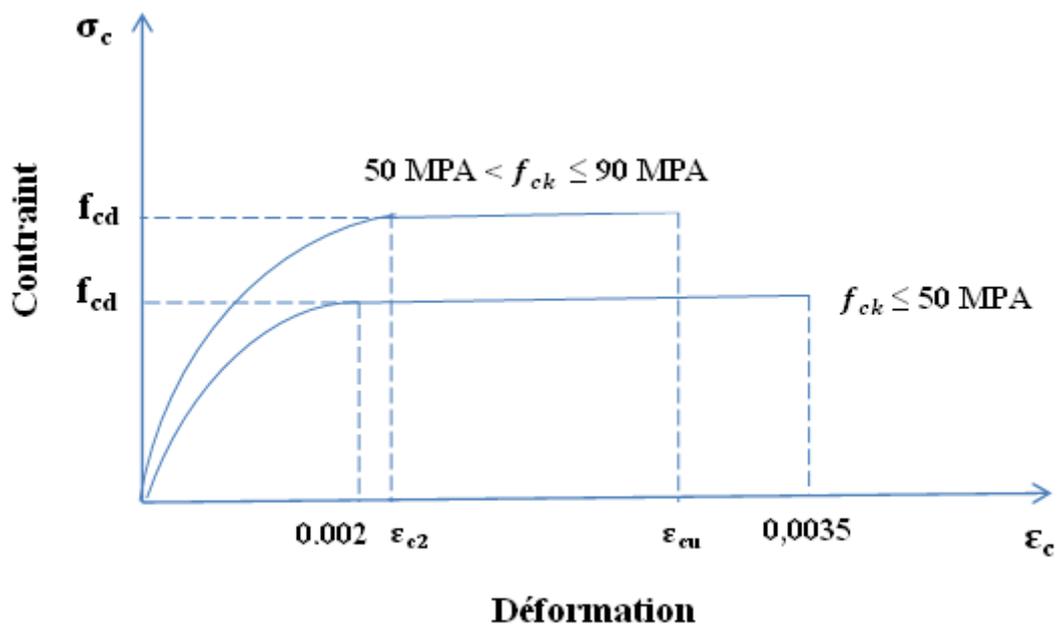


Figure 3.1 : Diagramme parabolique rectangle pour le béton non confiné sous compression (EN 1992, 2004).

3.2.2. Acier

L'Eurocode 2 (EN 1992, 2004) tolère l'utilisation des aciers avec une limite élastique jusqu'à 600MPa. L'acier a le même comportement dans la compression et la traction. Le modèle de l'acier fourni par l'Eurocode 2 est utilisé dans cette étude. La figure présente le diagramme contrainte-déformation de l'Eurocode 2. La contrainte de calcul (f_{yd}) est donnée comme suit :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.5)$$

Où, γ_s est un coefficient partiel de l'acier égal à 1.15 pour les situations durables et 1 pour les situations accidentelles.

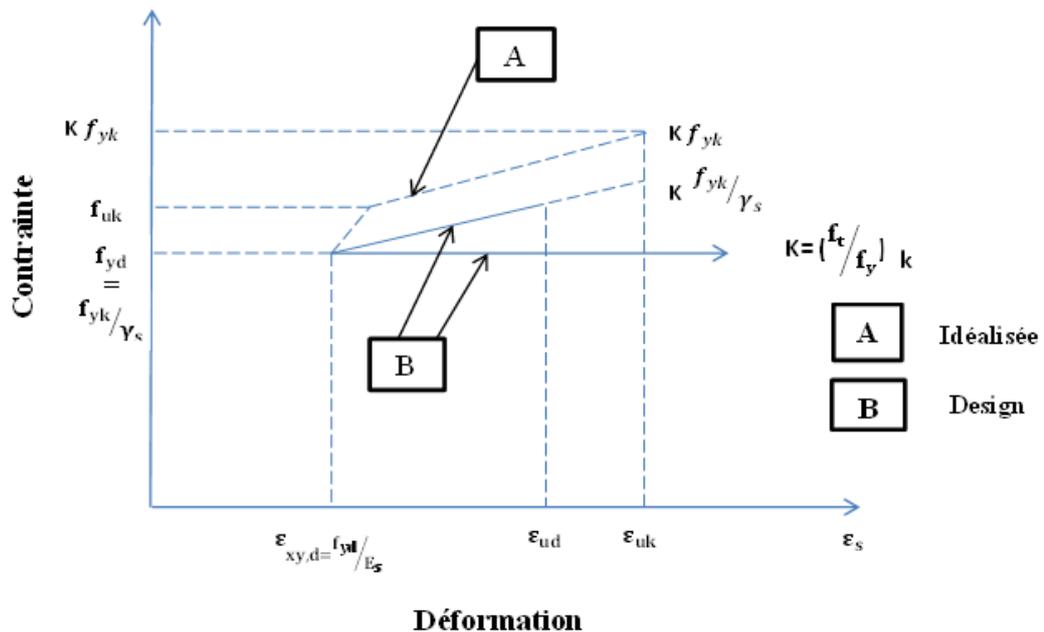


Figure 3.2 : Diagramme "contrainte – déformation" des aciers du béton armé d'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).

$\epsilon_{sy,d} = f_{yd}/E_s$: Allongement élastique de l'armature sous charge maximale.

E_s : Module d'élasticité de l'acier, égal à 200000 MPa.

ϵ_{uk} : Allongement ultime de l'armature sous charge maximale, cette déformation ultime est limitée à 5 % pour la classe B et 7.5 % pour la classe C. La valeur recommandée pour ϵ_{ud} est $0.9\epsilon_{uk}$

3.3. Calcul des déplacements

Les déplacements sont calculés par Hsu (1980) avec le théorème moment-section.

3.3.1. Flèche élastique

La flèche élastique est calculée quand les armatures tendues atteignent leur limite élastique. Dans ce contexte, la flèche élastique est donnée comme suit :

$$\Delta_y = \varphi_y \cdot L \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2L}{3} \quad (3.6)$$

$$\Delta_y = \varphi_y \cdot \frac{L^2}{3} \quad (3.7)$$

3.3.2. Flèche ultime

La flèche ultime est calculée quand la déformation à la fibre extrême du béton comprimé atteint sa valeur ultime. Dans ce contexte, la flèche ultime est calculée comme suit :

$$\Delta_u = \varphi_y \cdot \frac{L^2}{3} + [(\varphi_u - \varphi_y) l_p (L - 0.5 l_p)] \quad (3.8)$$

3.3.2.1. Rotule plastique :

Selon Paulay et Priestley (1987), la longueur de la rotule plastique est donnée comme suit :

$$l_p = 0.08z + 0.022d_b f_y \quad (3.9)$$

Où ; z est distance entre le point d'application de la charge et l'encastrement, d_b est diamètre maximal des armatures tendues et f_y est la limite élastique des armatures tendues.

3.4. Hypothèses de calcul

- L'effet de confinement est négligé ;
- Le déplacement élastique est calculé quand les armatures tendues atteignent leur limite élastique ;
- Le déplacement ultime est calculé quand le béton comprimé atteint sa déformation ultime ;
- Les sections droites restent planes après déformation ;
- Et il n'y a pas de glissement entre les armatures et le béton ;
- La résistance à la traction du béton est négligée ;
- Le diagramme contraintes-déformation du béton est celui de l'acier de l'Eurocode 2 sont adoptés ;

3.4. Calcul des courbures

3.4. Courbure à la fin de la phase élastique

La figure présente une section transversale d'un élément fléchi avant que les armatures tendues dépassent leur limite élastique.

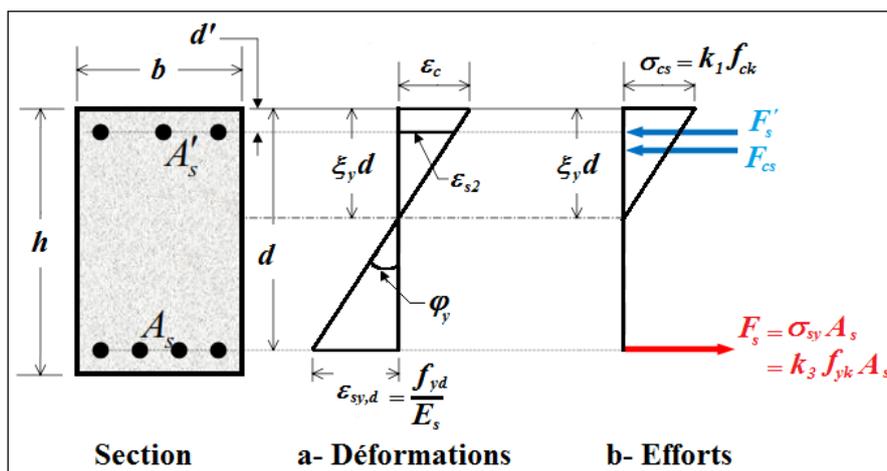


Figure 3.3 : Comportement d'une section fléchie d'une poutre en béton armé à l'état limite de service (la fin de phase élastique).

Chapitre 3 : Calcul du facteur de ductilité de déplacement

La Figure 3.5, illustre une section transversale d'une poutre en béton armé doublement armée à l'état limite de service, où ξ_y désigne le facteur de la hauteur de la zone comprimée à l'état élastique, d est la hauteur utile de la section et d' est la hauteur de l'enrobage dans la zone comprimée. D'après la Figure 3.5a, la courbure à la fin de la phase élastique est exprimée par :

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{sy,d}}{d(1-\xi_y)} \quad (3.9)$$

Et, la déformation dans les armatures comprimées ε_{s2} , s'écrit :

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(\xi_y d - d')}{d(1-\xi_y)} \frac{k_3 f_{yk}}{E_s} \quad (3.10)$$

Sachant que la contrainte dans les armatures comprimées $\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$, l'équation d'équilibre statique des efforts internes sollicitant la section, dans la Figure 3.5b s'écrit :

$$\frac{1}{2} \xi_y d b k_1 f_{ck} + \frac{(\xi_y d - d')}{d(1-\xi_y)} k_3 f_{yk} A'_s = \sigma_{sy} A_s \quad (3.11)$$

La solution de cette équation, conduit à un polynôme du second degré en fonction de la variable ξ_y , dont la solution acceptable retenue est :

$$\xi_y = \left(\frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right) - \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right)^2 - \frac{2 k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} \left(\rho + \frac{d'}{d} \rho' \right)} \quad (3.12)$$

Où, $\rho = A_s / bd$ est le pourcentage d'armatures tendues, et $\rho' = A'_s / bd$ est le pourcentage d'armatures comprimées.

On détermine ε_{s2} exprimé par la relation (3.8), si $\varepsilon_{s2} \leq f_{yk}/E_s$, on retient la valeur de ξ_y obtenue par (3.10). Dans le cas contraire, les armatures comprimées A_{s2} sont plastifiées en compression, et dans ce cas l'équation (3.9), devient :

$$\frac{1}{2} \xi_y d b k_1 f_{ck} + k_3 f_{yk} A'_s = k_3 f_{yk} A_s \quad (3.13)$$

Donc, il est évident que :

$$\xi_y = \frac{2k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho - \rho') \quad (3.14)$$

Le moment résistant à la fin de la phase élastique, s'obtient par rapport aux armatures tendues A_s , comme suit :

$$M_y = \frac{1}{2} \xi_y db k_1 f_{ck} \left(d - \frac{1}{3} \xi_y d \right) + d \frac{(\xi_y d - d')}{d(1-\xi_y)} k_3 f_{yk} A'_s (d - d') \quad (3.15)$$

3.5. Courbure à l'état limite ultime

La Figure 3.6 illustre le comportement d'une section transversale à l'état ultime, c-à-d quand la fibre extrême du béton comprimé atteint sa déformation ultime.

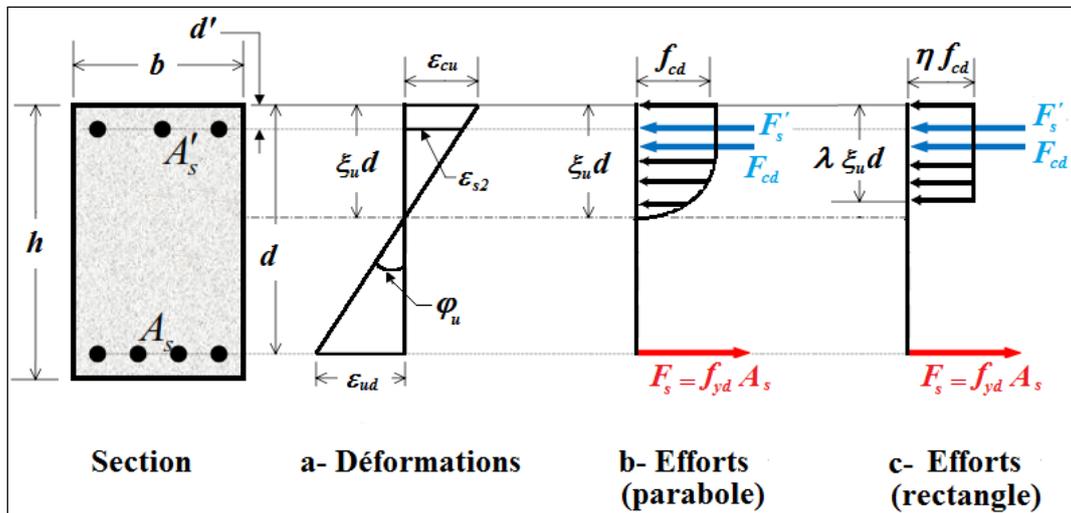


Figure 3.4 : Comportement de la section d'une poutre fléchie en béton armé à l'état limite ultime.

3.5.1. Rupture par écrasement du béton

Dans le cas d'une rupture par écrasement du béton, la déformation du béton ϵ_c dans les fibres extrêmes supérieures excède la valeur ultime de ϵ_{cu} ($\epsilon_c \geq \epsilon_{cu}$), avant que la déformation ϵ_s dans les armatures tendues atteigne ϵ_{ud} ($\epsilon_s < \epsilon_{ud}$).

La courbure à l'état limite ultime, d'après la figure 3.6a, est exprimée par :

$$\varphi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\xi_u d} \quad (3.16)$$

Chapitre 3 : Calcul du facteur de ductilité de déplacement

Supposons que les armatures comprimées A'_s restent à l'état élastique, leur déformation ε_{s2} , s'obtient :

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu} \quad (3.17)$$

Sachant que la contrainte dans les armatures comprimées $\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$, l'équation d'équilibre des efforts internes de compression et de traction, s'écrit :

$$\lambda \xi_u d b \eta f_{cd} + \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu} E_s A'_s = f_{yd} A_s \quad (3.18)$$

Où λ est le facteur de la hauteur effective de la zone comprimée (Figure 3.6c). D'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), il s'exprime par :

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & \text{pour } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.19)$$

Et η est le facteur de la résistance effective du béton (figure 3.6c). D'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), il s'exprime par :

$$\eta = \begin{cases} 1.0 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & \text{pour } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.20)$$

La solution de l'équation (3.16), conduit à une expression du second degré variant en fonction de ξ_u , dont la solution acceptable, s'écrit comme suit :

$$\xi_u = \frac{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu} E_s \rho')}{2 \lambda \eta f_{cd}} + \frac{\sqrt{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu} E_s \rho')^2 + 4 \lambda \eta f_{cd} \varepsilon_{cu} E_s \rho' \frac{d'}{d}}}{2 \lambda \eta f_{cd}} \quad (3.21)$$

Le moment résistant à l'état limite ultime par rapport aux armatures tendues, s'exprime par :

$$M_u = \lambda \xi_u db \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda \xi_u d}{2} \right) + \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu} E_s A'_s (d - d') \quad (3.22)$$

Le facteur de ductilité en courbure, dans le cas de la rupture par écrasement du béton s'obtient, par le rapport entre la courbure à l'état ultime déterminée en (3.14) et la courbure à la fin de la phase élastique déterminée en (3.7) :

$$\mu_{\varphi c} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy,d}} \frac{(1 - \xi_y)}{\xi_u} \quad (3.23)$$

3.8. Conclusion

Dans ce chapitre, les modèles des matériaux de l'Eurocode 2 sont sélectionnés pour mener l'étude paramétrique de cette recherche. Ce chapitre a montré que le calcul des déplacements se base sur les diagrammes des courbures et la longueur de la rotule plastique qui apparait au niveau de l'encastrement d'un porte-à-faux. D'autre part, ce chapitre a montré aussi que le calcul des courbures nécessite une étude aux états limites.

Chapitre 4

Etude de la ductilité de déplacement

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

4.1. Introduction

Ce dernier chapitre fait l'objectif principal de cette recherche, où il présente l'étude de la ductilité de déplacement d'un porte-à-faux en béton armé. Ce chapitre aborde l'effet des différents paramètres sur le facteur de ductilité de déplacement, où :

- La résistance du béton à la compression est variée de 20MPa à 90MPa ;
- La limite élastique des aciers est variée de 400MPa à 600MPa ;
- Le taux d'armatures tendues est varié de 0.5% à 4% ;
- Le rapport ρ'/ρ est varié de 0.5 à 1 ;
- Le diamètre des armatures tendues est varié de 10mm à 40mm ;
- La longueur du porte-à-faux est variée de 1m à 5m.

Ensuite, ce chapitre présente l'allure de variation du facteur de la ductilité de déplacement en fonction de chaque paramètre étudié. Enfin, il présente une comparaison entre le facteur de la ductilité locale et de déplacement.

4.2. Effet de la résistance du béton « f_{ck} »

Le tableau 4.1 présente la variation de la ductilité de déplacement μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton f_{ck} . Les valeurs du tableau montrent que le facteur de la ductilité de déplacement augmente avec l'augmentation de la résistance du béton pour un béton ordinaire, c-à-d $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$. Au-delà de cette résistance, ce facteur devient presque constant. La figure 4.1 montre bien ces déductions.

Il est connu que l'adhérence entre les armatures et le béton augmente avec l'augmentation de la résistance du béton, elle atteint son maximum quand f_{ck} égale à 50MPa, à partir de cette résistance l'adhérence entre le béton et l'acier devient presque constante. Ce phénomène influe directement la ductilité de déplacement, où elle est proportionnelle à l'adhérence.

Tableau 4.1 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton.

f_{ck} (MPa)	μ_{Δ}
20	3,84
25	4,43
30	4,97
35	5,46
40	5,91
45	6,33

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

50	6,73
55	6,39
60	6,19
65	6,10
70	6,09
75	6,13
80	6,19
85	6,24
90	6,29

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $d_b = 10\text{mm}$; $\rho = 0.005$; $\rho'/\rho = 0.5$; $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

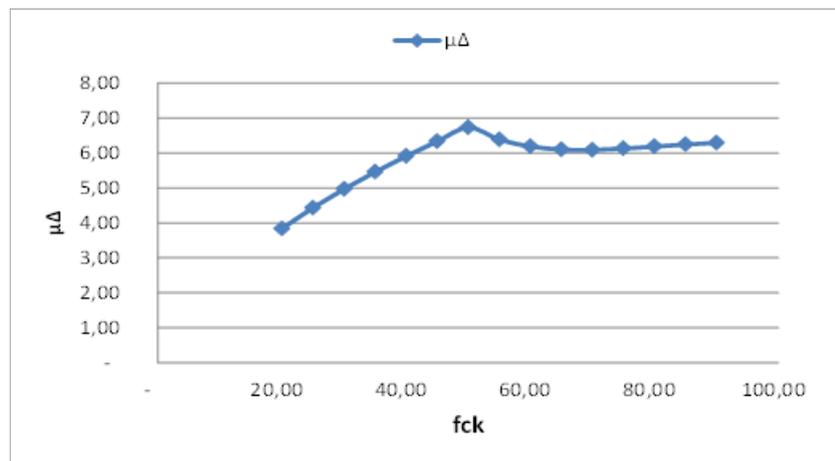


Figure 4.1 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton.

4.3. Effet du taux d'armatures tendues « ρ »

Les résultats obtenus en fonction de la variation du taux d'armatures tendues sont présentés dans le tableau 4.2. Les valeurs de ce tableau indiquent que le facteur de la ductilité de déplacement est influé négativement par le taux d'armatures tendues « ρ ». La représentation graphique du tableau est illustrée sur la figure 4.2. Cette figure montre bien l'influence négative du taux d'armatures tendues sur le facteur de ductilité de déplacement.

Le facteur de la ductilité de déplacement est calculé sur la base du déplacement vertical (flèche). L'ajout des armatures dans la partie tendue à une influence négative sur la flèche, par conséquent, il influe négativement le facteur de la ductilité.

Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement

Tableau 4.2 : Facteur μ_{Δ} en fonction du taux d'armatures tendues.

P	μ_{Δ}		
	$f_{ck} = 20\text{MPa}$	$f_{ck} = 50\text{MPa}$	$f_{ck} = 90\text{MPa}$
0.005	3,84	6,73	6,29
0.01	2,39	4,43	4,20
0.015	1,83	3,40	3,27
0.02	1,56	2,79	2,71
0.025	1,40	2,39	2,34
0.03	1,29	2,11	2,07
0.035	0,78	1,91	1,87
0.04	0,60	1,77	1,72

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $d_b = 10\text{mm}$; $\rho'/\rho = 0.5$; $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

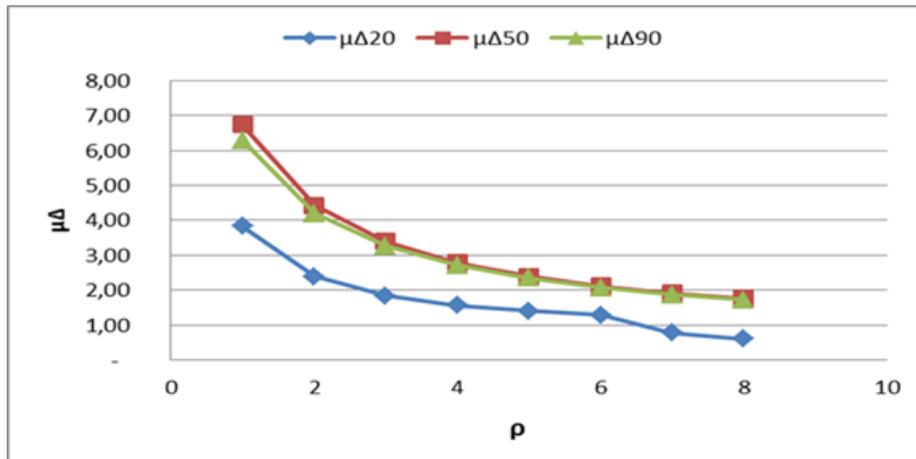


Figure 4.2 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du taux d'armatures tendues.

4.4. Effet du rapport d'armatures comprimées aux armatures tendues « ρ'/ρ »

Le tableau 4.3 affiche la variation du facteur de la ductilité de déplacement μ_{Δ} en fonction du rapport d'armatures comprimées aux armatures tendues « ρ'/ρ ». Les valeurs du tableau montrent que ce facteur est influé négativement par le rapport ρ'/ρ pour les faibles taux d'armatures tendues. Par ailleurs, pour les taux d'armatures élevés le rapport ρ'/ρ influe positivement sur le facteur de la ductilité de déplacement. La figure 4.3 montre bien ces déductions.

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

Les sections de poutre avec des faibles taux d'armatures tendues sont déjà ductiles, donc l'ajout d'armatures dans la zone comprimée influe négativement la ductilité des poutres. D'autres part, pour les poutres avec des taux d'armatures tendues élevés ne sont pas ductiles, par conséquent, l'ajout des armatures dans la partie comprimée est indispensable pour améliorer leur ductilité.

Tableau 4.3 : Facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ .

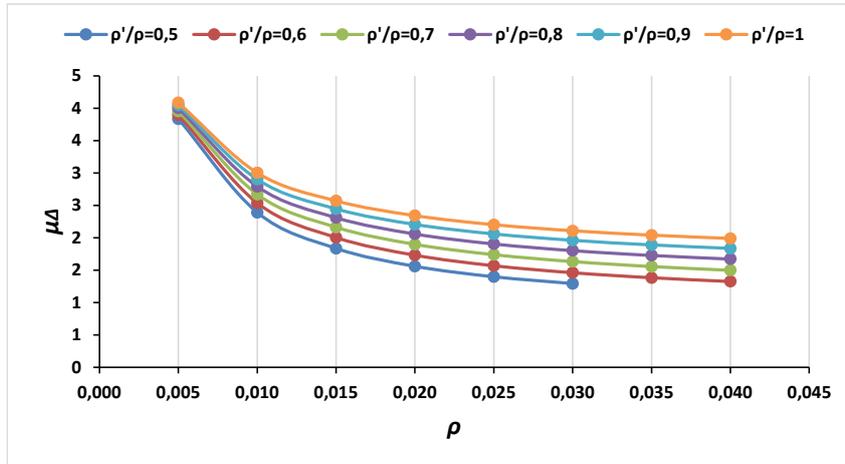
f_y (MPa)	f_{ck} (MPa)	ρ'/ρ	μ_{Δ}					
			ρ'/ρ = 0.5	ρ'/ρ = 0.6	ρ'/ρ = 0.7	ρ'/ρ = 0.8	ρ'/ρ = 0.9	ρ'/ρ = 1.0
400	20	0,005	3,84	3,90	3,95	4,00	4,05	4,09
		0,01	2,39	2,54	2,67	2,79	2,90	3,00
		0,015	1,83	2,00	2,16	2,31	2,45	2,57
		0,020	1,56	1,73	1,90	2,06	2,21	2,34
		0,025	1,40	1,57	1,74	1,90	2,06	2,20
		0,030	1,29	1,46	1,63	1,80	1,96	2,11
		0,035	-	1,38	1,56	1,73	1,89	2,04
		0,040	-	1,32	1,50	1,67	1,84	1,99
	50	0,005	6,73	6,59	6,47	6,37	6,28	6,21
		0,01	4,43	4,46	4,48	4,50	4,51	4,53
		0,015	3,40	3,49	3,57	3,64	3,70	3,76
		0,020	2,79	2,91	3,03	3,13	3,22	3,30
		0,025	2,39	2,54	2,67	2,79	2,90	3,00
		0,030	2,11	2,27	2,42	2,56	2,68	2,79
		0,035	1,91	2,08	2,24	2,38	2,51	2,63
		0,040	1,77	1,94	2,10	2,25	2,39	2,51
	90	0,005	6,29	6,12	5,98	5,85	5,75	5,66
		0,01	4,20	4,18	4,16	4,14	4,13	4,11
		0,015	3,27	3,30	3,33	3,36	3,38	3,41
		0,020	2,71	2,78	2,83	2,88	2,93	2,97

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

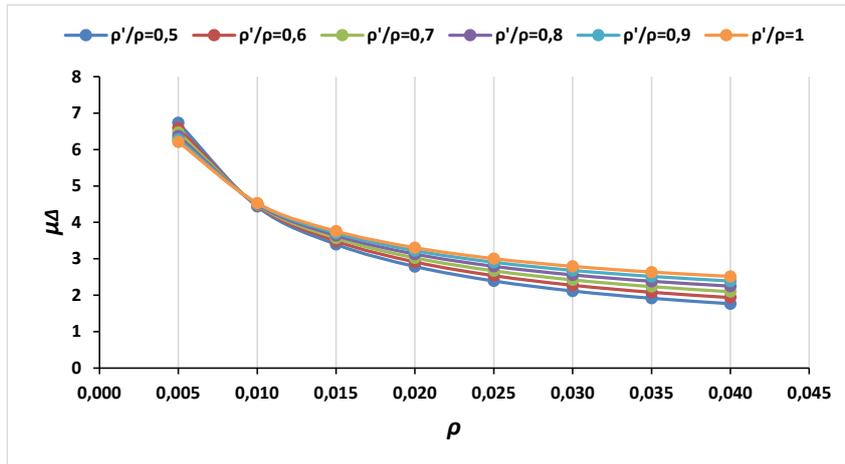
600		0,025	2,34	2,42	2,49	2,56	2,62	2,68	
		0,030	2,07	2,16	2,25	2,32	2,40	2,46	
		0,035	1,87	1,97	2,06	2,14	2,22	2,30	
		0,040	1,72	1,82	1,91	2,00	2,09	2,17	
	20	0,005	2,19	2,27	2,34	2,41	2,47	2,53	
		0,01	1,36	1,46	1,55	1,65	1,74	1,82	
		0,015	1,10	1,19	1,28	1,37	1,47	1,56	
		0,020	-	1,06	1,14	1,23	1,33	1,43	
		0,025	-	-	1,06	1,15	1,24	1,34	
		0,030	-	-	1,00	1,09	1,18	1,28	
		0,035	-	-	-	1,04	1,14	1,24	
		0,040	-	-	-	1,01	1,10	1,20	
		50	0,005	4,18	4,15	4,13	4,11	4,09	4,08
			0,01	2,58	2,64	2,69	2,74	2,79	2,83
			0,015	1,92	2,00	2,09	2,16	2,24	2,30
			0,020	1,57	1,66	1,76	1,84	1,93	2,01
			0,025	1,36	1,46	1,55	1,65	1,74	1,82
			0,030	1,23	1,32	1,42	1,51	1,60	1,69
			0,035	1,14	1,22	1,32	1,41	1,51	1,60
			0,040	1,07	1,15	1,24	1,34	1,43	1,53
		90	0,005	4,00	3,94	3,89	3,85	3,81	3,78
			0,01	2,54	2,56	2,58	2,60	2,62	2,63
			0,015	1,93	1,97	2,01	2,05	2,09	2,13
			0,020	1,59	1,64	1,69	1,74	1,79	1,83
			0,025	1,38	1,43	1,48	1,54	1,59	1,64
			0,030	1,23	1,29	1,34	1,39	1,45	1,50
			0,035	1,13	1,18	1,24	1,29	1,35	1,40
			0,040	1,06	1,11	1,16	1,21	1,27	1,32

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $d_b = 10\text{mm}$; $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

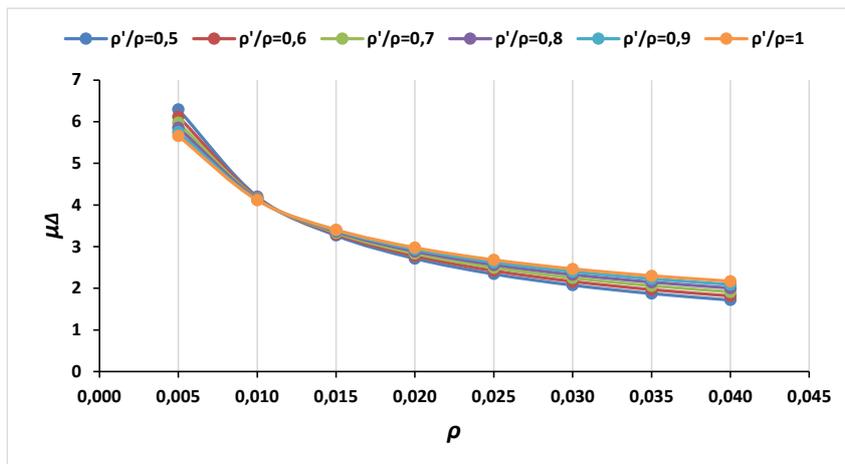
Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement



a- $f_{ck} = 20\text{MPa}$; $f_y = 400\text{MPa}$.

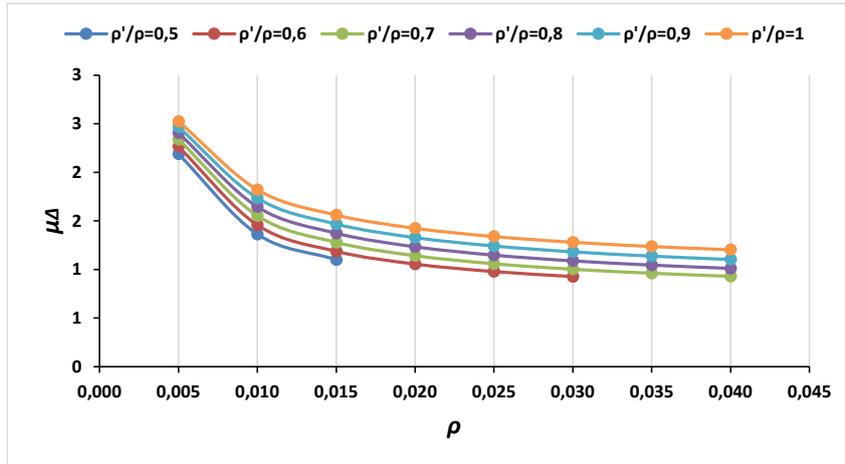


b- $f_{ck} = 50\text{MPa}$; $f_y = 400\text{MPa}$.

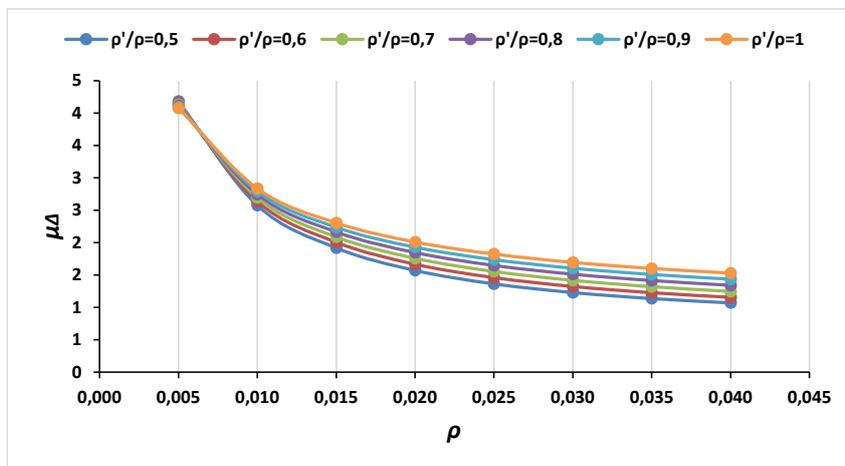


c- $f_{ck} = 90\text{MPa}$; $f_y = 400\text{MPa}$.

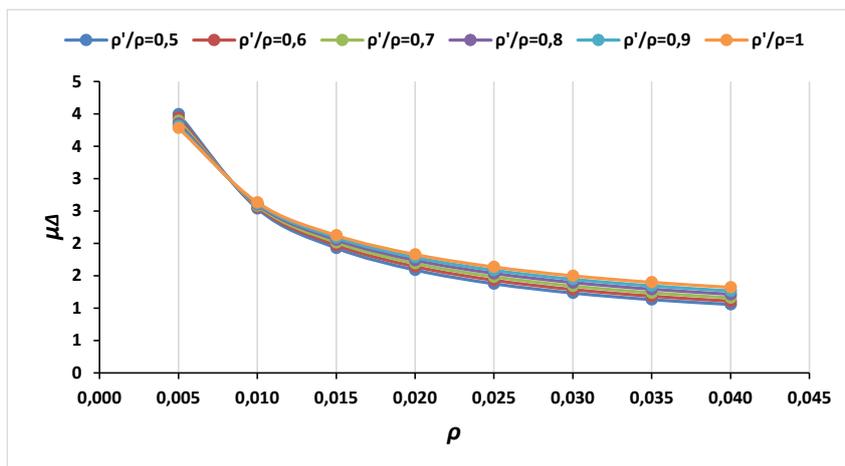
Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement



d- $f_{ck} = 20\text{MPa}$; $f_y = 600\text{MPa}$.



e- $f_{ck} = 50\text{MPa}$; $f_y = 600\text{MPa}$.



f- $f_{ck} = 90\text{MPa}$; $f_y = 600\text{MPa}$.

Figure 4.3 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ .

4.5. Effet de la limite élastique des armatures tendues et comprimées « f_y ; f'_y »

4.5.1. $f_y = f'_y$

Si les armatures tendues et comprimées ont la même limite élastique, le tableau 4.4 présente la variation du facteur de la ductilité de déplacement μ_Δ en fonction de la limite élastique des armatures tendues et comprimées « f_y et f'_y ». Les valeurs du tableau indiquent que ce facteur est diminué avec l'augmentation de la limite élastique des aciers « f_y et f'_y ». La figure 4.4 montre bien cette influence négative, où les trois courbes descendent avec l'augmentation des limites élastiques.

Tableau 4.4 : Facteur μ_Δ en fonction de la limite élastique des armatures.

$f_y = f'_y$ (MPa)	μ_Δ		
	$f_{ck} = 20\text{MPa}$	$f_{ck} = 50\text{MPa}$	$f_{ck} = 90\text{MPa}$
400	3,84	6,73	6,29
450	3,26	5,88	5,53
500	2,82	5,20	4,92
550	2,47	4,64	4,41
600	2,19	4,18	4,00

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $d_b = 10\text{mm}$; $\rho'/\rho = 0.5$; $\rho = 0.005$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

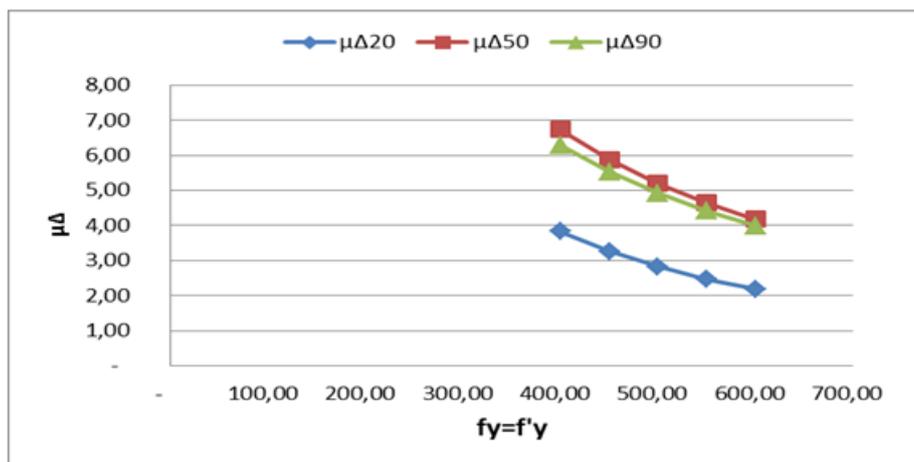


Figure 4.4 : Variation du facteur μ_Δ en fonction de la limite élastique des armatures.

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

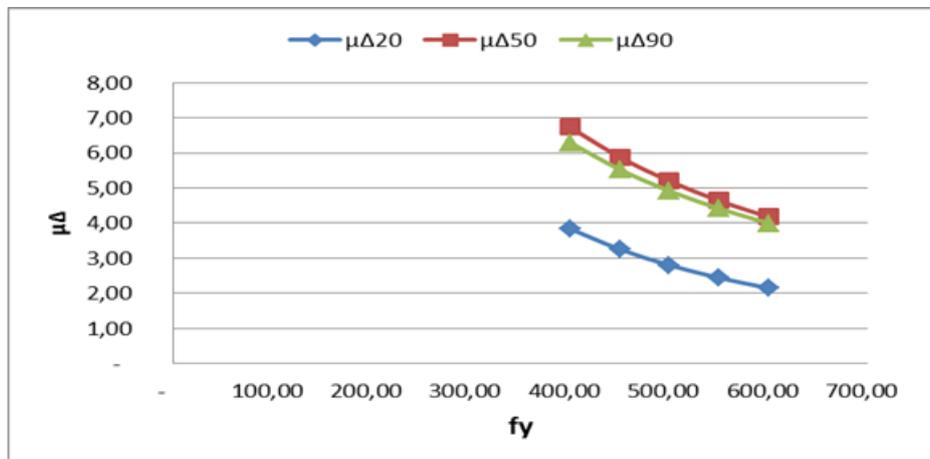
4.5.2. $f_y = \text{cst}$

Si la limite élastique des armatures comprimées est constante, les résultats du facteur de ductilité de déplacement sont apparus sur le tableau 4.5. Ces résultats exhibent que la limite élastique des armatures tendues a un effet négatif sur ce facteur de ductilité, où ce facteur est diminué de plus de 35% quand cette limite élastique augmente de 400MPa à 600MPa. L'allure des courbes tracées dans la figure 4.5 confirme bien ce constat.

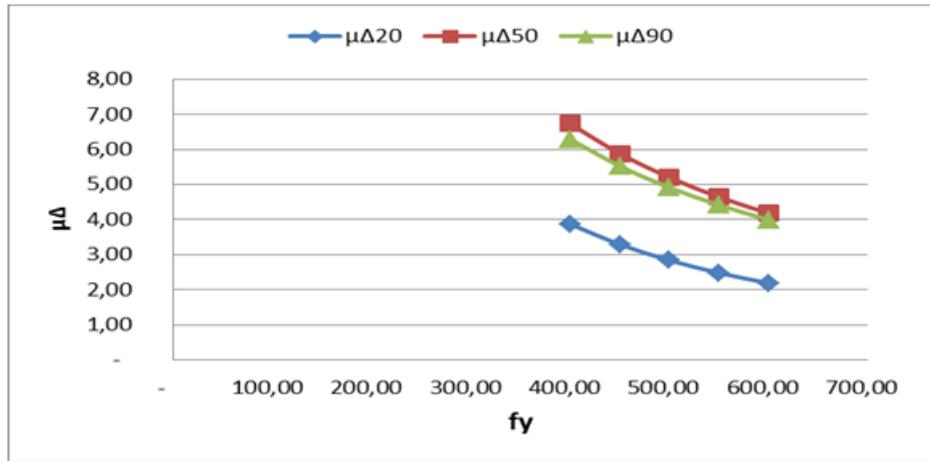
Tableau 4.5 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures tendues.

f _y (MPa)	f _y (MPa)	μ_{Δ}		
		f _{ck} = 20MPa	f _{ck} = 50MPa	f _{ck} = 90MPa
400	400	3,84	6,73	6,29
	450	3,25	5,88	5,53
	500	2,80	5,20	4,92
	550	2,44	4,64	4,42
	600	2,15	4,17	4,00
600	400	3,87	6,73	6,29
	450	3,29	5,88	5,53
	500	2,84	5,20	4,91
	550	2,48	4,64	4,41
	600	2,19	4,18	4,00

h = 400mm ; b = 300 mm ; Longueur = 3000 mm ; db = 10mm ; $\rho'/\rho = 0.5$; $\rho = 0.005$; Es = E's = 200000MPa.



a- $f_y = 400\text{MP}$.



b- $f_y = 600\text{MP}$.

Figure 4.5 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures tendues.

4.5.3. $f_y = \text{cst}$

Si la limite élastique des armatures tendues est constante, les résultats du facteur de la ductilité de déplacement sont présentés dans le tableau 4.6. Le facteur de la ductilité de déplacement est calculé pour des sections faiblement, normalement et fortement armées. Les résultats obtenus montrent que l'effet de la limite élastique des armatures comprimées est presque nul. Les courbes de la figure 4.6 montrent bien ce constat, où les courbes ont le même niveau, c-à-d n'y a pas de variation.

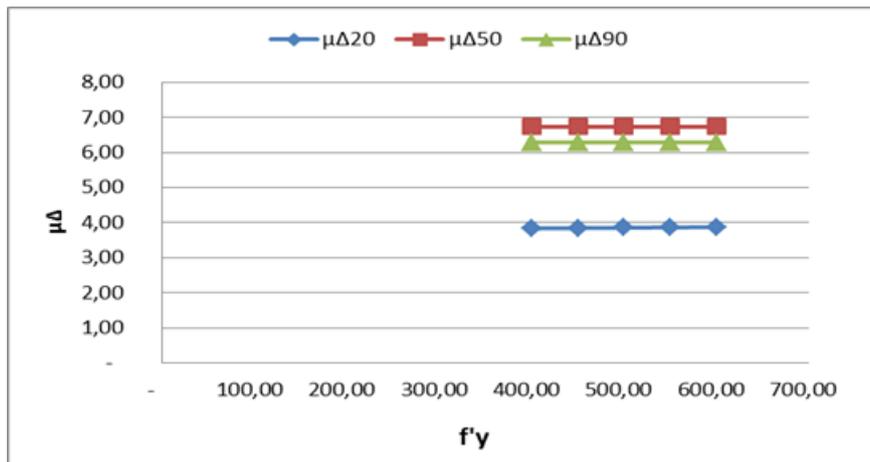
Tableau 4.6 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures comprimées.

Fy (MPa)	f'y (MPa)	μ_{Δ}								
		$\rho = 0.005$			$\rho = 0.02$			$\rho = 0.04$		
		f _{ck} (MPa)			f _{ck} (MPa)			f _{ck} (MPa)		
		20	50	90	20	50	90	20	50	90
400	400	3,84	6,73	6,29	1,56	2,79	2,71	-	1,77	1,72
	450	3,85	6,73	6,29	1,59	2,81	2,72	-	1,80	1,73
	500	3,86	6,73	6,29	1,63	2,83	2,72	1,22	1,83	1,74
	550	3,86	6,73	6,29	1,65	2,85	2,73	1,24	1,86	1,75
	600	3,87	6,73	6,29	1,68	2,86	2,73	1,26	1,89	1,76
600	400	2,15	4,17	4,00	-	1,51	1,57	0,13	0,80	1,02
	450	2,16	4,18	4,00	-	1,52	1,58	0,19	0,85	1,03

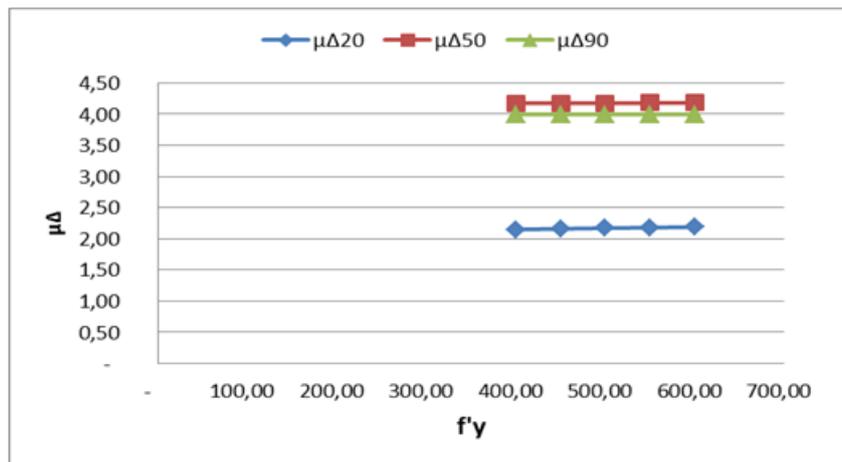
Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	500	2,17	4,18	4,00	-	1,54	1,58	0,25	0,90	1,04
	550	2,18	4,18	4,00	-	1,56	1,59	0,31	1,05	1,05
	600	2,19	4,18	4,00	-	1,57	1,59	0,37	1,07	1,06

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $d_b = 10\text{mm}$; $\rho'/\rho = 0.5$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

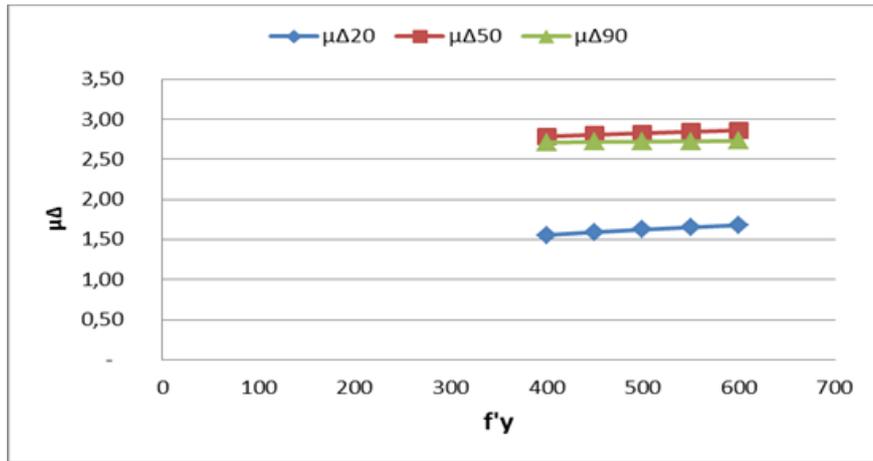


a- $\rho = 0.005$; $f_y = 400\text{MPa}$.

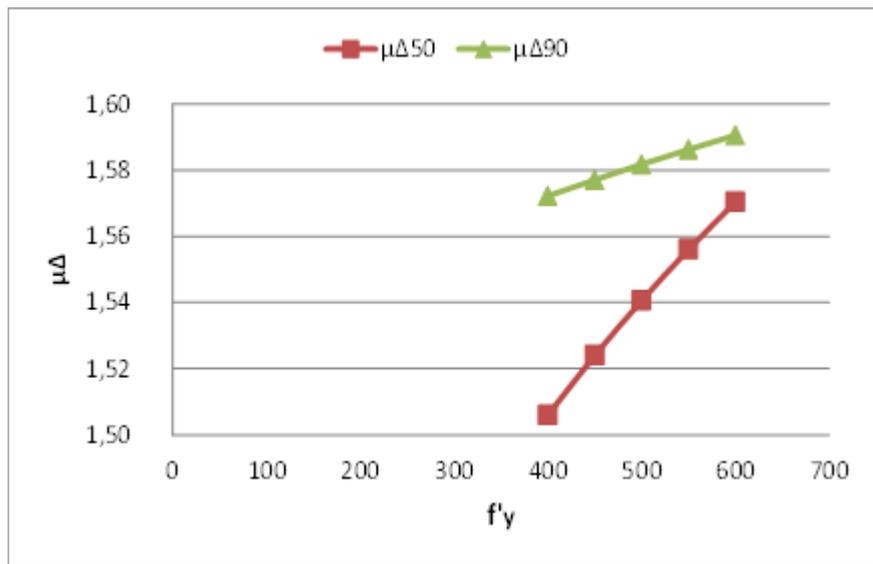


b- $\rho = 0.005$; $f_y = 600\text{MPa}$.

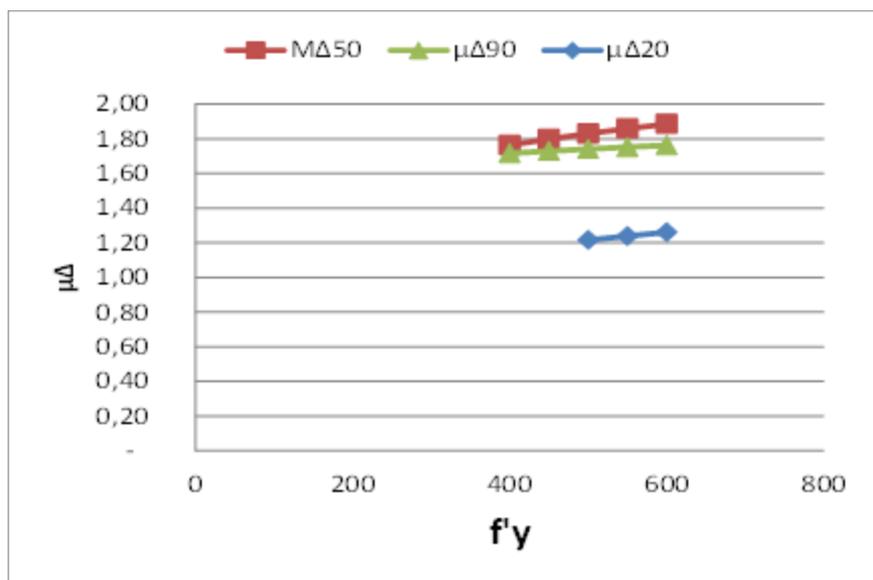
Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement



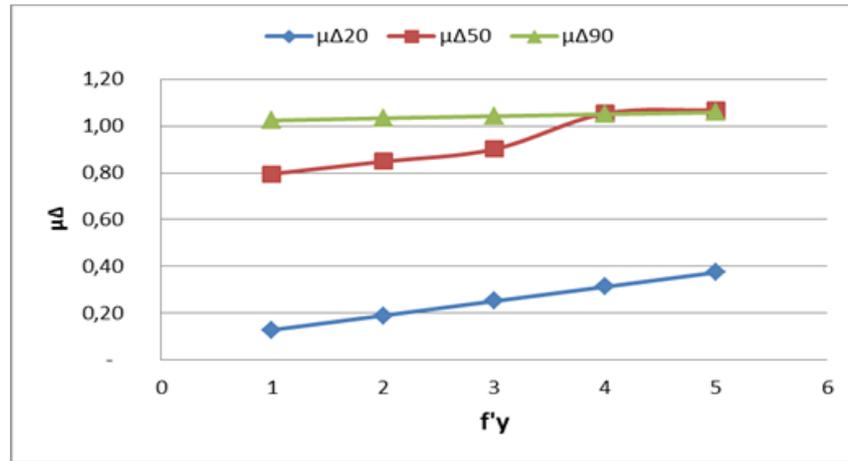
c- $\rho = 0.02 ; f_y = 400\text{MPa}$.



d- $\rho = 0.02 ; f_y = 600\text{MPa}$.



e- $\rho = 0.04 ; f_y = 400\text{MPa}$.



$f_c = 0.04 ; f_y = 600\text{MPa}$.

Figure 4.6 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la limite élastique des armatures comprimées.

4.6. Effet de diamètre des armatures tendues

Des sections de poutres ont été étudiées avec des taux d'armatures fixes mais avec des différents diamètres d'armatures. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.7. Ces résultats indiquent que le diamètre des armatures a une incidence positive sur le facteur de la ductilité de déplacement, où l'augmentation du diamètre augmente ce facteur de ductilité. Pour les sections faiblement armées le taux d'amélioration du facteur μ_{Δ} est entre 10% et 12%. D'autre part, le taux d'amélioration peut atteindre 32% pour les sections normalement et sur armées. La figure 4.7

A partir de l'équation (3.9), la rotule plastique est influée positivement par le diamètre des armatures tendues. Quand la longueur de la rotule plastique est importante, la flèche ultime est par conséquent importante, cela est influé positivement sur la ductilité des poutres.

Tableau 4.7 : Facteur μ_{Δ} en fonction de diamètre des armatures tendues.

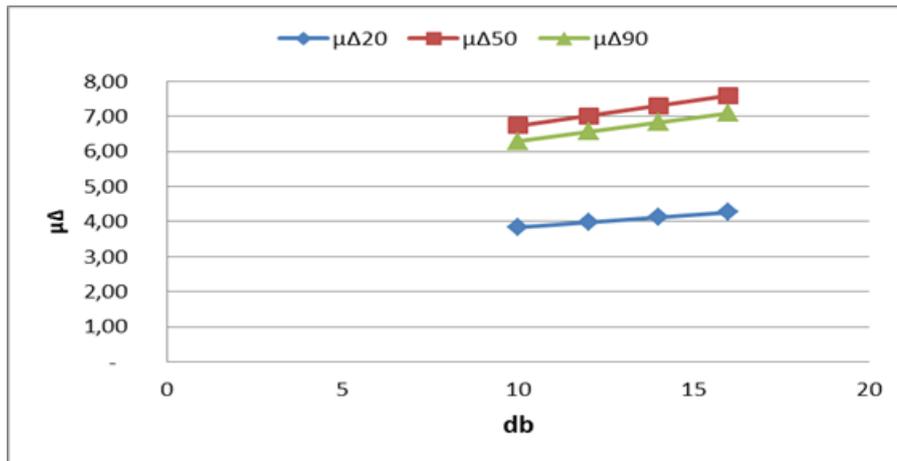
P	ρ'/ρ	$d_b(\text{mm})$	μ_{Δ}		
			$f_{ck} = 20\text{MPa}$	$f_{ck} = 50\text{MPa}$	$f_{ck} = 90\text{MPa}$
0.005	0.5	10	3,84	6,73	6,29
		12	3,98	7,02	6,56
		14	4,12	7,31	6,82
		16	4,26	7,59	7,09
		10	4,09	6,21	5,66

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

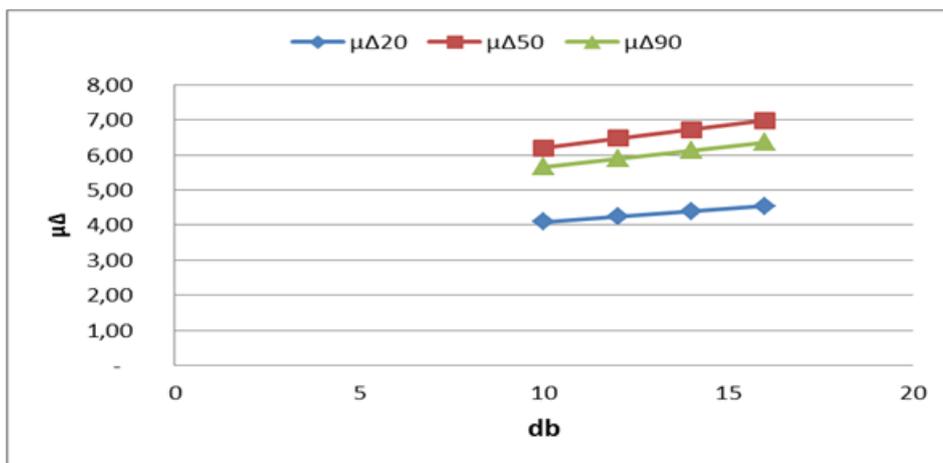
	1	12	4,24	6,47	5,89
		14	4,40	6,73	6,12
		16	4,55	6,99	6,36
0.02	0.5	12	1,59	2,88	2,80
		14	1,61	2,97	2,89
		16	1,64	3,06	2,97
		20	1,70	3,23	3,14
		25	1,76	3,45	3,35
		32	1,86	3,75	3,63
	1	12	2,41	3,42	3,07
		14	2,48	3,53	3,17
		16	2,54	3,65	3,27
		20	2,67	3,88	3,47
		25	2,84	4,15	3,70
		32	3,06	4,54	4,03
0.04	0.5	20	-	1,96	1,90
		25	-	2,05	1,98
		32	-	2,18	2,10
		40	-	2,32	2,23
	1	20	2,23	2,89	2,46
		25	2,35	3,07	2,60
		32	2,52	3,32	2,79
		40	2,70	3,60	3,01

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; Longueur = 3000 mm ; $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.

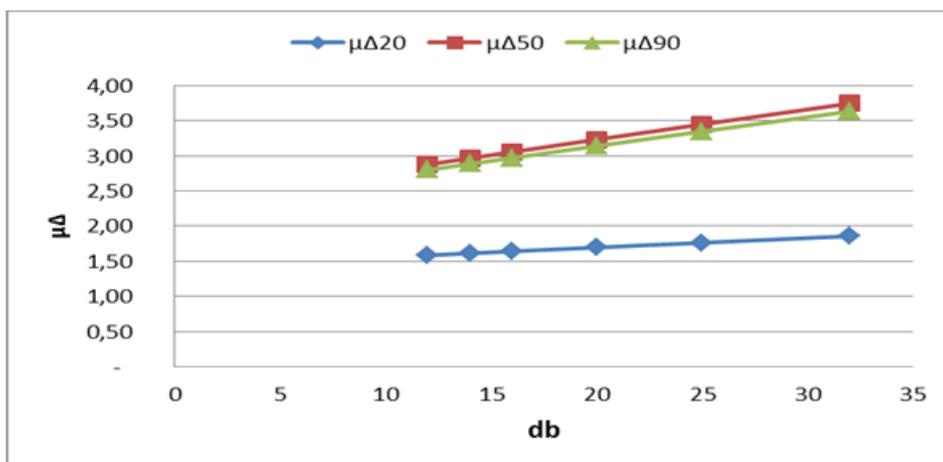
Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement



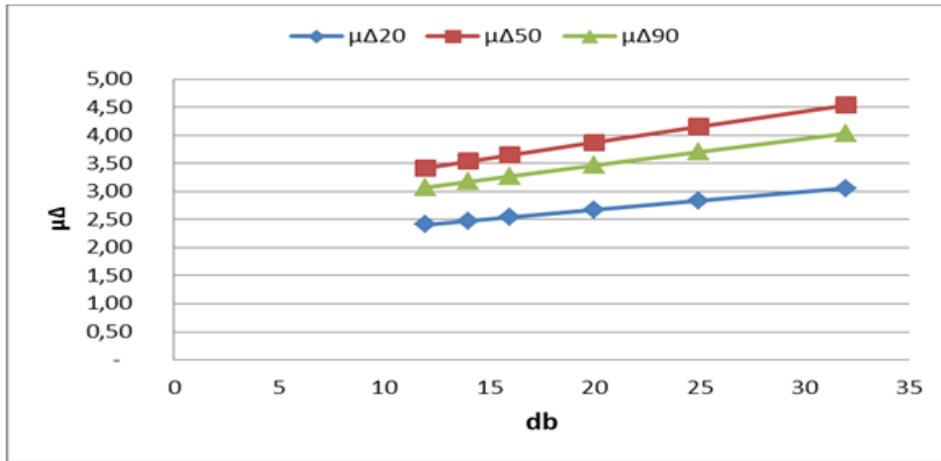
a- $\rho = 0.005$; $\rho'/\rho = 0.5$.



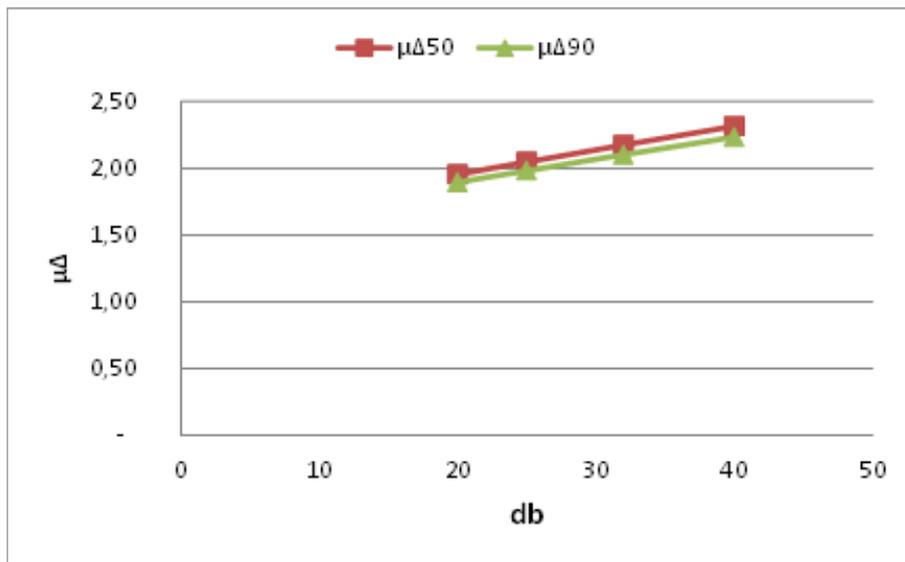
b- $\rho = 0.005$; $\rho'/\rho = 1.0$.



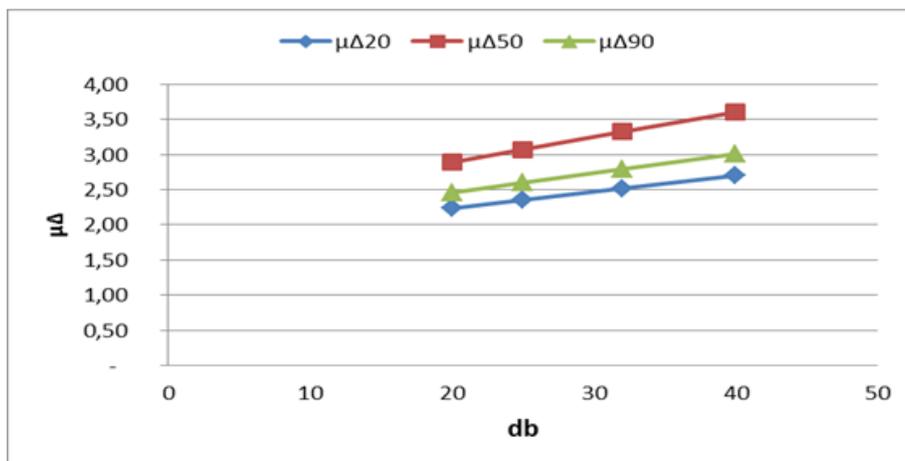
c- $\rho = 0.02$; $\rho'/\rho = 0.5$.



d- $\rho = 0.02$; $\rho' / \rho = 1.0$.



e- $\rho = 0.04$; $\rho' / \rho = 0.5$.



f- $\rho = 0.04$; $\rho' / \rho = 1.0$.

Figure 4.7 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du diamètre des armatures tendues.

4.7. Effet de la longueur des poutres (L)

L'effet de la longueur des poutres est résumé sur le tableau 4.8. Les résultats de ce tableau montrent bien l'influence négative de la longueur des poutres, où l'augmentation de la longueur réduit le facteur de la ductilité de déplacement. Les résultats du tableau indiquent aussi que l'augmentation de la longueur des poutres de 1m à 5m peut réduire le facteur de la ductilité de déplacement de plus de 30% pour les sections faiblement armées et environ à 20% pour les sections surarmées. La figure 4.8 présente le facteur « μ_{Δ} » en fonction de la longueur « L », où il est clair que l'augmentation de cette dernière a un effet négatif sur le facteur μ_{Δ} .

L'augmentation de la longueur de la poutre augmente la flèche élastique ultime, mais la flèche élastique a un taux d'amélioration plus que la flèche ultime, pour cette raison le facteur μ_{Δ} est diminué quand L augmente.

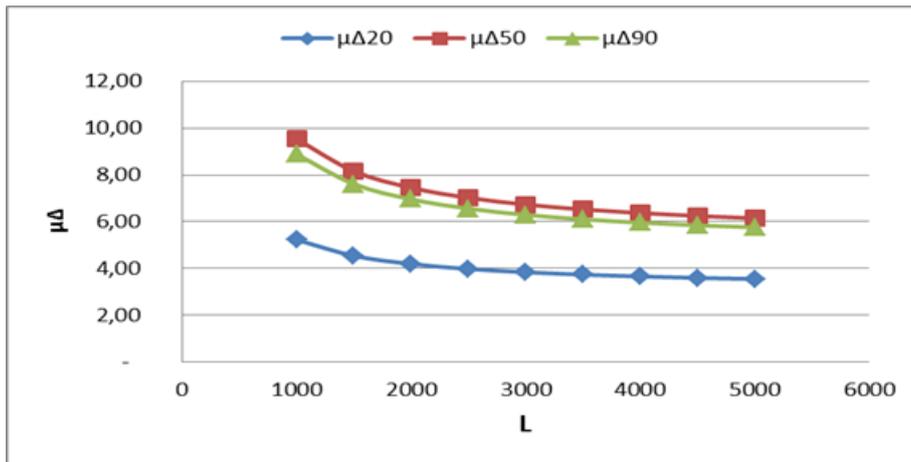
Tableau 4.8 : Facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur des poutres.

P	L(mm)	μ_{Δ}		
		$f_{ck} = 20\text{MPa}$	$f_{ck} = 50\text{MPa}$	$f_{ck} = 90\text{MPa}$
0.005	1000	5,22	9,53	8,88
	1500	4,54	8,16	7,61
	2000	4,19	7,45	6,96
	2500	3,98	7,02	6,56
	3000	3,84	6,73	6,29
	3500	3,73	6,52	6,10
	4000	3,66	6,37	5,96
	4500	3,60	6,25	5,84
	5000	3,55	6,15	5,75
0.04	1000	-	2,14	2,07
	1500	-	1,96	1,90
	2000	-	1,86	1,81
	2500	-	1,80	1,75
	3000	-	1,77	1,72
	3500	-	1,74	1,69

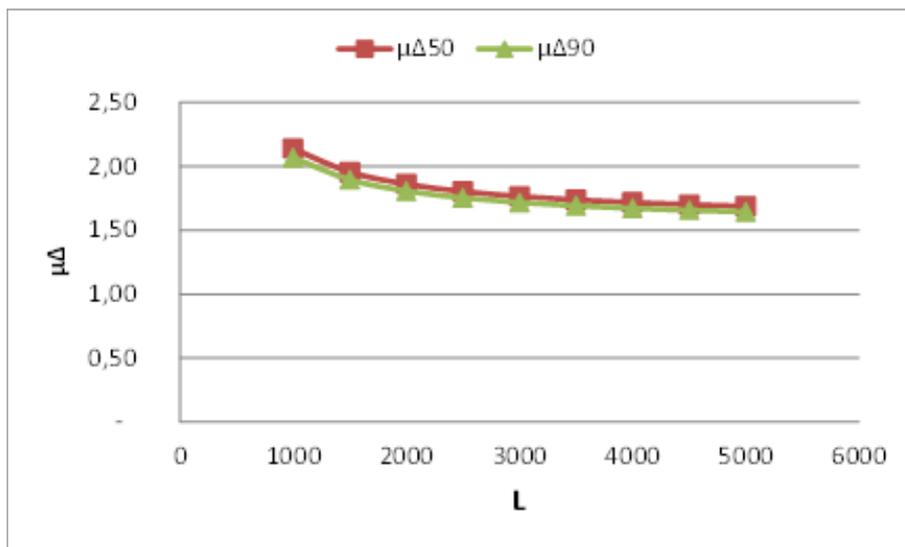
Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement

	4000	-	1,72	1,67
	4500	-	1,70	1,66
	5000	-	1,69	1,64

$h = 400\text{mm}$; $b = 300\text{ mm}$; $\rho'/\rho = 0,5$; $db=10\text{mm}$; $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$; $E_s = E'_s = 200000\text{MPa}$.



a- $\rho = 0.005$.



b- $\rho = 0.04$.

Figure 4.8 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur de la poutre.

4.8. Allure de variation

Cette section présente l'allure de variation du facteur de la ductilité de déplacement en fonction des différents paramètres étudiés à savoir : le taux d'armatures tendues, la résistance du béton, la limite élastique des armatures tendues, le rapport ρ' / ρ , le diamètre des armatures tendues et la longueur de la poutre.

4.9. Effet du taux d'armatures tendues

La figure 4.9 présente le facteur de la ductilité de déplacement en fonction du taux d'armatures tendues, elle présente aussi les courbes de tendance pour chaque cas de la résistance du béton. La figure montre que le facteur μ_{Δ} est une fonction puissance avec la variable ρ . L'exposant (B) de la fonction varie à la base de la résistance du béton. Le facteur μ_{Δ} peut s'écrire comme suit :

$$\mu_{\Delta} = A\rho^{-B}$$

Avec A est une fonction qui varie en fonction des différents paramètres étudiés et B est l'exposant qui varie aussi en fonction des paramètres étudiés.

$$f_{ck} = 20 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_1\rho^{-0,614} \rightarrow B = 0.614$$

$$f_{ck} = 30 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_2\rho^{-0,633} \rightarrow B = 0.633$$

$$f_{ck} = 40 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_3\rho^{-0,651} \rightarrow B = 0.651$$

$$f_{ck} = 50 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_4\rho^{-0,652} \rightarrow B = 0.652$$

$$f_{ck} = 60 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_5\rho^{-0,654} \rightarrow B = 0.654$$

$$f_{ck} = 70 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_6\rho^{-0,647} \rightarrow B = 0.647$$

$$f_{ck} = 80 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_7\rho^{-0,638} \rightarrow B = 0.638$$

$$f_{ck} = 90 \rightarrow \mu_{\Delta} = A_8\rho^{-0,628} \rightarrow B = 0.628$$

L'exposant B est fixé par une valeur intermédiaire : **B = 0.640**

L'équation () devient :

$$\mu_{\Delta} = A\rho^{-0.64}$$

Chapitre 4 : Etude de la ductilité de déplacement

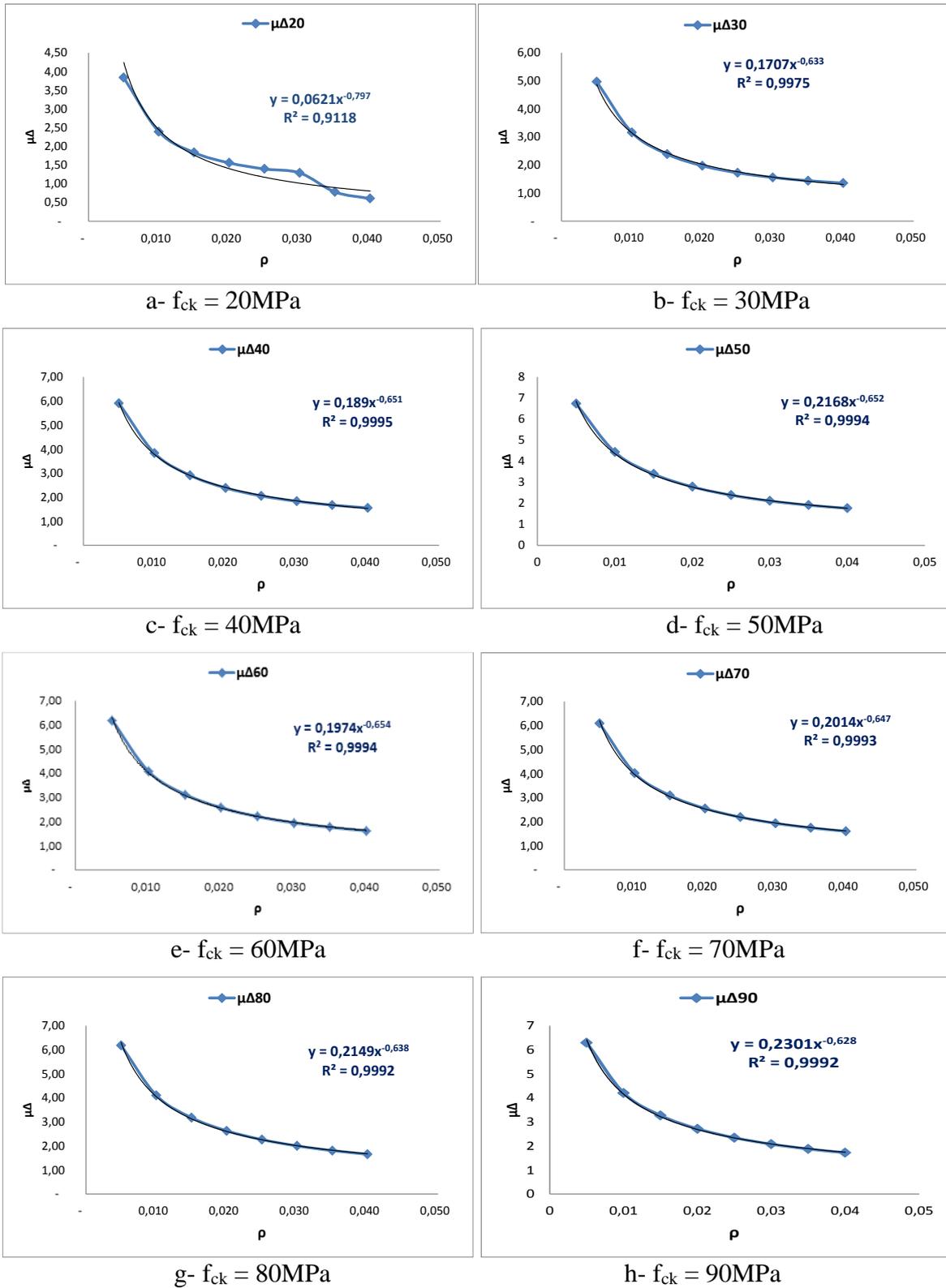


Figure 4.9 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction taux d'armatures tendues.

4.10. Effet de la résistance du béton

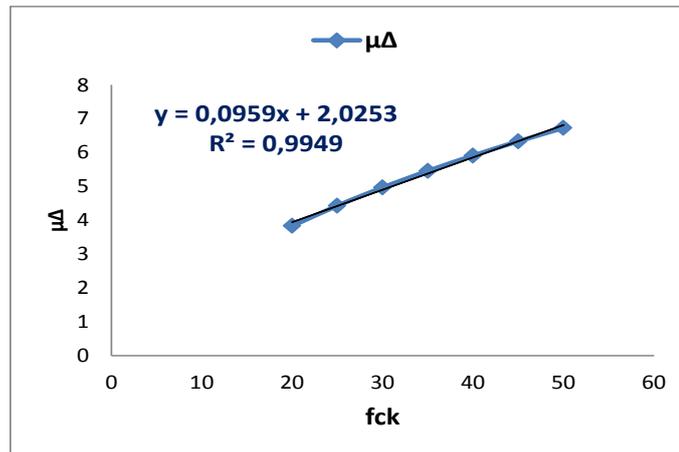
L'effet de la résistance est devisé pour un béton ordinaire et pour un béton à haute résistance.

$f_{ck} \leq 50\text{MPa}$

La figure 4.10 présente le facteur de la ductilité de déplacement en fonction de la résistance du béton. La courbe de tendance correspondante montre que le facteur μ_{Δ} est une fonction linéaire croissante avec la variable f_{ck} . Cette fonction s'écrit comme suit :

$$\mu_{\Delta} = C \cdot f_{ck} + D$$

Avec C et D sont des constantes peuvent être déterminées avec la variation de la résistance du béton f_{ck} de 20MPa à 50MPa et la fixation des autres paramètres étudiés au même temps.



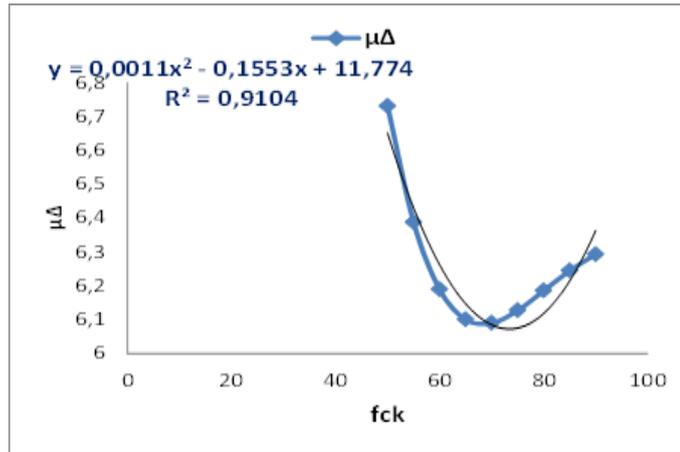
a- $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$

$f_{ck} > 50\text{MPa}$

Quand la résistance du béton est supérieure à 50MPa, son effet sur le facteur de la ductilité de déplacement est presque nul, mais en réalité, il existe une petite variation. La figure 4.10 présente la courbe de tendance du facteur μ_{Δ} en fonction de la résistance du béton f_{ck} . La courbe de tendance montre que le facteur μ_{Δ} est une fonction polynomiale avec la variable f_{ck} . Cette fonction s'écrit comme suit :

$$\mu_{\Delta} = F \cdot f_{ck}^2 - G \cdot f_{ck} + H$$

Avec F, G et H sont des constantes peuvent être déterminées avec la variation de la résistance du béton f_{ck} de 50MPa à 90MPa et la fixation de tous les autres paramètres étudiés au même temps.



b-f_{ck} > 50MPa

Figure 4.10 : Variation du facteur μ_Δ en fonction de la résistance du béton.

4.11. Effet de la limite élastique des aciers

La figure 4.11 présente le facteur de la ductilité de déplacement en fonction de la limite élastique des aciers. La figure montre que le facteur μ_Δ est une fonction linéaire décroissante avec la variable f_y. Le facteur μ_Δ peut s'écrire comme suit :

$$\mu_{\Delta} = -J \cdot f_y + K$$

Avec J et K sont des constantes peuvent être déterminées avec la variation de la limite élastique des aciers f_y de 400MPa à 600MPa et la fixation des autres paramètres étudiés au même temps.

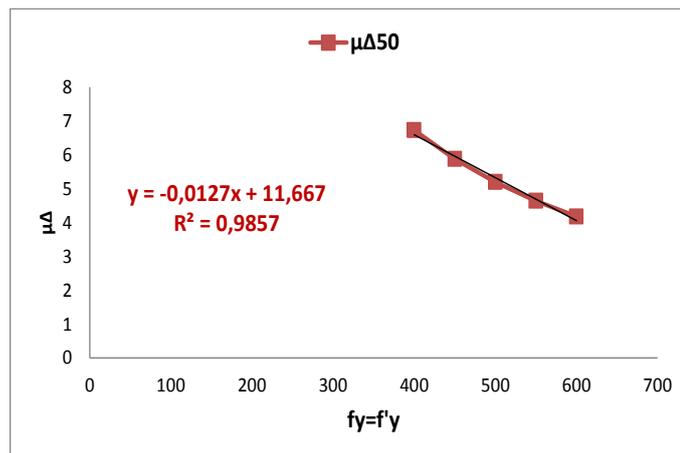


Figure 4.11 : Variation du facteur μ_Δ en fonction de la limite élastique des armatures.

4.12. Effet du rapport ρ'/ρ

D'après l'étude paramétrique, l'effet du rapport ρ'/ρ sur le facteur de la ductilité de déplacement est négatif, après une certaine valeur cet effet devient positif. La détermination de cette valeur nécessite une étude approfondie. En général, ce point de changement varie en fonction de la résistance du béton et la limite élastique des aciers.

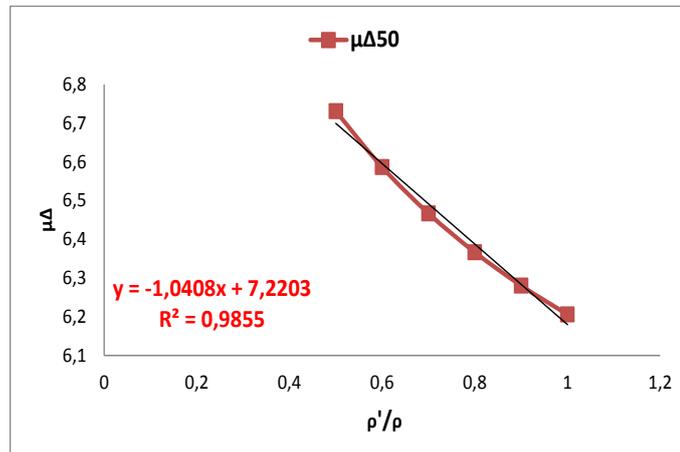


Figure 4.12 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du rapport ρ'/ρ .

4.13. Effet du diamètre maximal des armatures tendues

La figure 4.13 présente le facteur de la ductilité de déplacement en fonction du diamètre maximal des armatures tendues. La figure montre que le facteur μ_{Δ} est une fonction linéaire croissante avec la variable d_b . Le facteur μ_{Δ} peut s'écrire comme suit :

$$\mu_{\Delta} = M \cdot d_b + N$$

Avec M et N sont des constantes peuvent être déterminées avec la variation du diamètre des armatures tendues et la fixation des autres paramètres étudiés au même temps.

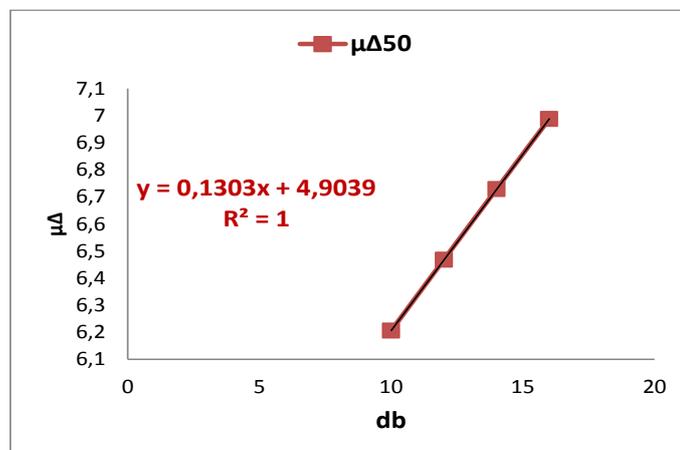


Figure 4.13 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction du diamètre des armatures tendues.

4.14. Effet de la longueur de la poutre

La figure 4.14 présente le facteur de la ductilité de déplacement en fonction de la longueur de la poutre. La figure montre que le facteur μ_{Δ} est une fonction puissance avec la variable L. Le facteur μ_{Δ} peut s'écrire comme suit :

$$\mu_{\Delta} = Q \cdot L^{-0.266}$$

Avec Q est une constante peut être déterminée avec la variation de la longueur L et la fixation des autres paramètres étudiés au même temps.

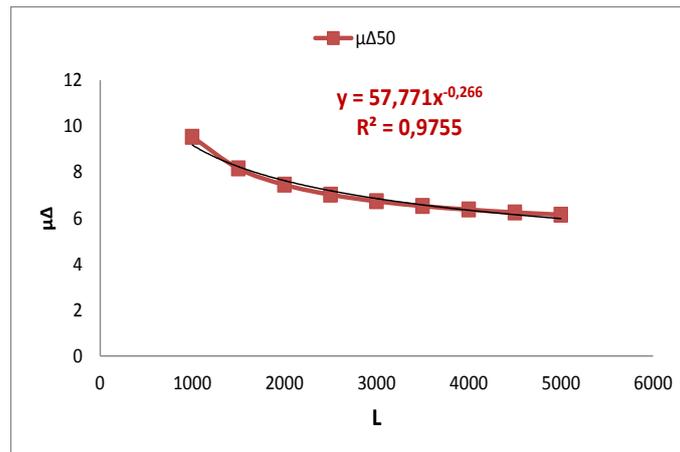


Figure 4.14 : Variation du facteur μ_{Δ} en fonction de la longueur de la poutre.

4.15. Comparaison entre le facteur de la ductilité en courbure et de déplacement

Les tableaux 4.1-11 présentent les rapports μ_ϕ / μ_Δ obtenus pour les résistances de béton de 20MPa à 90MPa. D'après ces tableaux les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Le rapport μ_ϕ / μ_Δ diminue avec l'augmentation du taux d'armature tendues et de la limite élastique des aciers.
- Le rapport μ_ϕ / μ_Δ augmente avec l'augmentation de la résistance du béton pour un béton ordinaire, par ailleurs, ce rapport devient presque constant pour un béton à haute résistance.
- Le rapport ρ'/ρ a un effet positif léger sur le rapport μ_ϕ / μ_Δ , mais cet effet devient important avec l'augmentation du taux d'armatures tendues.

Tableau 4.9 : Rapport M_ϕ / μ_Δ pour $f_{ck} = 20$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		μ_ϕ / μ_Δ	μ_ϕ / μ_Δ	μ_ϕ / μ_Δ
	0,005	2,65	2,31	2,01
	0,010	2,29	1,86	1,50
	0,015	2,01	1,54	1,17
	0,020	1,80	1,31	-
	0,025	1,63	-	-
	0,030	1,50	-	-
	0,035	-	-	-
	0,040	-	-	-
0,6	0,005	2,65	2,33	2,04
	0,010	2,35	1,94	1,59
	0,015	2,11	1,66	1,29
	0,020	1,94	1,46	1,10
	0,025	1,81	1,32	-
	0,030	1,70	1,21	-
	0,035	1,62	1,12	-
	0,040	1,55	/	-
0,7	0,005	2,66	2,35	2,07
	0,010	2,39	2,00	1,66
	0,015	2,20	1,77	1,41
	0,020	2,05	1,60	1,23

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,025	1,95	1,48	1,10
	0,030	1,86	1,38	1,00
	0,035	1,80	1,30	-
	0,040	1,74	1,24	-
0,8	0,005	2,67	2,36	2,09
	0,010	2,43	2,06	1,73
	0,015	2,26	1,86	1,51
	0,020	2,14	1,72	1,35
	0,025	2,06	1,61	1,24
	0,030	1,99	1,53	1,15
	0,035	1,94	1,47	1,08
	0,040	1,89	1,42	1,02
0,9	0,005	2,68	2,38	2,11
	0,010	2,46	2,10	1,79
	0,015	2,32	1,93	1,59
	0,020	2,22	1,81	1,46
	0,025	2,14	1,73	1,36
	0,030	2,09	1,66	1,29
	0,035	2,05	1,61	1,23
	0,040	2,01	1,57	1,18
1	0,005	2,68	2,39	2,13
	0,010	2,48	2,14	1,84
	0,015	2,36	1,99	1,67
	0,020	2,27	1,89	1,56
	0,025	2,21	1,82	1,47
	0,030	2,17	1,77	1,41
	0,035	2,13	1,73	1,36
	0,040	2,11	1,69	1,32

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

Tableau 4.10 : Rapport $M\delta/\mu\Delta$ pour $f_{ck} = 30$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$
	0,005	2,78	2,49	2,23
	0,010	2,52	2,15	1,82
	0,015	2,29	1,86	1,50
	0,020	2,10	1,63	1,26
	0,025	1,93	1,45	1,09
	0,030	1,80	1,31	-
	0,035	1,68	1,19	-
	0,040	1,59	-	-
0,6	0,005	2,78	2,49	2,24
	0,010	2,54	2,19	1,87
	0,015	2,35	1,94	1,59
	0,020	2,18	1,74	1,38
	0,025	2,05	1,59	1,22
	0,030	1,94	1,46	1,10
	0,035	1,85	1,36	1,00
	0,040	1,77	1,28	-
0,7	0,005	2,78	2,50	2,25
	0,010	2,56	2,22	1,91
	0,015	2,39	2,00	1,66
	0,020	2,25	1,84	1,48
	0,025	2,14	1,71	1,34
	0,030	2,05	1,60	1,23
	0,035	1,98	1,51	1,14
	0,040	1,92	1,44	1,07
0,8	0,005	2,77	2,50	2,26
	0,010	2,58	2,25	1,95
	0,015	2,43	2,06	1,73
	0,020	2,31	1,91	1,57

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,025	2,22	1,80	1,45
	0,030	2,14	1,72	1,35
	0,035	2,08	1,64	1,27
	0,040	2,03	1,58	1,21
0,9	0,005	2,77	2,50	2,26
	0,010	2,59	2,27	1,98
	0,015	2,46	2,10	1,79
	0,020	2,36	1,98	1,65
	0,025	2,28	1,89	1,55
	0,030	2,22	1,81	1,46
	0,035	2,17	1,75	1,39
	0,040	2,12	1,70	1,34
1	0,005	2,77	2,50	2,27
	0,010	2,60	2,29	2,01
	0,015	2,48	2,14	1,84
	0,020	2,40	2,04	1,72
	0,025	2,33	1,96	1,63
	0,030	2,27	1,89	1,56
	0,035	2,23	1,84	1,50
	0,040	2,20	1,80	1,45

Tableau 4.11 : Rapport $M\theta / \mu\Delta$ pour $f_{ck} = 40$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$
	0,005	2,85	2,58	2,35
	0,010	2,65	2,31	2,01
	0,015	2,46	2,07	1,73
	0,020	2,29	1,86	1,50
	0,025	2,14	1,68	1,31
	0,030	2,01	1,54	1,17
	0,035	1,90	1,41	1,05

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,040	1,80	1,31	-
0,6	0,005	2,84	2,58	2,35
	0,010	2,65	2,33	2,04
	0,015	2,49	2,12	1,79
	0,020	2,35	1,94	1,59
	0,025	2,22	1,79	1,42
	0,030	2,11	1,66	1,29
	0,035	2,02	1,56	1,19
	0,040	1,94	1,46	1,10
0,7	0,005	2,84	2,58	2,35
	0,010	2,66	2,35	2,07
	0,015	2,52	2,16	1,84
	0,020	2,39	2,00	1,66
	0,025	2,29	1,87	1,52
	0,030	2,20	1,77	1,41
	0,035	2,12	1,68	1,31
	0,040	2,05	1,60	1,23
0,8	0,005	2,84	2,58	2,35
	0,010	2,67	2,36	2,09
	0,015	2,54	2,19	1,89
	0,020	2,43	2,06	1,73
	0,025	2,34	1,95	1,61
	0,030	2,26	1,86	1,51
	0,035	2,20	1,78	1,42
	0,040	2,14	1,72	1,35
0,9	0,005	2,83	2,58	2,35
	0,010	2,68	2,38	2,11
	0,015	2,56	2,22	1,93
	0,020	2,46	2,10	1,79
	0,025	2,38	2,01	1,68
	0,030	2,32	1,93	1,59

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,035	2,26	1,87	1,52
	0,040	2,22	1,81	1,46
1	0,005	2,83	2,57	2,35
	0,010	2,68	2,39	2,13
	0,015	2,57	2,25	1,96
	0,020	2,48	2,14	1,84
	0,025	2,41	2,06	1,75
	0,030	2,36	1,99	1,67
	0,035	2,31	1,94	1,61
	0,040	2,27	1,89	1,56

Tableau 4.12 : Rapport $M\theta / \mu\Delta$ pour $f_{ck} = 50$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$
	0,005	2,89	2,64	2,42
	0,010	2,72	2,42	2,14
	0,015	2,57	2,21	1,89
	0,020	2,43	2,03	1,68
	0,025	2,29	1,86	1,50
	0,030	2,17	1,72	1,35
	0,035	2,06	1,59	1,22
	0,040	1,96	1,48	1,12
0,6	0,005	2,89	2,64	2,42
	0,010	2,73	2,43	2,16
	0,015	2,59	2,24	1,94
	0,020	2,46	2,08	1,75
	0,025	2,35	1,94	1,59
	0,030	2,25	1,82	1,45
	0,035	2,16	1,71	1,34
	0,040	2,08	1,62	1,25
	0,005	2,88	2,63	2,41

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

0,7	0,010	2,73	2,44	2,17
	0,015	2,60	2,27	1,97
	0,020	2,49	2,13	1,80
	0,025	2,39	2,00	1,66
	0,030	2,31	1,90	1,55
	0,035	2,23	1,81	1,45
	0,040	2,16	1,73	1,37
0,8	0,005	2,88	2,63	2,41
	0,010	2,73	2,44	2,19
	0,015	2,61	2,29	2,00
	0,020	2,51	2,16	1,85
	0,025	2,43	2,06	1,73
	0,030	2,35	1,97	1,63
	0,035	2,29	1,89	1,54
	0,040	2,24	1,82	1,47
0,9	0,005	2,87	2,63	2,41
	0,010	2,73	2,45	2,20
	0,015	2,62	2,31	2,03
	0,020	2,53	2,20	1,90
	0,025	2,46	2,10	1,79
	0,030	2,39	2,03	1,70
	0,035	2,34	1,96	1,63
	0,040	2,29	1,90	1,56
1	0,005	2,87	2,62	2,41
	0,010	2,73	2,45	2,21
	0,015	2,63	2,33	2,06
	0,020	2,55	2,22	1,94
	0,025	2,48	2,14	1,84
	0,030	2,43	2,07	1,76
	0,035	2,38	2,02	1,70
	0,040	2,34	1,97	1,64

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

Tableau 4.13: Rapport $M\delta/\mu\Delta$ pour $f_{ck} = 60$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$
	0,005	2,87	2,61	2,38
	0,010	2,68	2,37	2,09
	0,015	2,51	2,15	1,83
	0,020	2,36	1,95	1,61
	0,025	2,21	1,78	1,42
	0,030	2,08	1,62	1,26
	0,035	1,96	1,48	1,13
	0,040	1,84	1,37	1,02
0,6	0,005	2,86	2,60	2,38
	0,010	2,68	2,37	2,10
	0,015	2,52	2,17	1,86
	0,020	2,39	2,00	1,66
	0,025	2,26	1,84	1,49
	0,030	2,14	1,70	1,34
	0,035	2,04	1,58	1,22
	0,040	1,94	1,48	1,12
0,7	0,005	2,85	2,60	2,37
	0,010	2,68	2,38	2,11
	0,015	2,54	2,20	1,89
	0,020	2,41	2,03	1,71
	0,025	2,30	1,89	1,55
	0,030	2,20	1,77	1,42
	0,035	2,11	1,67	1,31
	0,040	2,02	1,57	1,22
0,8	0,005	2,84	2,59	2,37
	0,010	2,68	2,38	2,12
	0,015	2,55	2,21	1,92
	0,020	2,43	2,07	1,75

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,025	2,33	1,94	1,61
	0,030	2,24	1,84	1,49
	0,035	2,16	1,74	1,39
	0,040	2,09	1,66	1,31
0,9	0,005	2,84	2,59	2,37
	0,010	2,68	2,39	2,13
	0,015	2,55	2,23	1,94
	0,020	2,45	2,10	1,79
	0,025	2,36	1,99	1,66
	0,030	2,28	1,89	1,56
	0,035	2,21	1,81	1,47
	0,040	2,15	1,74	1,39
1	0,005	2,83	2,58	2,36
	0,010	2,68	2,39	2,14
	0,015	2,56	2,24	1,97
	0,020	2,47	2,12	1,82
	0,025	2,38	2,02	1,71
	0,030	2,31	1,94	1,61
	0,035	2,25	1,86	1,53
	0,040	2,20	1,80	1,46

Tableau 4.14 : Rapport $M\theta / \mu\Delta$ pour $f_{ck} = 70$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$
	0,005	2,86	2,60	2,38
	0,010	2,67	2,36	2,09
	0,015	2,51	2,15	1,83
	0,020	2,35	1,95	1,61
	0,025	2,21	1,78	1,42
	0,030	2,08	1,62	1,26
	0,035	1,95	1,48	1,13

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,040	1,84	1,36	1,02
0,6	0,005	2,85	2,60	2,37
	0,010	2,67	2,37	2,10
	0,015	2,52	2,17	1,86
	0,020	2,38	1,99	1,66
	0,025	2,25	1,83	1,48
	0,030	2,13	1,69	1,34
	0,035	2,02	1,57	1,21
	0,040	1,92	1,46	1,11
0,7	0,005	2,84	2,59	2,37
	0,010	2,67	2,37	2,11
	0,015	2,52	2,19	1,89
	0,020	2,40	2,02	1,70
	0,025	2,28	1,88	1,54
	0,030	2,18	1,75	1,40
	0,035	2,08	1,64	1,29
	0,040	2,00	1,55	1,19
0,8	0,005	2,83	2,58	2,36
	0,010	2,67	2,37	2,11
	0,015	2,53	2,20	1,91
	0,020	2,42	2,05	1,74
	0,025	2,31	1,92	1,59
	0,030	2,22	1,81	1,47
	0,035	2,13	1,71	1,36
	0,040	2,06	1,62	1,27
0,9	0,005	2,83	2,58	2,36
	0,010	2,67	2,38	2,12
	0,015	2,54	2,22	1,93
	0,020	2,43	2,08	1,77
	0,025	2,34	1,96	1,64
	0,030	2,25	1,86	1,52

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,035	2,18	1,77	1,43
	0,040	2,11	1,69	1,34
1	0,005	2,82	2,57	2,36
	0,010	2,67	2,38	2,13
	0,015	2,55	2,23	1,95
	0,020	2,45	2,10	1,80
	0,025	2,36	1,99	1,68
	0,030	2,28	1,90	1,57
	0,035	2,22	1,82	1,49
	0,040	2,16	1,75	1,41

Tableau 4.15 : Rapport $M\theta / \mu\Delta$ pour $f_{ck} = 80$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$	$M\theta / \mu\Delta$
	0,005	2,87	2,61	2,39
	0,010	2,68	2,38	2,11
	0,015	2,52	2,18	1,87
	0,020	2,38	1,99	1,65
	0,025	2,24	1,82	1,47
	0,030	2,11	1,67	1,31
	0,035	1,99	1,53	1,17
	0,040	1,88	1,41	1,06
0,6	0,005	2,86	2,60	2,38
	0,010	2,68	2,38	2,12
	0,015	2,53	2,19	1,89
	0,020	2,40	2,02	1,69
	0,025	2,28	1,87	1,52
	0,030	2,16	1,73	1,37
	0,035	2,06	1,61	1,25
	0,040	1,96	1,50	1,14
	0,005	2,85	2,60	2,38

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

0,7	0,010	2,68	2,38	2,12
	0,015	2,54	2,21	1,91
	0,020	2,42	2,05	1,73
	0,025	2,31	1,91	1,57
	0,030	2,20	1,79	1,44
	0,035	2,11	1,67	1,32
	0,040	2,02	1,58	1,22
0,8	0,005	2,84	2,59	2,37
	0,010	2,68	2,39	2,13
	0,015	2,55	2,22	1,93
	0,020	2,43	2,08	1,76
	0,025	2,33	1,95	1,62
	0,030	2,24	1,84	1,49
	0,035	2,16	1,74	1,39
	0,040	2,08	1,65	1,29
0,9	0,005	2,83	2,58	2,37
	0,010	2,68	2,39	2,14
	0,015	2,55	2,23	1,95
	0,020	2,45	2,10	1,79
	0,025	2,35	1,98	1,66
	0,030	2,27	1,88	1,55
	0,035	2,20	1,79	1,45
	0,040	2,13	1,71	1,36
1	0,005	2,83	2,58	2,36
	0,010	2,67	2,39	2,14
	0,015	2,56	2,24	1,97
	0,020	2,46	2,12	1,82
	0,025	2,37	2,01	1,70
	0,030	2,30	1,92	1,59
	0,035	2,23	1,84	1,50
	0,040	2,17	1,77	1,43

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

Tableau 4.16 : Rapport $M\delta/\mu\Delta$ pour $f_{ck} = 90$ MPA

ρ'/ρ	ρ	Fe400	Fe500	Fe600
0,5		$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$	$M\delta/\mu\Delta$
	0,005	2,87	2,62	2,40
	0,010	2,70	2,40	2,13
	0,015	2,54	2,20	1,90
	0,020	2,41	2,02	1,69
	0,025	2,28	1,86	1,51
	0,030	2,15	1,71	1,35
	0,035	2,04	1,58	1,22
	0,040	1,93	1,46	1,10
0,6	0,005	2,86	2,61	2,39
	0,010	2,69	2,40	2,14
	0,015	2,55	2,22	1,92
	0,020	2,42	2,05	1,73
	0,025	2,31	1,90	1,56
	0,030	2,20	1,77	1,42
	0,035	2,09	1,65	1,29
	0,040	2,00	1,54	1,18
0,7	0,005	2,85	2,60	2,39
	0,010	2,69	2,40	2,14
	0,015	2,56	2,23	1,94
	0,020	2,44	2,08	1,76
	0,025	2,33	1,94	1,61
	0,030	2,23	1,82	1,47
	0,035	2,14	1,71	1,36
	0,040	2,06	1,61	1,26
0,8	0,005	2,85	2,60	2,38
	0,010	2,69	2,40	2,15
	0,015	2,56	2,24	1,96
	0,020	2,45	2,10	1,79

Chapitre 4 : Etude du la ductilité de déplacement

	0,025	2,36	1,98	1,65
	0,030	2,27	1,87	1,53
	0,035	2,19	1,77	1,42
	0,040	2,11	1,68	1,33
0,9	0,005	2,84	2,59	2,38
	0,010	2,69	2,40	2,15
	0,015	2,57	2,25	1,97
	0,020	2,47	2,12	1,82
	0,025	2,38	2,01	1,69
	0,030	2,30	1,91	1,58
	0,035	2,22	1,82	1,48
	0,040	2,16	1,74	1,39
1	0,005	2,83	2,59	2,37
	0,010	2,68	2,40	2,16
	0,015	2,57	2,26	1,99
	0,020	2,48	2,14	1,85
	0,025	2,39	2,04	1,73
	0,030	2,32	1,95	1,62
	0,035	2,26	1,87	1,53
	0,040	2,20	1,80	1,45

4.16. Conclusion

D'après cette étude paramétrique, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Pour un béton ordinaire, la résistance du béton à la compression a un effet positif sur le facteur de la ductilité de déplacement sous forme d'une fonction linéaire croissante.
- Pour un béton à haute résistance l'effet devient presque constant avec une légère variation sous forme d'une fonction polynomiale ;
- Le taux d'armatures tendues à un effet négatif sur le facteur de la ductilité de déplacement sous forme d'une fonction puissance décroissante ;
- Le rapport ρ'/ρ a un effet négatif sur le facteur de la ductilité de déplacement pour les sections faiblement armées, cet effet devient positif pour les sections normalement armées ;
- La limite élastique des armatures tendues à un effet négatif sur le facteur de la ductilité de déplacement sous forme d'une fonction linéaire décroissante ;
- La limite élastique des armatures comprimées à un effet presque nul sur le facteur de la ductilité de déplacement ;
- Le diamètre des armatures tendues à un effet positif sur le facteur de la ductilité de déplacement sous forme d'une fonction linéaire croissante ;
- La longueur du porte-à-faux a un effet négatif sur le facteur de la ductilité de déplacement sous forme d'une fonction puissance décroissante ;
- Le facteur de la ductilité en courbure ou locale est toujours supérieur au facteur de la ductilité de déplacement, le rapport $(\frac{\mu_{\phi}}{\mu_{\Delta}})$ peut atteindre une valeur de 2.89.

CONCLUSIONS GENERALES

CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Cette recherche conduite sur la ductilité de déplacement des porte-à-faux en béton armé nous a permis de tirer les différentes conclusions mentionnées dans cette section. Le premier a montré que :

- la ductilité est un paramètre important dans la conception parasismique
- il existe cinq types de ductilité
- le facteur de la ductilité de déplacement est le rapport entre le déplacement élastique et ultime
- il existe plusieurs méthodes pour quantifier les déplacements

Le deuxième chapitre a montré que :

- Le théorème moment-section peut être utilisé pour le calcul des déplacements en fonction des courbures
- Le calcul des déplacements ultimes dépend des courbures et des longueurs des rotules plastiques
- La rotule plastique est formée au niveau de l'encastrement dans les porte-à-faux
- La rotule plastique dépend de, la longueur du porte-à-faux, diamètre des armatures tendues, la limite élastique des aciers tendus.

Le troisième chapitre a montré que :

- Le calcul des courbures nécessite une étude des sections aux états limites
- A l'aide du théorème moment-section, le calcul des déplacements d'un porte-à-faux est simple

Le dernier chapitre, à travers l'étude paramétrique a montré que :

- Dans le cas d'un béton ordinaire, la résistance du béton à la compression a affecté positivement le facteur de la ductilité de déplacement, sa courbe de tendance linéaire croissante.
- Dans le cas d'un béton à haute résistance, la résistance du béton à la compression a un effet léger sur le facteur de la ductilité de déplacement.
- Le taux d'armatures tendues a affecté positivement le facteur de la ductilité de déplacement, sa courbe de tendance est une fonction puissance décroissante.

CONCLUSIONS GENERALES

- Le rapport ρ'/ρ a un effet réversible sur le facteur de la ductilité de déplacement, ou il est négatif pour les sections faiblement armées et positif pour les sections normalement armées ;
- La limite élastique des armatures tendues a affecté négativement le facteur de la ductilité de déplacement, sa courbe de tendance est linéaire décroissante ;
- La limite élastique des armatures comprimées a n'aucun effet sur le facteur de la ductilité de déplacement ;
- Le diamètre des armatures tendues a affecté positivement le facteur de la ductilité de déplacement, sa courbe de tendance est linéaire croissante ;
- La longueur du porte-à-faux a affecté négativement le facteur de la ductilité de déplacement, sa courbe de tendance sous est une fonction puissance décroissante ;
- Le facteur de la ductilité locale est supérieur à ce de déplacement.

Par perspective, d'autre type de ductilité d'un porte-à-faux peuvent être étudiés, comme la ductilité énergétique, en rotation ou de déformation. D'autre part, sur la base de l'étude paramétrique, le point où l'effet du taux d'armatures comprimées est inversé nécessite une étude bien détaillée.

Bibliographie

- Afps.** Guide des dispositions constructives parasismiques des ouvrages eb acier, béton, bois et maçonnerie. Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 2005.
- Bertero. V.V.,** “State of the art report –Ductility based structural design”, *Proceedings of Ninth world conf. earthquake eng.*, Vol. 3, pp. 673-686, Tokyo, Japon, 1988.
- Corley GW.** Rotation capacity of reinforced concrete beams. *ASCE J Struct Div*, 92(5):121–46, 1966.
- EN 1992-1-1.**, “Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings”, Eurocode 2, Brussels, 2004.
- EN 1998-1.**, “Design of structures for earthquake resistance Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings”, Eurocode 8, Brussels, 2003.
- Erochko J.** An introduction to structural analysis. 1st ed. Jeffrey Erochko; 2020.
- François,** CTB-n360-mai-2017-p.32-37-article-porte-à-faux, 2017.
- Gioncu. V.,** “Framed structures. Ductility and seismic response”, *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 55, pp. 125-154, 2000.
- Gioncu. V. et Mazzolani. F.M.,** “Ductility of Seismic Resistant Steel Structures”, 2002.
- Hsu TTC.** Ductility of reinforced concrete members and shearwalls. *J Chin Insti Eng*; 3(1):1-20, 1980.
- Mattock A H.** Discussion of “rotational capacity of reinforced concrete beams”. *ASCE J Struct Div*, 93(2):519–22, 1967.
- Panagiotakos TB, Fardis MN.** Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate. *ACI Struct J*, 98(2):135–48, 2001.
- Park. R. et Ruitong. D.,** “Ductility of doubly reinforced beam sections”, *ACI Structural Journal*, Title No 85-S24, pp. 217-225, 1988.
- Park R,** Ductility evaluation from laboratory and analytical testing, *Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, Japan, 1988.
- Park R, Paulay T,** Reinforced concrete structure. New York: John Wiley & Sons; 1975.
- Paulay TP, Priestley MJN,** Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings. New York: John Wiley and Sons; 1992.

Sawyer HA. Design of concrete frames for two failure stages. In proceedings of the international symposium on the flexural mechanics of reinforced concrete, Miami, Florida, ASCE/ACI, SP12-15:405–37,1965.

Sébastien. G., “Ductilité des structures en béton armé”, *Conservatoire National des Arts et Métiers Paris*, 2012.